

文章编号: 0253-2239(2001)11-1331-05

高功率激光放大器中光束的成丝和 B 积分*

文双春 范滇元

高功率激光物理国家重点实验室, 上海 201800
中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 研究了高功率激光放大器中光束的成丝问题。利用弗兰兹-诺德威克(Frantz Nodvik)模型将准稳态波动方程推广到介质有饱和增益的情形,进而得到高功率激光放大器中小尺度调制的传输方程。在小信号增益和饱和增益情形下,分别得到了小尺度调制方程的精确解析解和数值解。结果表明,对于相同的输入光强,增益使小尺度调制增益谱的范围加宽,最快增长频率增高,最大增长率提高;同时,在放大介质中,小尺度调制的最快增长频率和最大增长率还随传输距离变化。增益饱和效应使小尺度调制的增长速度以及 B 积分的增长低于无饱和放大情形。

关键词: 小尺度自聚焦; 成丝; B 积分; 高功率激光器
中图分类号: O437.5 文献标识码: A

1 引 言

在惯性约束聚变(ICF)驱动器内,高功率激光通过系统的传输现象涉及衍射、放大、非线性自聚焦和频率变换等多种物理过程,综合的理论处理是很复杂的。已有的理论大多作分解处理,针对实际问题,每次处理一或二个过程,略去其它物理因素的作用。但是,为准确定量地解答实际系统在实验上出现的问题,有必要多因素同时考虑。本文研究惯性约束聚变驱动器内高功率激光的成丝(因小尺度自聚焦而成丝)问题,这是一个衍射、放大、自聚焦三种过程同时作用的事例。

高功率激光通过介质时所出现的成丝现象是一个阻碍激光驱动器负载的提高和使光束质量变坏的重大实际问题。Bespalov 和 Talanov 关于小尺度自聚焦的经典理论(简称 B-T 理论)^[1]对成丝现象给出了比较简单而清晰的解释。该理论基于如下准稳态波动方程

$$\nabla_{\perp}^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = -2k^2 \left[\frac{\Delta n}{n_0} \right] A, \quad (1)$$

式中 A 为光场的慢变包络, z 为传输距离, k 为光波波数, Δn 为相对于线性折射率 n_0 而言的附加变化, $\Delta n = n_2 |A|^2/2$, n_2 为非线性折射系数。在假定横截面上平均光强是常数、传输过程中不随距离变化的条件下对小尺度调制导出了简化的传输方程和最

快增长频率 κ_{\max} 、最大增长率 η_{\max} 以及 B 积分等著名结果:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{\max}^2 &= k^2 \frac{n_2}{n_0} A_0^2, \\ \eta_{\max} &= \frac{1}{2} k \frac{n_2}{n_0} A_0^2, \\ B &= \int_0^z \eta_{\max} dz', \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 A_0 为初始光场的振幅。美国劳伦斯-利弗莫尔国家实验室的科学家进一步把 B 积分作为强激光系统设计的重要判据之一,用以衡量小尺度非线性效应的程度^[2]。但是,在实际的强激光系统中,光束通常是在有增益尤其是饱和增益的介质中传输,因此背景光强总是随传输距离 z 不断变化的,这时关于成丝的 B-T 理论必须修正和推广。在文献[3]中,我们将 B-T 理论推广到了介质有小信号增益的情形,得到了小尺度调制方程的近似解析解并发现激光器工作在小输入大增益状态下可以有效地抑制小尺度自聚焦所造成的介质破坏效应。本文进一步研究放大介质中的光束成丝问题,着重考察增益饱和效应对光束成丝和 B 积分的影响。首先,利用弗兰兹-诺德威克模型将准稳态波动方程推广到介质有饱和增益情形,进而推导出有增益时的小尺度调制方程;在考虑小信号增益的情形下,得到了用虚数阶修正的贝塞尔函数表示的小尺度调制方程的精确解析解。在增益饱和情形下,数值求解了所得到的的小尺度调制方程,得到了增益饱和介质中小尺度调制增

