光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

文章编号：0253-2239(2001)10-1199-04

激光聚变中存在吸收的图像重建*

江少恩　郑志坚

（中国工程物理研究院激光聚变研究中心，绵阳 621900）

摘要： 提出了一种处理激光等离子体中含吸收的图像重建方法，且运用最大熵原理推导出适用于含吸收的重建算法。采用不同的图像实例进行模拟计算，结果表明采用吸收校正方法的精度明显高于不考虑吸收校正的精度。

关键词： 激光等离子体；图像重建；吸收校正

中图分类号：O434.1　　文献标识码：A

1 引　　言

在激光聚变研究中，内爆的对称性是达到高密度压缩的必要条件，对直接和间接驱动的惯性约束聚变均是如此[1]。直接驱动对激光的均匀性要求较高，间接驱动中黑腔对 X 光辐射场具有平滑作用，对激光辐照均匀性要求有所降低，但对激光在黑腔内产生的 X 光辐射场均匀性要求并未降低。由于受诸多因素的影响，靶压缩过程一般不完全是对称的。由针孔相机和编码成像等直接提供有关压缩的空间信息，但是，二维照片是三维内爆靶球的二维投影，没有深度信息，因此二维照片不足以反映内爆压缩的对称性。如果忽略 X 光在等离子体中的吸收（即光性薄），则二维图像上的强度近似正比于从靶丸辐射的三维 X 光分布的线积分，此二维图像称之为投影。由投影重建的三维图像可由计算机层析（CT）计算获得[2]。我们已将此项技术用于“星光Ⅱ”激光装置上的激光等离子体的 X 光重建问题，获得了有意义的结果[3]。

但是，在实际应用中，X 光在等离子体传播中是存在一定吸收的，尤其在靶丸压缩到校高密度时，等离子体吸收较大。如果不考虑吸收的影响，直接采用 CT 技术进行图像重建，将带来一定的误差。为此，我们提出了一种对吸收进行校正的处理方法。结果表明，经过吸收校正后，误差大为降低，重建结果大为改善。

2 存在吸收情况下的投影

考虑如图 1 所示的示意图。图中 $\varepsilon(x,y)$ 和 $\mu(x,y)$ 分别表示二维等离子体发射和吸收系数，含有吸收的投影为

$$P_{\varphi}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(r,s)\exp\left[-\int_{-\infty}^{S} \mu(r,s')\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s. \quad (1)$$

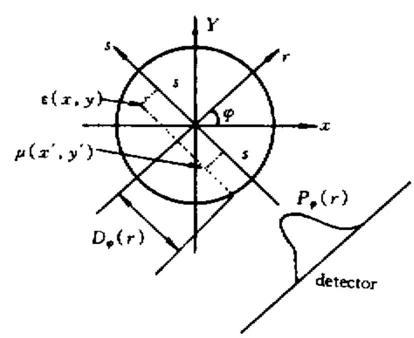

Fig. 1 Geometry of projection with attenuation

计算机层析技术就是由多个方位的一维投影 $P_{\varphi}(r)$ 重建出二维分布 $\varepsilon(x,y)$。在传统的发射计算机层析技术(ECT)中，是忽略吸收的($\mu=0$)，$\varepsilon(x,y)$ 可以采用不同的重建方法得到。在当前的医学发射计算机层析中，吸收空间分布被认为是一常数，因此可以通过(1)式的投影得到 $\varepsilon(x,y)$。如果吸收未知($\mu\neq 0$)，在(1)式中则存在两个未知量，不可能由(1)式得出 $\varepsilon(x,y)$ 和 $\mu(x,y)$。为了求出发射系数，必须找到 $\varepsilon(x,y)$ 和 $\mu(x,y)$ 有关的信息。

在激光等离子体中，当 X 光光子能量 $h\nu$ 高于等离子体的离化能量时，其主要辐射、吸收过程是逆韧致过程[4]。吸收系数可以写为

$$\mu \propto n_{\mathrm{e}}^{2} T_{\mathrm{e}}^{-1/2}(h\nu)^{-3}\{1-\exp[-h\nu/(kT_{\mathrm{e}})]\}, \quad (2)$$

