

文章编号: 0253-2239(2001)11-1321-05

含克尔介质高 Q 腔内“单模场-单原子”系统的腔场谱*

高云峰¹⁾ 冯 健^{2),3)} 宋同强⁴⁾

- 1), 聊城师范学院教育工程系, 聊城 252059
- 2), 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室, 合肥 230031
- 3), 聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059
- 4), 宁波大学物理系, 宁波 315211

摘要: 研究了充满克尔介质的高 Q 腔和二能级原子系统的腔场谱, 讨论了克尔效应对谱结构的影响。发现克尔介质与腔场的耦合会使数态光场腔场谱中的原共振谱线分裂成频差为 $2x$ 的双线, 且双线的“中心频率”随初态光子数的增加而远离共振频率。当初始光场为光子数态的叠加态时, 腔场谱在强耦合情况下一般为多峰结构, 峰的个数随着初始平均光强的增大而增加。

关键词: 腔场谱; 克尔介质; J-C 模型

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引 言

Jaynes-Cummings(简称 J-C)模型是描述原子与光场相互作用最简单的模型。近年来,随着人们对该模型的实验演示^[1]和对真空场拉比劈裂^[2]实际观测^[3]的相继成功,这一模型的理论价值和真实物理背景更加得到重视,各种推广的 J-C 模型相继提出。Buzek 和 Jex^[4,5]将 J-C 模型和克尔介质结合在一起考虑,讨论了含克尔介质的 J-C 模型中二能级原子的动力学行为和辐射谱。近年来,含克尔介质 J-C 模型中原子辐射谱^[6]、光子的反聚束效应^[7]和场熵演化^[8]都得到了研究,克尔介质与原子和光场相互作用的量子特性逐步被揭示出来。

另一方面,作为获得光场与原子相互作用信息的重要手段,光谱研究一直是量子光学中的热点问题。在腔场与腔内原子和介质相互作用时,光谱结构会明显地偏离原共振谱。原子辐射谱和腔场谱各自从不同侧面反映出原子与光场相互作用的特点。在实验当中,“原子-腔场”耦合模型是利用微波激光器来实现的,由于在微波波段直接测量腔内光场十分困难,原子与光场相互作用的量子特性需要从原子辐射谱的测量来验证。在光波波段,腔场谱可以

利用光子计数技术测量。测量腔场谱不仅有利于加深对腔内量子化光场自身特性的理解,还可以推断光与物质相互作用的性质。虽然这种测量会引起腔场损耗,但在损耗很小时,测到的腔场谱十分接近理想腔的谱^[9]。近年来,腔场谱的研究成为新的热点,计及斯塔克效应的双光子 J-C 模型、非简并双光子 J-C 模型和两原子双光子 J-C 模型的腔场谱相继得到了研究^[10~12]。本文将就克尔效应对腔场谱的影响作一理论研究。

2 模型和腔场谱的计算公式

由充满克尔介质的高 Q 腔和被嵌制在其中的单个二能级原子组成的系统,单模辐射场注入后,克尔介质与原子和单模辐射场同时耦合相互作用。在旋波近似条件下,系统的等效哈密顿量为(取 $\hbar = 1$)^[5]

$$H = \omega_0 \left[a^\dagger a + \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2} \omega_a \sigma_z + x a^{\dagger 2} a^2 + g (a^\dagger \sigma + a \sigma^\dagger), \quad (1)$$

其中 a^\dagger 、 a 分别为光子的产生和湮灭算符; σ^\dagger 、 σ 和 σ_z 为原子的赝自旋算符。 g 为原子与腔场的耦合常数, x 为克尔介质三阶极化率,它给出了克尔介质三阶非线性的色散部分, ω_0 为含克尔介质时等效的腔场频率, ω_a 为原子的跃迁频率。

系统的基矢可取为

* 山东省自然科学基金(Q99A03)资助课题。

收稿日期: 2000-03-09; 收到修改稿日期: 2000-07-28

$$|\Psi_1^n\rangle = |+, n\rangle, \quad |\Psi_2^n\rangle = |-, n+1\rangle. \quad (2)$$

上式中的两个量子数+ (-) 和 n 分别表示原子所处的能级和腔场的光子数。

(1) 式的本征方程为

$$H |\Phi_j^n\rangle = E_j^n |\Phi_j^n\rangle \quad (j = 1, 2), \quad (3)$$

$$|\Phi_j^n\rangle = \sum_{m=1}^2 C_{jm}^n |\Psi_m^n\rangle \quad (j = 1, 2). \quad (4)$$

