

文章编号: 0253-2239(2001)11-1388-04

光波相位不连续点的探测*

范承玉 王英俭 龚知本

(中国科学院安徽光学精密机械研究所国家高技术大气光学重点实验室, 合肥 230031)

摘要: 提出了同时利用哈特曼波前传感器测量的子孔径波前斜率和光强数据进行信标光相位复原的改进算法, 并在此基础上对实测的斜率数据进行分析。结果表明在强湍流效应情况下, 信标光相位中存在不连续点。

关键词: 不连续点; 探测; 自适应光学

中图分类号: TP212.1 文献标识码: A

1 引 言

激光在大气中传输时, 大气湍流将导致光场振幅和相位随机起伏。由于光波相位的调制, 光场中将会出现一些振幅为零的点。在振幅为零的点, 光波的相位是不连续的, 此点就称之为相位不连续点。已经在激光大气传输模拟计算^[1]和近地面水平激光传输实验中^[2]观察到相位不连续点。当有不连续点出现时, 光波的相位应包括两部分: 连续相位部分和不连续相位部分^[3]。对于一个自适应光学系统, 特别是利用最小方差法波前重建代数的系统, 当信标光的波前出现不连续点时, 只能复原连续相位, 从而影响自适应光学的校正效果。Primmerman 等^[2]已证明, 在强闪烁情况下, 自适应光学的校正效果之所以不理想, 是由于信标光波相位中出现不连续点造成的。因此, 光信标相位出现不连续点时, 如何准确地复原出光波相位是提高自适应光学在强闪烁情况下补偿效果的关键, 这首先涉及到如何去探测相位中的不连续点及其位置。Bigot^[4]等提出了一种重建不连续波前的算法, 它对模拟的无噪声的数据进行处理比较有效, 但当对加上噪声的模拟数据和实测的数据进行处理时, 这种方法就显得无能为力。为此, 本文在文献[4]提出的算法基础上, 提出了一种能够进一步抑制测量噪声的不连续相位的重建代数。通过对哈特曼波前探测器探测的相位梯度作适当的修正后, 计算相位梯度的旋度是否为零, 从而可以确定相位不连续点的位置。

2 相位不连续点的探测理论

2.1 探测原理

已经证明哈特曼波前探测器所测量的斜率是局地光波相位梯度^[5], 若局地相位用 $\varphi(\mathbf{r})$ 表示, 则局地相位梯度为 $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \nabla \varphi(\mathbf{r})$, 并且在相位函数中存在不连续点时, 相位梯度的旋度不为零。这样, 可通过求沿一无限小闭环路径的相位变化的和来判断这闭环路径内是否存在不连续点, 用数学表达式可表示为

$$\oint_C d\mathbf{r}' \cdot \mathbf{g}(\mathbf{r}') = \begin{cases} 0 & \text{if there is no branch point at } \mathbf{r}, \\ \pm 2\pi & \text{if there is a branch point at } \mathbf{r}, \end{cases} \quad (1)$$

\mathbf{r}' 为位置积分变量, C 为包含位置 \mathbf{r}' 的无限小闭环路径。环路积分一般以顺时针方向进行, 当积分和等于 $+2\pi$ 时, 表示闭环路径内包含一正不连续点; 当积分和等于 -2π 时, 表示闭环路径内包含一负不连续点。当然, 对于哈特曼波前探测器实测的斜率数据是在分立的位置 \mathbf{r} 上, 因此为了直接计算梯度的环路积分必须采用近似的方式, 也就是, 假如想知道在哈特曼波前探测器上, 四个邻近的子孔径内部是否有不连续点, 原则上可以求这四个子孔径相位变化的和来判断。对于四个相邻子孔径组成的矩形, 假如矩形四个角的位置分别是 $\mathbf{r}_{i,j}$ 、 $\mathbf{r}_{i+1,j}$ 、 $\mathbf{r}_{i+1,j+1}$ 和 $\mathbf{r}_{i,j+1}$, (1) 式的分立形式可以写成^[3]

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}_{i,j}) \cdot l_x d + \mathbf{g}(\mathbf{r}_{i+1,j}) \cdot l_y d - \mathbf{g}(\mathbf{r}_{i,j+1}) \cdot l_x d - \mathbf{g}(\mathbf{r}_{i+1,j+1}) \cdot l_y d = \begin{cases} 0 & \text{if a branch point is enclosed,} \\ \pm 2\pi & \text{if no branch point is enclosed.} \end{cases} \quad (2)$$

* 中国科学院“百人计划”和国家高技术发展计划激光技术领域资助课题。

收稿日期: 2000-08-02; 收到修改稿日期: 2000-12-18

上式中左边的负号是考虑了沿闭环路径的积分方向与矩形两个方向上的单位矢量方向 \mathbf{l}_x 或 \mathbf{l}_y 相反的缘故, d 代表哈特曼波前探测器子孔径的间距。