其中 n_{e} 和 T_{e} 分别为等离子体电子密度和温度。

在通常的激光聚变实验中，采用 CH 塑料或玻璃(SiO_2)作内爆靶丸的球壳，球壳内充氘氚聚变材料。由于 CH、SiO_2 均为低 Z 材料，在激光打靶过程

* 中国工程物理研究院预研基金资助课题。

收稿日期：2000-06-07；收到修改稿日期：2000-10-16

中，很容易完全剥离成裸核，在这样的等离子体中，辐射过程主要为韧致辐射。假定电子能量为麦克斯韦分布，辐射系数 $\varepsilon(x,y)$ 可写为

$$\varepsilon \propto n_e^2 T_e^{-1/2}\exp[-h\nu/(kT_e)], \tag{3}$$

其中 k 为玻尔兹曼常数。由(2)式和(3)式，可得到 $\mu(x,y)$ 和 $\varepsilon(x,y)$ 之间的关系为

$$\mu \propto \varepsilon\{\exp[h\nu/(kT_e)]-1\}(h\nu)^{-3} \approx \varepsilon(h\nu)^{-2}/(kT_e). \tag{4}$$

温度 T_e 比 X 光光子能量 $h\nu$ 高得多($h\nu$ 和 T_e 的典型值分别为 1 keV 和 10 keV)，因此，(4)式中的 $\exp[h\nu/(kT_e)]$ 近似为 $1+h\nu/(kT_e)$。于是 $\mu(x,y)$ 与 $\varepsilon(x,y)$ 成正比

$$\mu(x,y) = \alpha\varepsilon(x,y), \tag{5}$$

其中 α 为决定于 X 光光子能量和原子的系数。从而(1)式可以写成

$$P_\varphi(r) = \int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(r,s)\exp\left[-\alpha\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(r,s')\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s. \tag{6}$$

由(6)式可知，待求量仅有一个量 $\varepsilon(x,y)$，因此，由投影 $P_\varphi(r)$ 求出 $\varepsilon(x,y)$ 是可能的。

3 含吸收重建的算法

由于激光聚变实验中，激光与靶材料相互作用的过程非常短(纳秒级)，不可能象医学计算机层析技术诊断中旋转探头获取投影数据，只有在某些方位安装多个探头(例如针孔相机)在互作用过程中同时成像；另外，由于靶丸很小(100 μm 级)，这一方面限制了观测方位，另一方面探头数量的多少与实验成本密切相关，不可能采用很多的探头，一般采用 4～5 个针孔相机。下面计算中，采用四个方位的投影。采用的重建算法为适用于较少投影数的乘代数重建法(MART)[5,6]，由于(1)式中含有吸收，直接采用乘代数重建法将带来误差，因此需要作一些修正。我们采用最大熵原理作为收敛准则进行分析。

假定未知源的强度 $\varepsilon(x,y)$ 为连续，且满足 $\varepsilon(x,y)\geqslant 0$(实际情况一般如此)，由此，$P_\varphi(r)\geqslant 0$。由熵定义[7]：

$$H = -\sum_{ij}\frac{\varepsilon(i,j)}{T}\ln\frac{\varepsilon(i,j)}{T}, \tag{7}$$

式中，T 为源强 $\varepsilon(x,y)$ 的总量，并将 ε 离散化。由约束条件(1)式(共有 N 个)求(7)式的最大值，即最大熵原理。为了方便，将投影表达式(1)式写成：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(r,s)\exp\left[-\int_{-\infty}^{S}\mu(r,s')\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s = P_n(r)$$

$$n = 1,2,\cdots N. \tag{8}$$

引入拉格朗日乘子 α_n，得到一构造函数 F：

$$F = H - \sum_n \alpha_n(r)\times\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(r,s)\exp\left[-\int_{-\infty}^{S}\mu(r,s')\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s - P_n(\varepsilon)\right\}. \tag{9}$$