E_j^n 和 $|\Phi_j^n\rangle$ 分别表示 H 的本征值和本征态, 其表达式可利用标准方法求出

$$E_j^n = \begin{cases} \omega_0(n+1) + \kappa n^2 + \delta_j \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ (j = 1, 2; n \geq 0), \\ -\Delta/2 \quad (j = 2; n = -1) \end{cases} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^n = C_{22}^n &= \frac{\sqrt{A_n^2 + B_n^2} + A_n}{\sqrt{2(A_n^2 + B_n^2 + A_n) \sqrt{A_n^2 + B_n^2}}}, \\ C_{12}^n = -C_{21}^n &= \frac{B_n}{\sqrt{2(A_n^2 + B_n^2 + A_n) \sqrt{A_n^2 + B_n^2}}}, \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

$$(n \geq 0),$$

$$C_{21}^n = 0, \quad C_{22}^n = 1 \quad (n = -1). \quad (6b)$$

在(5)式、(6)式中, $A_n = \frac{\Delta}{2} - \kappa n$, $B_n = g \sqrt{n+1}$, $\delta_{1,2} = \pm 1$, 而 $\Delta = \omega_a - \omega_0$ 为失谐量。按照物理谱的定义, 该系统的腔场谱按下式计算^[13]

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \langle \Phi(0) | a^\dagger(t') a(t) | \Phi(0) \rangle, \quad (7)$$

其中, Γ 为谱仪的带宽, T 为测量时间, $|\Phi(0)\rangle$ 为系统的初态。若初始时刻原子处于激发态而光场处于任意态, 即

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n |+, n\rangle,$$

在共振条件下 ($\Delta = 0$), 经过繁杂的运算可以得到

$$S(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} P(n) F_n(\omega), \quad (8a)$$

$$F_n(\omega) = \sum_{l=1}^2 \left| \sum_{j=1}^2 z_{jl}^n G_{jl}^n \right|^2, \quad (8b)$$

$$z_{jl}^n = \frac{e^{i[\omega - \omega_0 - \kappa(2n-1) - \Omega_{jl}^n]T} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + i[\omega - \omega_0 - \kappa(2n-1) - \Omega_{jl}^n]}. \quad (8c)$$

$$G_{jl}^n = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^n C_{lk}^n C_{lk}^n b_k^n, \quad (8d)$$

$$b_k^n = \sqrt{n+k-1} \quad (k = 1, 2), \quad (8e)$$

$$\Omega_{jl}^n = \delta_j \sqrt{A_n^2 + B_n^2} - \delta_l \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \delta_j \sqrt{\kappa^2 n^2 + g^2(n+1)} - \delta_l \sqrt{\kappa^2(n-1)^2 + g^2 n}, \quad (8f)$$

其中 $P(n) = q_n^* q_n$ 为初态光场的光子数分布, n' 代表 $n-1$ 。

利用(6)式和(8)式, 可以计算腔场谱。

3 谱结构的解析分析和数值计算结果

3.1 初始光场为 Fock 态

当初始光场为 Fock 态时, 腔场谱结构特征可由

(8)式分析得出。由(8b)~(8d)式可知, 此时腔场谱的峰位和相对峰高分别是由 $\omega_{jl}^n = \omega_0 + \kappa(2n-1) + \Omega_{jl}^n$ 和 G_{jl}^n 决定的。当 $n=0$ 时, l 只能取 2 而 j 可取 1, 2, 这时腔场谱中有两个峰, 这就是真空场的拉比峰; 当 $n > 0$ 时, j, l 分别可取 1, 2, 腔场谱中最多将可能出现四个峰, 但有些 ω_{jl}^n 对应的 G_{jl}^n 太小, 实际上的峰数将会少于四个。数值计算表明, 当 n 较大时, 与 ω_{12}^n 和 ω_{21}^n 相对应的两峰都因峰高太小而消失。进一步分析(8f)式可知, 克尔效应对腔场谱频率的影响表现在两个方面:

一是使其“中心频率”按 $\kappa(2n-1)$ 的规律偏离原频率 ω_0 ($n > 0$), 二是产生频差为 2κ 的劈裂。

对(8f)式的分析还表明, 原子与腔场的耦合只能使腔场谱频率产生裂距为 $2g/(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ 的劈裂而不会造成“中心频率”的移动, 当 n 较大时, 这个劈裂的裂距趋于零。由此可知, 腔内原子对腔场谱频率的影响只在初始光场较弱时才比较明显, 而克尔效应的影响则无论初始场是强还是弱都不能忽略。