虽然从理论上说, 哈特曼波前探测器实测的斜率数据可直接应用于(2)式, 但从实用的角度来考虑, 直接用斜率数据计算梯度的旋度来判断是否有不连续点及其位置是很困难的, 其主要原因是, 不连续点出现在零光强点处, 它会给周围的相差或相位梯度测量带来较大的误差。当然, 如果可以计算出可靠的波前 ϕ , 则在波前中的不连续点位置还是可能确定的。实际上, 对实测的相位梯度矢量或相位差矢量 \mathbf{g} 作适当的变化可以避免测量误差。如果定义一个矩阵 \mathbf{A} , 这里利用休晋模型^[6], 把相位矢量转变成相位差矢量, 则可定义无噪声的相位差矢量 \mathbf{g}' 为^[4]

$$\mathbf{g}' = \mathbf{g} + [(\mathbf{A}\phi - \mathbf{g}) \bmod 2\pi], \quad (3)$$

这里 mode 表示对 $(\mathbf{A}\phi - \mathbf{g})$ 求其对 2π 的余数。对于计算出的可靠的波前 ϕ , 有 $\mathbf{A}\phi \approx \mathbf{g} \bmod 2\pi$, 这样, 上式仅对实测的量 \mathbf{g} 作一较小的改变, 然后, 再应用(2)式, 就可以探测相位不连续点。当然这里的关键是能否复原出包含不连续相位部分的光波相位 ϕ 。

2.2 相位的复原

已经证明, 直接利用斜率数据进行最小方差波前复原不能复原出波前中可能存在的不连续结构。为此, 我们提出了同时利用哈特曼波前探测器测量的子孔径波前斜率和子孔径上的光强数据进行信标光场的复原算法。由于光场函数是连续的, 所以可以进行光场函数的最小方差复原计算。而且, 在该算法中, 由于利用了子孔径光强作为权重因子, 弱光强子孔径斜率测量误差被大大抑制。

如果哈特曼波前探测器的子孔径数为 $M = n \times n$, 这样, 可以分别获得 M 个 x 和 y 方向的斜率数据, 利用休晋模型, 可获得 $N = (n+1)(n+1)$ 个点的光场。假设初始的光场为 $\{u_j^0\}$, $j \in [1, N]$, 在两个点 $j \in [1, N]$ 和 $k \in [1, N]$ 的相位分别为 φ_j 和 φ_k 的相位差为 $d_{j,k} \approx \varphi_j - \varphi_k$, 并且考虑对应的权重因子为 $w_{j,k} = w_{k,j} > 0$, 由于取子孔径上的光强的开方作为初始光场, 这里取权重因子 $w_{j,k} = 1$, 则可构造出新的光场 $\{u_j^1\}$, 表示为^[4]

$$u_j^1 = \sum_{k \text{ neighbor of } j} w_{j,k} \exp(i d_{j,k}) u_k^0, \quad (4)$$

这里 k 取与位置 j 为中心的四个相邻位置的相位。

直接利用(4)式对实测的斜率数据进行迭代计算, 由于测量噪声的影响, 并不能得到满意的结果,

这里的关键是如何抑制噪声的影响。为了进一步抑制噪声的影响, 我们对(4)式作一变化, 乘上一个小于 1 的因子 α , 得到

$$u_j^{11} = \sum_{k \text{ neighbor of } j} \exp(i \alpha d_{j,k}) \alpha u_k^0. \quad (5)$$

接下来首先选择一归一化的光场 $\{u_j^0\}$, 这里取子孔径上的光强的开方作为初始光场, 进行迭代计算, 直到 $\{u_j^{11}\}$ 的模变得稳定, 如取 $\varepsilon \ll 1$, 使得 $\{u_j^{11}\}$ 中的任一分量 u_j^{11} 满足

$$|(u_j^{11})_{p+1} - (u_j^{11})_p| \leq \varepsilon |(u_j^{11})_p|$$

即可, 这里的 p 为迭代次数。光场 $\{u_j^{11}\}$ 复原后, 再求出相对应的各点的连续相位斜率, 除以因子 α 后, 与哈特曼波前探测器实测的相位斜率相比较, 扣除实测斜率中的连续相位斜率部分, 再利用(4)式进行一次光场的复原迭代, 光场复原后, 取 $\{u_j^1\}$ 中的每一分量的矢量幅角, 即对 $j \in [1, N]$, 作 $\varphi_j = \arg(u_j^1)$, 就可以获得第一点的相位, 这样, 可以比较准确地重建不连续相位。