将(9)式对任一 $\varepsilon(i,j)$ 微分，且利用 $\partial P_n/\partial\varepsilon = 0$($P_n$ 是实测量)，于是得到：

$$-\frac{1}{T}\left[1+\ln\frac{\varepsilon}{T}\right] + \sum_n \alpha_n G_n(\varepsilon) = 0, \tag{10}$$

其中，

$$G_n(\varepsilon) = \partial\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(r,s)\exp\left[-\int_{-\infty}^{S}\mu(r,s')\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s\Big/\partial\varepsilon.$$

于是可求得 ε 为：

$$\varepsilon = \beta_1\beta_2\cdots\beta_N = \prod_n \beta_n, \tag{11}$$

$$\beta_n = (T/e)^{1/N}\exp(T\alpha_n G_1).$$

将(11)式代入(8)式得：

$$P_n = \int\varepsilon(r,s)Q(\varepsilon)\mathrm{d}s = \beta_n\int\beta_1\cdots\beta_{n-1}\beta_{n+1}\cdots\beta_N Q(\varepsilon)\mathrm{d}s. \tag{12}$$

$\beta_n(r_n)$ 相对于 r_n 为常数，可提到积分号外，即

$$Q(\varepsilon) = \exp\left[-\alpha\int_{-\infty}^{S}\varepsilon(r,s')\mathrm{d}s'\right], \tag{13}$$

于是可得到迭代公式

$$\beta_n^{k+1} = \frac{P_n}{\int\beta_1^k\cdots\beta_{n-1}^k\beta_{n+1}^k\cdots\beta_N^k Q(\varepsilon)\mathrm{d}s}. \tag{14}$$

对(14)式两边乘以 $\beta_1^k\cdots\beta_{n+1}^k\beta l_{n+1}^k\cdots\beta_N^K = g$，且由于在第 $k+1$ 次迭代中，g 不变，变化的量为 β_n^{k+1}，从而可得到：

$$\varepsilon^{k+1} = \varepsilon^k\frac{P_n}{\beta_n^k\int\beta_1^k\cdots\beta_{n-1}^k\beta_{n+1}^k\cdots\beta_N^k Q(\varepsilon)\mathrm{d}s} = \varepsilon^k\frac{P_n}{R_n^k}, \tag{15}$$

式中 ε^k 为第 k 次迭代后的重建值，$R_n^k(r_n)$ 为从 ε^k 计算的投影值，即为

$$R_n^k(r_n) = \int\beta_1^k\cdots\beta_n^k\cdots\beta_N^k Q(\varepsilon)\mathrm{d}s. \tag{16}$$

4 计算实例

为了对以上所提出的吸收校正处理方法和重建算法进行检验，我们选取两个二维分布图像模型进行模拟计算。它们分别为

Ⅰ　$\varepsilon(x,y) = \exp(-4x^2 - 9y^2)$

$x, y \in [-1, 1]$,

Ⅱ　$\varepsilon(x,y) = \exp[-12(x-0.2)^2 - 9(y-0.3)^2] + 0.5\exp[-9(x+0.2)^2 - 12(y+0.3)^2]$

$x, y \in [-1, 1]$

模型Ⅰ为单峰分布，而模型Ⅱ为双峰分布。在计算中，待重建区域为 $101 \times 101 (I = J = 101)$ 个像素。取表示吸收大小的 $\alpha = 0.5$，投影的方位为：

$$\theta_n = (n-1)\pi/4, \quad n = 1, \cdots, 4,$$

$$\varphi_n = \pi/4, \quad n = 1, \cdots, 4$$

通过四个观测方位 $(\theta_n, \varphi_n, n = 1, \cdots, 4)$，由 (6) 式计算可得到二维投影 $P_n(u_n, v_n)(n = 1, \cdots, 4)$。由四个投影 $P_n(u_n, v_n)$，利用 (15) 式表示的最大熵重建法编制程序"ABSME"对三维重建问题进行研究，对两种分布 (14) 式和 (15) 式进行模拟计算。

计算中由均方差说明重建结果的优劣，即

$$\sigma = \left\{ \frac{\sum_{ij} [\varepsilon_0(i,j) - \varepsilon'(i,j)]^2}{IJ} \right\}^{1/2}$$