* 国家高技术研究发展计划(863-416-5)资助课题。

收稿日期: 2000-07-11; 收到修改稿日期: 2000-10-16

益谱和 B 积分的变化规律。

2 增益饱和介质中的准稳态波动方程

在综合考虑衍射、放大、非线性自聚焦三种物理过程同时作用的情况下,光场的慢变包络 A 仍然遵循形如(1)式的准稳态波动方程,但折射率的变化为

$$\Delta n = \frac{n_2}{2} |A|^2 - i \frac{n_0}{2k} \beta, \quad (3)$$

式中增益系数 β 是针对光能量(或功率)而言,所以对电场来说,系数要除以 2。当满足小信号条件时增益系数 β 为常数(等于初始的小信号增益系数),一般情况下它是初始反转数、光束强度和材料参数的复杂函数。通过光强放大倍数

$$G(z, t) = I_{\text{out}}(z, t) / I_{\text{in}}(0, t) = \exp(\beta z)$$

作为中间变量,可导出其具体表达式,其中 $I_{\text{in}}(0, t)$ 和 $I_{\text{out}}(z, t)$ 分别为输入端和输出端光强, z 为增益介质长度。 G 可由粒子数速率方程和光脉冲输运方程联列解出,在介质损耗不很大时,可用弗兰兹-诺德威克简化模型求出 G 的解析表达式

$$G(z, \tau) = \frac{g_0 \exp W_\tau}{1 + g_0 (\exp W_\tau - 1)}, \quad (4)$$

其中, $g_0 = \exp(\beta_0 z)$ 为小信号放大倍数, β_0 为初始小信号增益系数; τ 为初始输入的脉冲宽度; $W_\tau = \int_0^\tau I_{\text{in}}(0, t) / E_s dt$ 是从 0 到 τ 期间注入放大介质的光能量,这个能量与放大过程中反转粒子消耗量相关联,反映了增益饱和的程度; E_s 为饱和能密度,与受激发射截面、能级弛豫速率等因素有关,对于国产钕玻璃,它约等于 4.7 J/cm^2 。在小信号放大情形中,(4)式可近似为 $G(z) = \exp(\beta_0 z)$,它和输入光强无关。

这样,在同时考虑非线性折射率和增益的情况下, Δn 的表达式为

$$\Delta n = \frac{1}{2} n_2 |A|^2 - i \frac{n_0}{2k} \frac{\ln G}{z}, \quad (5)$$

此时,波动方程(1)的形式虽然和以前一样,但内容却涵盖了衍射效应、非线性自聚焦和光强随传输距离改变三种物理过程的综合效应。

3 小尺度调制方程

对于小尺度调制情况,按常规处理方法,考察叠加在方程(1)的稳态解上的小的振幅调制和相位调

制的演化情况。在这种情况下,方程(1)的一般解可写为

$$A(x, y, z) = a \exp(i\phi), \quad (6)$$

其中 a 和 ϕ 分别为受调制的振幅和相位:

$$a(x, y, z) = A_0(z) [1 + u(z) \phi_\kappa(x, y)], \quad (7)$$

$$\phi(x, y, z) = \phi_0(z) + v(z) \phi_\kappa(x, y), \quad (8)$$

这儿 A_0 、 ϕ_0 表示未受调制的连续波解, $u(z)$ 和 $v(z)$ 分别表示振幅调制和相位调制的幅值。将每个调制看作是一个随传输距离 z 变化的函数(初始时很小)与函数 $\phi_\kappa(x, y)$ 的乘积, $\phi_\kappa(x, y)$ 是横向拉普拉斯算符的本征函数,即: $\nabla_\perp^2 \phi_\kappa = -\kappa^2 \phi_\kappa$, 其中本征值 κ 可看作是调制的横向波矢,其倒数与调制的横向特征尺寸有关。一般地,将本征函数 $\phi_\kappa(x, y)$ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_\kappa(x, y) &= \cos(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y), \\ \kappa^2 &= \kappa_x^2 + \kappa_y^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将(6)式代入(1)式并利用(3)式,经过一些运算,得零阶调制方程为

$$\left. \begin{aligned} dA_0/dz &= (\beta/2) A_0, \\ d\phi_0/dz &= \kappa(n_2/2n_0) A_0^2, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