不连续相位重建出后, 利用(3)式对实测的斜率进行适当的修正, 再用(2)式计算斜率的旋度, 即可判断是否有不连续点及其相应的位置。

3 不连续点的探测

我们先来考虑一简单的例子。假设一光场函数 $U(x, y) = x + iy$, 其相位分布如图 1(a) 所示。现在模拟一个 9×9 的哈特曼波前探测系统, 入射的光场为 $x + iy$, 通过哈特曼波前探测器可以计算出每个子孔径上的斜率和光强, 利用上面介绍的加权重建波前代数方法, 重建出波前相位, 通过(3)式转变成无误差斜率数据 \mathbf{g}' , 再通过(2)式计算梯度的旋度, 其结果如图 1(b) 所示。这里用相对的灰度值表示相位梯度的旋度值大小(下同), 图中的“+”代表正不连续点的位置, 从图中可以看出, 坐标中心包含一个正不连续点。

下面我们对实测的斜率数据进行分析。

信标光波长为 $0.82 \mu\text{m}$, 传输距离为 3 km , 哈特曼波前探测器采用的是 30×30 子孔径的探测系统, 由于中心遮拦, 处于中心的一些子孔径没有数据, 为了分析方便, 我们取 9×9 的子孔径上的数据进行分析, 图 2 和图 3 给出了其中两组数据的分析结果, 对于图 2 和图 3 的 Rytov 方差分别为 $\sigma_x^2 = 0.1$ 和 $\sigma_x^2 = 0.31$ 。从图 2 中可以看出, 在这个区域内有一负的不连续点, 当然相位不连续点一般是成对出现的, 这说明有另一不连续点处在我们所分析

的区域外,而在图 3 所选取的分析区域内有一不连续点对存在。

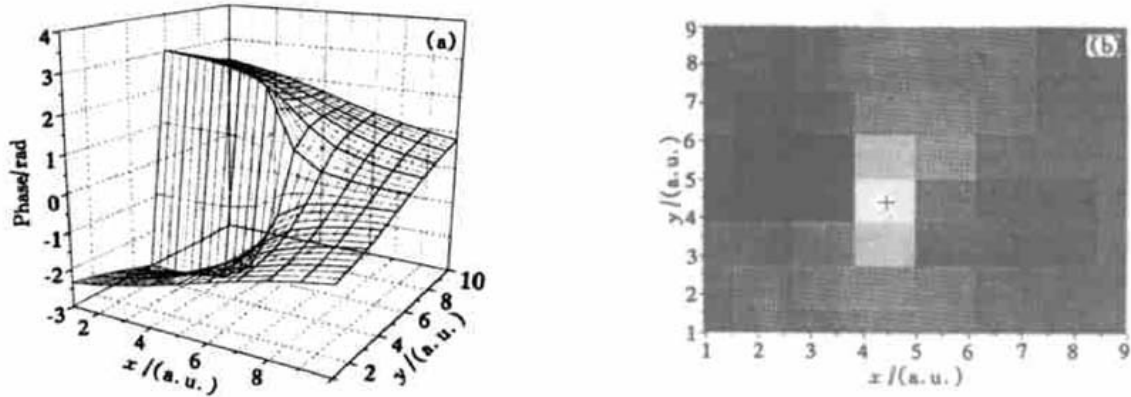


Fig. 1 (a) Reconstruction of 9×9 phases of $U(x, y) = x + iy$ from simulated phase gradient measurements. (b) The automatic branch point detection by Eq. (2), the “+” denotes location of a positive branch point

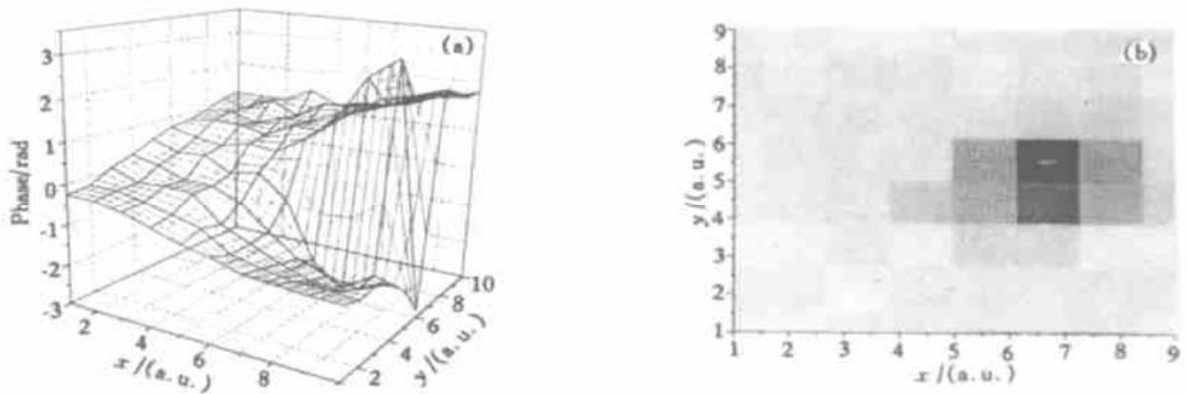


Fig. 2 (a) The discontinuous phase reconstructed from the measured phase gradient. There is a branch point. (b) The automatic branch point detection by Eq. (2), the “-” denotes location of a negative branch point