图 1 给出了初始光场为 Fock 态时腔场谱的数值计算结果。当初始场为真空态 ($n=0$) 时, 无论 κ 是否为零, 腔场谱总是对称的双峰结构, 与标准 J-C 模型在真空态时的腔场谱相同, 与同一模型在相应初态下的原子辐射谱^[5]也是完全一样的。这表明, 克尔介质与真空场无耦合, 腔场谱的劈裂仍然是原子与真空场相互作用的结果。

图 1(a) 是标准 J-C 模型(即 $x=0$)的腔场谱, 它在 n 较小时为对称双峰结构, 随着 n 的增大, 两峰逐渐向中心靠拢而合并为单峰, 即表现为经典的共振谱。这与该模型的原子辐射谱明显不同, 后者在

n 较小时为对称四峰结构, 随着 n 的增大, 中间两峰也逐渐向中心靠拢而合并为一个峰, 但外侧两峰却逐渐远离中心, 最后形成三峰结构^[5]。

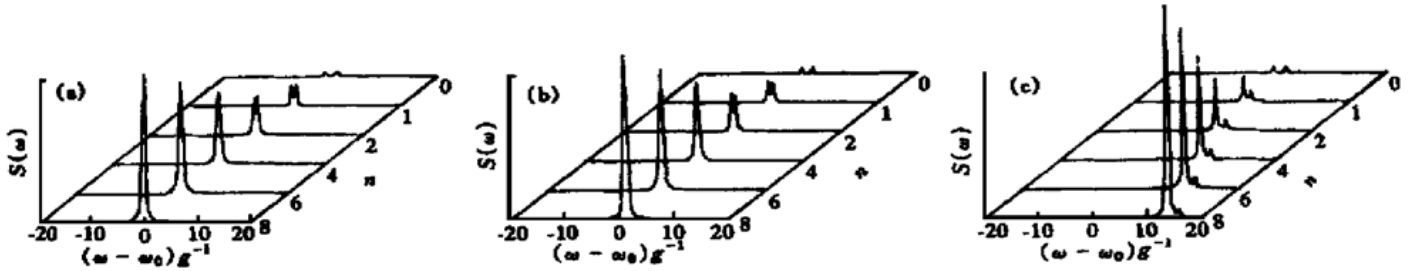


Fig. 1 Cavity field spectrum with the field in a pure number state initially when (a) $x=0$; (b) $x/g=0.1$; (c) $x/g=1$. Parameters $\Gamma=0.2g$, $T=20/g$

当 $x/g=0.1$ 时, 克尔介质与场的耦合较弱。在 n 较小时, 腔场谱仍为双线结构, 但两谱线的强度明显不同, 这时克尔效应的影响主要是破坏了对称性: 在 n 较大的情况下, 谱结构退化为单峰, 但其峰位随 n 的增大逐渐远离共振频率[图 1(b)], 表明腔场谱的频率随克尔效应的增强而升高。与标准 J-C 模型相比较可见, 在 x 较小时, 光场与克尔介质和光场与原子两种耦合都起作用, 腔场谱结构即表现出标准 J-C 模型的特征, 又显示出克尔效应的影响。

当 $x/g=1$ 时, 除 $n=1$ 时可出现三个峰外, 其他情况下均为双峰结构, 其中一峰高度随初始光强的增加而迅速增加, 另一峰的高度则表现的与初始光强无关, 两峰分别定位于 $\omega_0 + (2n-1)g \pm g$ 处[图 1(c)]。这时, 谱结构已与标准 J-C 模型的腔场谱无多少相似之处, 表明场与原子的耦合被抑制, 谱结构主要由克尔效应决定。这是因为当克尔介质与腔场达到强耦合时, 原子将较长时间地被束缚在激发态, 它与光场基本不交换能量, 接近于退耦合的缘故^[4]。

3.2 初始光场为光子数态的叠加态

若光场的初态为光子数态的叠加态, 由 8(a) 式可知, 腔场谱也是数态光场腔场谱的叠加结果, 它的主要特征也可以由初始处于数态的结果反映出来。但是, 不同的叠加态其腔场谱仍具有不同的特点, 下面对相干态和压缩真空态进行讨论。

3.2.1 初始光场为相干态

在 $x=0$ 时, 腔场谱结构随 n 变化与图 1(a) 基本相同。当 $x/g=0.1$ 时, 腔场谱在 $n < 0.1$ 时仍为双峰结构; 而在 $0.1 < n < 1$ 时可呈现出相互靠近的四个峰或三个峰; 在 $n > 1$ 时, 腔场谱只有单