它的解即是方程(1)的平面波解。一阶调制方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dz} + \frac{1}{A_0} \frac{dA_0}{dz} u - \frac{\kappa^2}{2k} v &= \frac{\beta}{2} u, \\ \frac{dv}{dz} + \frac{d\phi_0}{dz} u + \frac{\kappa^2}{2k} u &= k \frac{3n_2}{2n_0} A_0^2 u. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

假设弱调制情况,即 $|u|, |v| \ll 1$, 并在线性范围内研究小尺度调制的增长,那么我们只要零阶方程和一阶方程就够了。方程组(11)消去 v 并利用(10)式,可得 u 的方程:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{\kappa^2}{4k^2} \left[2k^2 \frac{v_{\text{in}}}{n_0} G(z) - \kappa^2 \right] u, \quad (12)$$

式中 $v = 2n_2/(n_0 c \epsilon_0)$, $I_{\text{in}} = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 A_0^2(0)$ 为输入端光场强度,它与输入端能量密度的关系可简单地表示为: $E_{\text{in}} = I_{\text{in}} \tau$ 。

此外,由(10)式的第一式和(11)式的第一式可得

$$du/dz = [\kappa^2/(2k)] v, \quad (13)$$

所以,小尺度调制演化实际上归结于一个方程,即振幅调制的演化方程(12),知道了振幅调制,则由方程(13)可知相位调制。一般地,(12)式的初始条件为

$$u|_{z=0} = u_0, \quad \left. \frac{du}{dz} \right|_{z=0} = \frac{\kappa^2}{2k} v_0. \quad (14)$$

显然,第一个初始条件表示振幅调制,第二个初始条

件表示相位调制。方程(12)加上初始条件(14)即是我们要求解的小尺度调制方程。

4 小尺度调制方程的解

方程(12)的解析求解是比较困难的。下面我们分两种情况分别处理。

4.1 小信号情形下小尺度调制方程的精确解

令 $\kappa_{c0} = \sqrt{2k^2 \frac{y_{in}}{n_0}}$ 并作替换: $\theta = \kappa / \kappa_{c0}, \sigma =$

$\kappa_{c0}^2 / (\beta_0 k), v = \sigma \theta^2, \zeta = \sigma \theta \exp(\beta_0 z / 2)$, 结合(5)式, 方程(12)可化成下列形式的虚数阶贝塞尔方程:

$$\frac{d^2 u}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{du}{d\zeta} - \left[1 + \frac{(iv)^2}{\zeta^2} \right] u = 0, \quad (15)$$

我们感兴趣的是实数解, 它可表示为 $I_{iv}(\zeta)$ 的实部和虚部的线性组合^[4]:

$$u(\zeta) = C_1 \text{Re}[I_{iv}(\zeta)] + C_2 \text{Im}[I_{iv}(\zeta)], \quad (16)$$

$I_{iv}(\zeta)$ 为贝塞尔函数, 系数 C_1, C_2 由初始条件(14)式确定,

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\text{Im}[I'_{iv}(\sigma\theta)]u_0 - \text{Im}[I_{iv}(\sigma\theta)]\theta v_0}{\text{Re}[I_{iv}(\sigma\theta)]\text{Im}[I'_{iv}(\sigma\theta)] - \text{Im}[I_{iv}(\sigma\theta)]\text{Re}[I'_{iv}(\sigma\theta)]}, \\ C_2 &= \frac{-\text{Re}[I'_{iv}(\sigma\theta)]u_0 + \text{Re}[I_{iv}(\sigma\theta)]\theta v_0}{\text{Re}[I_{iv}(\sigma\theta)]\text{Im}[I'_{iv}(\sigma\theta)] - \text{Im}[I_{iv}(\sigma\theta)]\text{Re}[I'_{iv}(\sigma\theta)]}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中撇表示对宗量求微分, u_0, v_0 为 u, v 的初值。