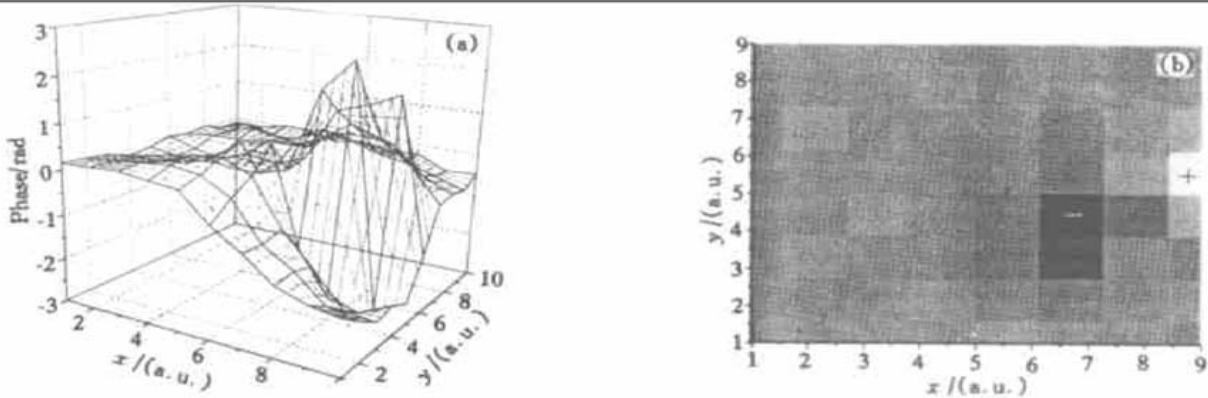


Fig. 3 (a) The discontinuous phase reconstructed from the measured phase gradient. There is a branch-point pair. (b) The automatic branch point detection by Eq. (2), the “+” and “-” denotes location of a positive branch point and a negative branch point respectively

结论 已经证明,直接利用斜率数据进行最小方差波前复原扣除了波前中可能存在的不连续结构。我们提出了同时利用哈特曼波前传感器测量的子孔径波前斜率和光强数据进行信标光场的复原算法。由于光场函数是连续的,所以可以进行光场函数的最小方差复原计算。而且,在该算法中,由于利用了子孔径光强的开方作为权重因子,同时,再乘上一个小于 1 的因子,从而,弱光强子孔径斜率测量误差被大大抑制。如图 2(a) 和图 3(a) 所示为利用场复原算

法得到的信标相位。由图 3(a) 可以看到,信标波前中确实出现了 2π 相位突变。图 3(b) 为由图 3(a) 所示波前斜率数据计算得到的旋度分布结果。由图 3(b) 可以看出,该相位结构是由一正、一分两个相位不连续点形成的,即相位切变线(Branch cut)。这证明了激光大气传输强湍流效应情况下确实存在相位不连续性,为了提高强湍流效应情况下的自适应光学的补偿效果,必须要克服这种相位不连续性的影响。

参考文献

- [1] Fried D L, Vaughn J L. Branch cuts in the phase function. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(15): 2865~ 2882
- [2] Primmerman C A, Price T R, Humphreys R A *et al.*. Atmospheric compensation experiments in strong scintillation conditions. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(12): 2081~ 2088
- [3] Fried D L. Branch point problem in adaptive optics. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1998, **15**(10): 2759~ 2768
- [4] Bigot E O L, Wild W J, Kibblewhite E J. Reconstruction of discontinuous light-phase functions. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(1): 10~ 12
- [5] Bigot E O L, Wild W J, Kibblewhite E J. Branch point reconstructors for discontinuous light phase functions. *Proc. SPIE*, 1998, **3381**: 76~ 87
- [6] Hudgin R H. Wave front reconstruction for compensated imaging. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(3): 375~ 378

Detection of Branch-Point in Light Phase

Fan Chengyu Wang Yingjian Gong Zhiben

(Key Lab of Atmospheric Optics of National High Technology, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031)

(Received 2 August 2000; revised 18 December 2000)

Abstract: An improved algorithm of beacon light phase reconstructed is developed with the data of slope and data of intensity of subaperture measured by Hartmann sensor. This measured data of phase gradient is analyzed based on the improved algorithm. The result shows that there is branch points in beacon light phase in strong scintillation for the measured phase-gradient.

Key words: branch point; detection; adaptive optics