峰, 其峰位随 n 增大而越来越偏离 ω_0 , 线宽和强度也逐渐增大[图 2(a)]。当克尔介质与模场达到强耦合($x/g=1$)时, 腔场谱表现为相邻两峰间距为 $2x$ 的多峰结构, 随平均场强增大, 峰高只有比较慢的增长但峰的个数增加基本与 \bar{n} 成正比[图 2(b)], 峰群的中心也随 \bar{n} 的增大逐渐远离 ω_0 。这种谱结构与同一模型的原子辐射谱结构根本不同, 后者在强场时为经典共振谱^[5]。这种差别正是克尔介质与腔场强耦合时原子与腔场退耦合这一特征在光谱结构上的表现。

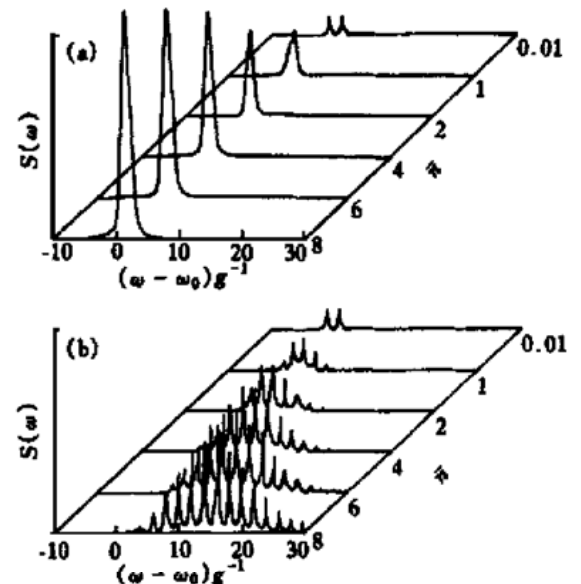


Fig. 2 Cavity field spectrum with the field in a coherent state initially when (a) $x/g=0.1$; (b) $x/g=1$. Parameters $\Gamma=0.2g$, $T=20/g$

形成这种多峰结构的原因是: 克尔效应所造成的腔场谱频率变化与光强成正比, 而相干态的强度是不确定的, 具有一定的强度分布, 不同强度的光场对应不同频率的谱线, 从而形成具有一定分布规律的谱线群。

3.2.2 初始光场为压缩真空态

即使在 $x=0$ 时, 压缩真空态的腔场谱[图 3(a)]与光子数态时也有差别, 但这种差别只在初始场较弱时才比较明显。当 $x/g=0.1$ 时, 腔场谱基本表现为一较宽范围的连续谱[图 3(b)], 但如果提高谱仪的分辨率(例如取 $\Gamma=0.02g$), 则可以看出它是许多谱线的集合; 当 $x/g=1$ 时, 腔场谱的基本特征为等距排列的多峰结构, 峰间距为 $4x$, 峰高随平均场强的变化并不明显, 但峰的个数随着 \bar{n} 的增大迅速增多[图 3(c)], 从而形成梳状结构。这种多峰谱结构与相干态的腔场谱有相同的形成机制, 由于二者的场强分布不同, 两种腔场谱中多峰的包络线和峰间距也不相同。

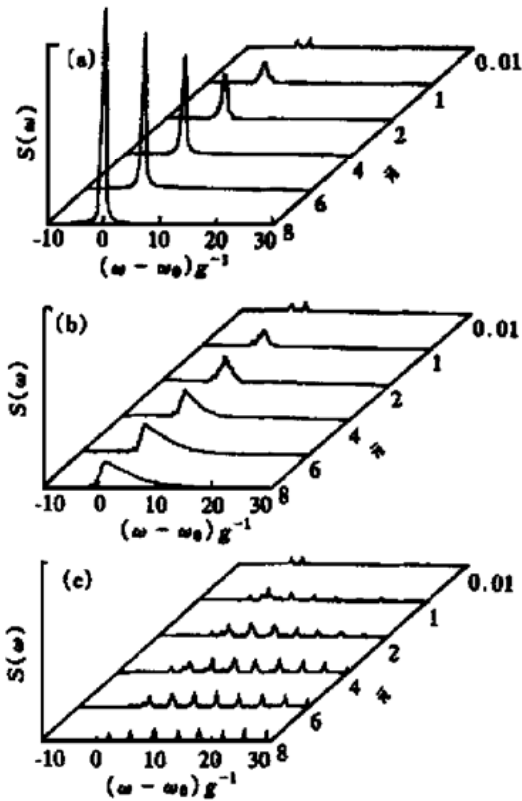


Fig. 3 Cavity field spectrum with the field in a squeezed vacuum state initially. when (a) $x=0$; (b) $x/g=0.1$; (c) $x/g=1$. Parameters $\Gamma=0.2g$, $T=20/g$