(17) 式代入(16) 式, 整理后得振幅调制的演化规律:

$$u(\theta, z) = \frac{\pi \sigma \theta u_0 \text{Im}[I'_{iv}(\sigma\theta) L_{iv}(\sigma \theta e^{\beta_0 z/2})]}{\sinh(\pi \sigma \theta^2)} - \frac{\pi \sigma \theta^2 v_0 \text{Im}[I_{iv}(\sigma\theta) L_{iv}(\sigma \theta e^{\beta_0 z/2})]}{\sinh(\pi \sigma \theta^2)}. \quad (18)$$

上式代入(13) 式可得到相位调制的演化规律。

若 $v_0 = 0$, 则得调制场的指数增长率为

$$\Gamma(\theta, z) = \ln \frac{u}{u_0} = \ln \left[\frac{\pi \sigma \theta}{\sinh(\pi \sigma \theta^2)} \times \text{Im}[I'_{iv}(\sigma\theta) L_{iv}(\sigma \theta e^{\beta_0 z/2})] \right]. \quad (19)$$

4.2 一般情形下小尺度调制方程的数值解

一般情形下, 很难求得方程(12)的解析解, 只能用计算机数值求解。由于我们主要关心的是调制场的指数增长情形, 所以假设方程(12)有如下形式的解:

$$u(z) = u_0 \exp \left[\int_0^z \eta(z') dz' \right], \quad (20)$$

上式代入方程(12), 得调制增长率 $\eta(z)$ 的方程:

$$\frac{d\eta}{dz} + \eta^2 = \frac{\kappa^2}{4k^2} \left[2k^2 \frac{y_{in}}{n_0} G(z) - \kappa^2 \right]. \quad (21)$$

我们用变步长龙格-库塔法(Runge-Kutta)求解(21)式。考虑激光束在钕玻璃棒状放大器中的传输, 放大器小信号增益系数为 0.05 cm^{-1} 。激光波长 $\lambda = 1053 \text{ nm}$, 初始输入的脉冲宽度 $\tau = 1 \text{ ns}$; $z = z_0 = 40 \text{ cm}$, 其中 z_0 为钕玻璃棒长度, 线性折射率为 $n_0 = 1.5$, 非线性折射率 $n_2 = 1.29 \times 10^{-22} \text{ m}^2/\text{V}^2$ 。

图 1 所示是初始输入光强 $I_{in} = 10^9 \text{ W/cm}^2$ 时小尺度调制的增长率随调制频率的变化。为便于比较, 相同的输入光强情形下无增益和有增益但无饱和效应(此时其变化规律相当于小信号放大情形, 所以我们称它为小信号增益情形)下的变化关系也示于图中, 其中后者是根据前面的解析结果得到的。由图 1 可见, 对于相同的输入光强, 增益使小尺度调制增益谱的范围加宽、最快增长频率增大、最大增长率提高。这说明介质增益在使背景光强放大的同时, 也使小尺度调制进一步增长。其实, 这种增长的原因正是因为背景光强的不断增强。由 B-T 理论可知, 在没有放大的情况下, 最大增长率与背景光强成正比, 而最快增长频率与背景光强的平方根成正比。此外, 由图 1 还可看出, 无饱和增益对小尺度调制增益谱的影响比饱和增益更大, 这说明饱和效应不仅限制了背景光强的增长速度, 同时也限制了小

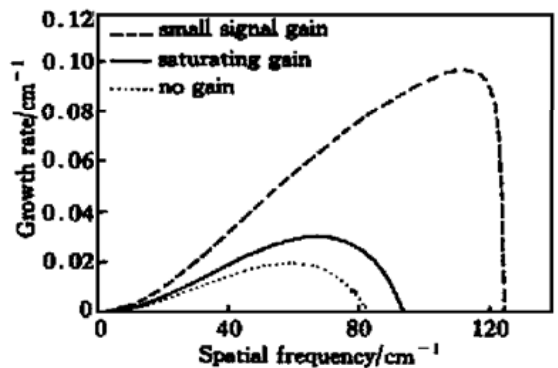


Fig. 1 Gain spectra for small scale modulations in the cases of small signal gain, saturating gain, and no gain