ε_0 为源的强度 ε 的真值，ε' 为重建值。当重建的图像中存在少数几个较大的误差时，均方差 σ 也较大。

对图像模型Ⅰ的单峰分布，计算结果见图 2 (灰度图)，其中图 2(a)、图 2(b)、图 2(c) 分别为原分布、经过校正的重建图以及没有进行吸收校正的重建图。比较图 2(a) 和图 2(b) 看出，它们的差别很小，难以区分；而图 2(c) 则比图 2(a) 明显要暗。可见，经过吸收校正后，重建效果明显改善。由图 2(b) 计算出 $\sigma = 1.4 \times 10^{-4}$，由图 2(c) 得到 $\sigma = 1.2 \times 10^{-2}$，由此也看出，经过校正的误差大大地降低。为了方便比较，在图 3 绘出图像中心的 x 和 y 方向的一维分布，可以看出，经吸收校正后的结果与原分布极为相近，而未校正的结果与原分布最大处的差别则达到 40%。图中 x、y 轴单位已归一化。

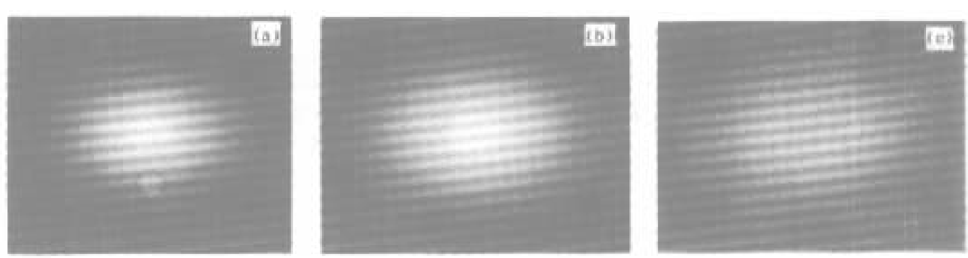

Fig. 2　Reconstruction for single peak distribution. (a) Original distribution; (b) Reconstruction with modification; (c) Without modification

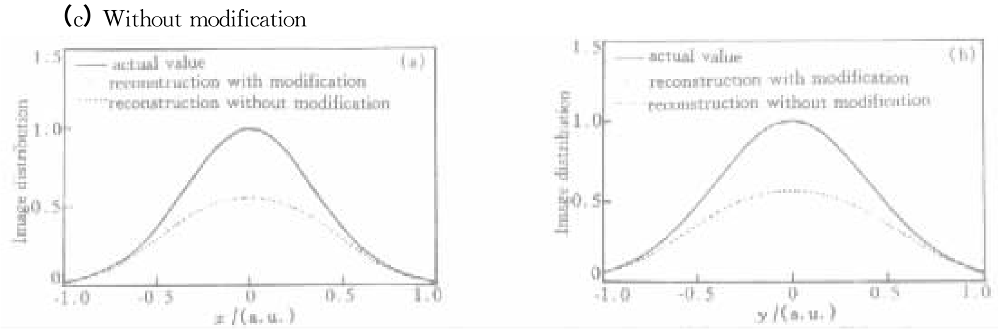

Fig. 3　One-dimensional distributions for x and y directions from Fig. 2. (a) x direction; (b) y direction

对图像模型Ⅱ的双峰分布，计算结果如图 4 (灰度图) 所示，图 4(a)、图 4(b)、图 4(c) 分别为原分布、经过校正的重建图以及没有进行吸收校正的重建图。所得结果与图 2 相似。由图 4(b) 计算出

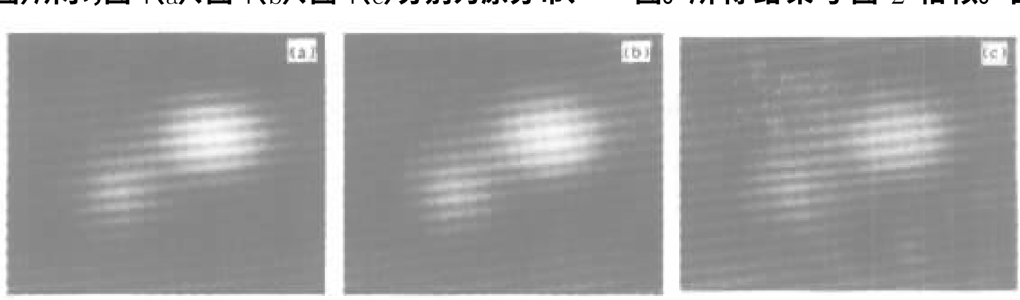

Fig. 4　Reconstruction for double peak distribution. (a) Original distribution; (b) Reconstruction with modification; (c) Without modification