结论 克尔介质与腔场的耦合, 对数态光场的腔场谱结构产生两个方面的影响, 一方面使原共振谱线分裂为双线, 另一方面使双线的“中心频率”偏离原共振频率 ω_0 , 双线频差和“中心频率”的偏移量都与 x 成正比, 但双线频差与初始场强无关而偏移距离随初始场强的增大而增加。当初始光场为光子数态的叠加态时, 腔场谱在强耦合情况下一般为多峰结

构, 峰的个数随着初始光强的增大而增加但谱线间距仍是与 x 成正比而与初始场强无关。在腔内有克尔介质时, 通过测量腔场谱来测定腔内的相干态、压缩真空态等叠加态光场将是一种可能的方案, 因为这时光谱能够给出初始光场场强分布的信息。高 Q 腔中只含有二能级原子时, 腔场谱只在初始场较弱时发生谱线分裂, 在强场情况下仍为经典共振谱, 即原子只在弱场条件下影响腔场谱。而克尔介质对腔场谱的影响, 将随着初始光场强度的增加变得愈加显著。含克尔介质的 J-C 模型, 其腔场谱结构在真空场条件下由原子与模场的耦合决定, 在强场条件下由克尔效应决定。

参 考 文 献

- [1] Meschede D, Walther H, Muller G. One-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **54**(6): 551~ 554
- [2] Agarwal G S. Vacuum-field Rabi oscillation of atoms in a cavity. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1985, **2**(3): 480~ 485
- [3] Thompson R J, Rempe G, Kimble H J. Observation of normal mode splitting for an atom in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(8): 1132~ 1135
- [4] Buzek V, Jex I. Dynamics of two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, **78**(5/6): 425~ 435
- [5] Buzek V, Jex I. Emission spectra of two-level atom in a Kerr-like medium. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(5): 987~ 995
- [6] 冯 健, 宋同强, 高云峰. 高 Q Kerr 介质腔中非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的辐射谱. *光学学报*, 1996, **25**(11): 976~ 981
- [7] 刘堂昆. 含类 Kerr 介质的双光子 Jaynes-Cummings 模型中光子的反聚束效应. *量子电子学报*, 1997, **14**(3): 197~ 202
- [8] 方卯发, 刘惠恩. 附加克尔介质 Jaynes-Cummings 模型的场熵演化. *光学学报*, 1994, **14**(5): 475~ 479
- [9] Asharf M M. Emission spectra of a Λ -type quantum-beat three-level atom. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(1): 741~ 746
- [10] Nasreen T, Razmi M S K. Atomic emission and cavity field spectra for a two-photon Jaynes-Cummings model in the presence of the Stark shift. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **10**(7): 1292~ 1300
- [11] Ashraf M M. Cavity field spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(6): 5116~ 5121
- [12] 高云峰, 冯 健, 宋同强. 两原子双光子 Jaynes-Cummings 模型的腔场谱. *物理学报*, 1999, **48**(9): 1650~ 1658
- [13] Eberly J H, Wodkiewicz K. The time-dependent physical spectrum of light. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9): 1252~ 1261

Cavity Field Spectra of the Jaynes-Cummings Model with an Additional Kerr-Like Medium

Gao Yunfeng¹⁾ Feng Jian^{2), 3)} Song Tongqiang⁴⁾

- 1), *Department of Education Engineering, Liaocheng Teachers University, Liaocheng 252059*
2), *Laser Spectroscopy Laboratory, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031*
3), *Institute of Optical Communication, Liaocheng Teachers University, Liaocheng 252059*
4), *Department of Physics, Ningbo University, Ningbo 315211*

(Received 9 March 2000; revised 28 July 2000)

Abstract: The cavity field spectra for the Jaynes-Cummings model with an additional Kerr-like medium are investigated. It is found that the two-peak structure appears when the field state in pure number state initially. The peak-space is $2 \times$ and the “center frequency” of the spectrum is far away from the resonance frequency due to the increase of the field intensities. The cavity field spectra will be multi-peak structure and the peak-number increases quickly with the field intensities when the initial field is in superpositions of number states. The influences of the Kerr effect to the cavity field spectra become marked with the increases of the field intensities.

Key words: cavity field spectrum; Kerr-like medium; Jaynes-Cummings model