尺度调制的增长速度。

图 2 所示是增益饱和情形下小尺度调制增长率随传播距离和空间频率变化的三维图。与 B-T 理论的明显区别是在增益饱和情形下,小尺度调制的最快增长频率、临界增长频率以及最大增长率均随传播距离变化。这就意味着在不同的传播距离内有不同的最危险的小尺度调制成分。一般地,我们用空间滤波器来抑制最危险的小尺度调制,滤波器的小孔大小由最快增长频率确定。上述规律告诉我们,将滤波器安置在不同的位置时,应该相应地调整滤波小孔的大小,光束经过放大介质的距离越长,小尺度调制的最快增长频率越高,即调制尺寸越小,要求滤波小孔越小。

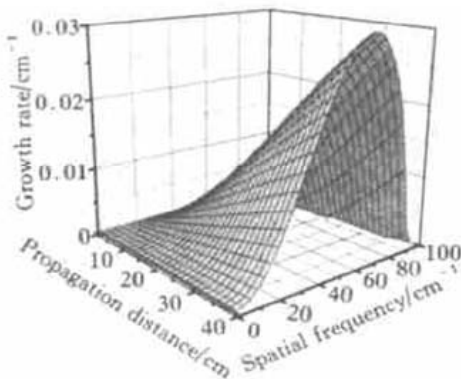


Fig. 2 Variation of the growth rate of small-scale modulations with propagation distance and spatial frequency in the case of saturating gain

在高功率激光放大器中,当输入能密度远小于饱和能密度时,增益的变化较平稳;而随着输入能密度的增大,增益迅速下降,最后趋于饱和。这说明光的放大与输入光强密切相关。同样地,在饱和增益情形下,小尺度调制场的放大也有类似的饱和效应。图 3(a) 和 3(b) 分别示出了小尺度调制的最快增长频率和最大增长率随输入光强的变化。可以看出,当输入光强较小时,这两个量随输入光强的增长速度比没有增益时要快;而随着输入光强的增大,它们的增长速度逐渐下降,最后几乎与无增益情形一致。

在高功率固体激光器的设计中,一般根据光束通过相邻两个空间滤波器之间的放大介质所积累的 B 积分值来确定小尺度调制的危害程度。如在美国国家点火装置(NIF)中认为 B 积分值超过 2 时,介质可能遭到因小尺度自聚焦而形成的细丝的破坏^[5]。所以,知道在给定的条件下 B 积分随传播距离的变化规律对实际工作是有指导意义的。按照 B-T 理论对 B 积分的定义,在介质没有增益时,因光强不变,所以最快增长频率及其对应的最大增长率 η_{\max} 也不变, B 积分值随距离线性增长。在介质

有增益时,如上所述,最快增长频率和最大增长率均随传输距离变化,所以光束经过一段介质时所积累的 B 积分值并不唯一地对应某一个最快增长频率。这样,我们在计算光束经过这一段介质所积累的 B 积分时应该将介质分成许多足够短的小段,然后根据各小段上的光强计算出最大增长率,从而得到各小段上的 B 积分,整段介质的 B 积分是各小段介质的 B 积分之和。图 4 所示是初始输入光强为 1 GW/cm^2 时,在介质无增益以及有小信号增益和饱和增益情形下 B 积分随传输距离的变化。可见,对于相同的输入功率,光束在增益饱和介质中的 B 积分随传输距离的增长比在无增益介质中的要快,但比在小信号放大情形中的要慢。