$\sigma=7.1\times10^{-3}$，由图 4(c)得到 $\sigma=3.9\times10^{-1}$，由图和均方差 σ 的大小看出，经过校正的精度大为提高。同样为了方便比较，在图 5 绘出图像中心的 x 和 y 方向的一维分布。由图得到，经吸收校正后的分布与原分布差别极小，而未校正的结果与原分布最大处的误差则达到 30%。

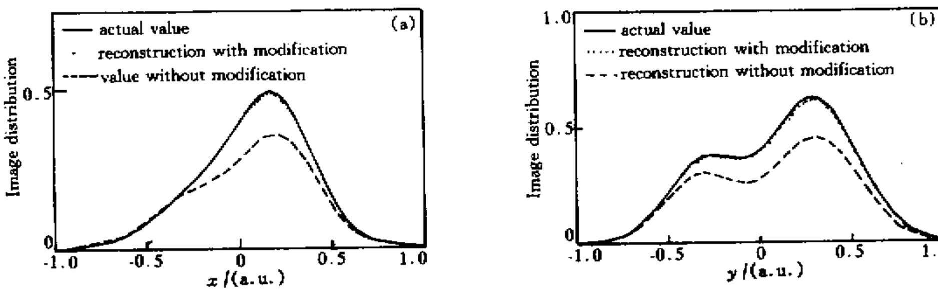

Fig. 5 One-dimensional distributions for x and y directions from Fig. 4. (a) x direction; (b) y direction

结论 针对激光等离子体中含有吸收的重建，提出了一种可行的处理方法，而且由此依据最大熵原理得到一种图像算法，可以实施图像反演。并且将此吸收处理方法和重建算法用于两个计算实例进行检验。计算结果表明，经过吸收校正后，重建精度大幅度提高，重建效果很好，均方差降低近两个量级。这说明所采用的处理方法在实际中是切实可行的。

参 考 文 献

[1] Lindl J. Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain. *Phys. Plasma*, 1995, **2**(11):3933～4204

[2] Chen Y, Miyanaga N, Yamanaka M *et al.*. Three-dimensional imaging of laser imploded targets. *J. Appl. Phys.*, 1990, **68**(4):1483～1488

[3] 江少恩，刘忠礼，李 楠 等. 惯性约束聚变靶三维成像研究. 光学学报，1998，**18**(4):440～445

[4] Zel'dovich Ya, Raizer Y P. *Physics and Shock Wave and High Temperature Hydrodynamic Phenomena*. New York: Academic, 1966.

[5] 江少恩，刘忠礼，郑志坚 等. 乘代数重建法和最大熵重建法的比较研究. 光子学报，1998，**27**(5):406～411

[6] Verhoeven D. Limited-data computed tomography algorithms for the physical science. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(20):3736～3754

[7] 吴乃龙，袁素云. 最大熵方法. 长沙：湖南科技出版社，1991

Image Reconstruction with Attenuation Correction for Laser Fusion

Jiang Shaoen Zheng Zhijian
(*Laser Fusion Research Center, China Academy Engineering Physics, Mianyang* 621900)

(Received 7 June 2000; revised 16 October 2000)

Abstract: A method of image reconstruction with attenuation correction for laser produced-plasma is presented. The principle of the maximum entropy is used to derive reconstruction algorithm suited for reconstruction with absorption. The algorithm is used to simulate two images model. The results show that the reconstruction accuracy with attenuation correction is dramatically improved compared to the accuracy without correction.

Key words: laser produced-plasma; image reconstruction; attenuation corection