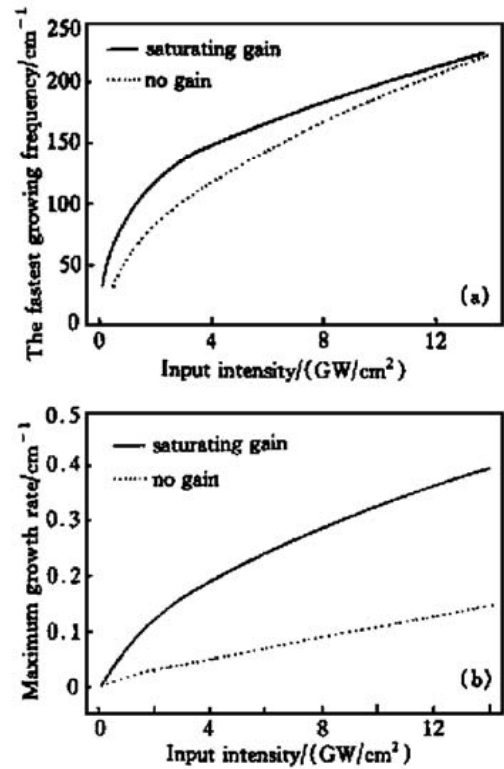


Fig. 3 Variations of the fastest growing frequency (a), and the maximum growth rate (b) of small-scale modulations with the input intensity in the cases of saturating gain and no gain

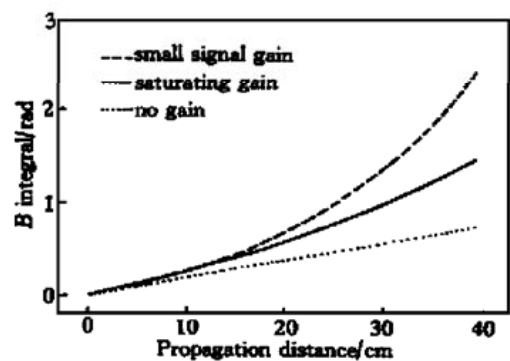


Fig. 4 Variation of B integral with propagation distance in the case of small signal gain, saturating gain, and no gain

结论 当介质有增益时, 因背景光强随传输距离不断变化, 所以导致小尺度调制增益谱也不断变化, 主要是小尺度调制增长的频率范围加宽、最快增长频率增高、最大增长率提高; 同时, 在放大介质中, 小尺度调制的最快增长频率和最大增长率还随传输距离变化。这就意味着在不同的传输距离内有不同的最危险的小尺度调制成分。所以在安置滤波器时, 应该根据小尺度调制的这种规律相应地调整滤波小孔的大小。

增益饱和效应不仅限制背景光强的放大, 同时也使小尺度调制的增长速度以及 B 积分的增长低于无饱和放大情形。

参 考 文 献

- [1] Bespalov V I, Talanov V I. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids. *JETP Lett.*, 1966, **3**(12): 307~310
- [2] Glass A J, Goodwin E J, Trenholme J B. Characterization of optical nonlinearity in transparent dielectrics and implications for fusion laser design. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**(9): 28D~29D
- [3] 文双春, 范滇元. 增益(损耗)介质中高功率激光束的小尺度自聚焦理论研究. *物理学报*, 2000, **49**(7): 1282~1286
- [4] Karlsson M. Modulational instability in lossy optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(11): 2071~2077
- [5] Williams W, Trenholme J, Orth C *et al.*. NIF design optimization. LLNL Laser Program Quarterly Report, 1996, UCRL-LR-105821-96-4: 181~191

Filamentation of Intense Laser Beam in High Power Laser and the B Integral

Wen Shuangchun Fan Dianyuan

National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai 201800,
Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800
 (Received 11 July 2000; Revised 16 October 2000)

Abstract: The problem of filamentation of optical beam in high power laser is studied by taking into account the effect of saturating gain. A set of propagation equations for small-scale modulation is derived. An exact analytic solution to the derived equation is obtained in the case of small signal gain. In the case of saturating gain, the obtained equation is solved numerically. It is found that for a given input power, the cutoff spatial frequency, the fastest growing frequency and the maximum growth rate increase in an amplifying medium, and varied with propagation distance. The saturating effect of gain lowers the growth rate of the B integral and the small-scale modulation propagating in the amplifying medium.

Key words: small-scale self-focusing; filamentation; B integral; high-power laser