

文章编号 : 0253-2239(2001)10-1182-04

通过对腔外原子的操作控制腔内原子的发射性质*

林 秀^{* 1) 2)} 李洪才^{1) 2)}

(1), 中国科技大学量子通信与量子计算开放研究实验室, 合肥 230026
(2), 福建师范大学物理系, 福州 350007

摘要: 考虑初始处于纠缠态的三个双能级原子, 将其中两个原子分别注入处于真空态的两个腔中, 发生共振相互作用。通过对腔外原子进行操作, 可使腔内两个原子的发射性质受到很大影响。

关键词: 纠缠态; 旋转操作; 选态测量; 双模压缩光

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引 言

近年来, 纠缠态引起人们很大的关注。因为它不仅证明了量子力学的非局域性, 而且广泛应用于量子计算、量子密码术、量子隐形传态等方面^[1-5]。Phoenix^[6]、Kudryavtsev^[7]、Cirac^[8]等人分别提出各种方案, 制备如下形式的两原子纠缠态:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1\rangle|g_2\rangle \pm |g_1\rangle|e_2\rangle), \quad (1)$$

其中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别为原子的激发态和基态, 脚标 1 和 2 分别表示原子 1 和原子 2。近来, 一些作者^[8-12]也提出方案制备如下形式的纠缠态:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1\rangle|e_2\rangle|e_3\rangle \pm |g_1\rangle|g_2\rangle|g_3\rangle). \quad (2)$$

不久前, Yang 等人^[13]提出, 初始处于(1)式所示的纠缠态的两个两能级原子, 一个注入腔中, 通过对腔外原子的操作会控制腔内原子的发射性质。在这里, 我们考虑初始处于(2)式所示的纠缠态的三个两能级原子, 让其中两个原子(原子 1 和 2)分别注入两个处于真空态的共振腔场中(腔 1 和腔 2)。结果表明, 通过对腔外原子(原子 3)的操作会影响处于腔内的两个原子的发射性质。

2 单光子共振相互作用的描述

首先考虑由一个二能级原子与一个单模共振腔

场组成的系统。在旋转波近似下, 在相互作用表象中, 原子-腔场体系的哈密顿量为

$$H_I = g(aS^+ + a^+S^-),$$

其中 $S^+ = (S^-)^\dagger = |e\rangle\langle g|$; S^+ 和 S^- 分别是原子上升和下降算符; a^+ 和 a 是腔场的产生和湮灭算符; g 是原子与腔场之间的耦合常数。

单光子共振 Jaynes-Cummings 模型的一个重要特性是会存储激发光子数 $a^+a + |e\rangle\langle e|$ 。尤其是, $|g\rangle|0\rangle$ 态(Jaynes-Cummings 模型的基态)在相互作用期间没有变化, 而 $|e\rangle|0\rangle$ 和 $|g\rangle|1\rangle$ 态将经历真空拉比振荡。通过计算, 这些过程在相互作用表象中可表达为:

$$|g\rangle|0\rangle \rightarrow |g\rangle|0\rangle, \quad (3)$$

$$|e\rangle|0\rangle \rightarrow \cos gt |e\rangle|0\rangle - i \sin gt |g\rangle|1\rangle, \quad (4)$$

$$|g\rangle|1\rangle \rightarrow \cos gt |g\rangle|1\rangle - i \sin gt |e\rangle|0\rangle, \quad (5)$$

其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别是腔场处于真空态和 1 光子数的福克态。

3 腔内原子的发射性质

假设三个两能级原子处于(2)式所示的纠缠态。让其中两个原子(原子 1 和 2)分别同时注入处于真空态的两个单模腔场(腔 1 和腔 2)发生共振相互作用。整个系统的初始态为

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1\rangle|e_2\rangle|e_3\rangle + |g_1\rangle|g_2\rangle|g_3\rangle)|0\rangle_1|0\rangle_2. \quad (6)$$

系统的框图如图 1 所示, 图中 $\hat{R}(\theta)$ 表示旋转操作。通过用具有长辐射寿命的两能级里德伯原子和

* 福建省教委自然科学基金(JA99150)资助课题。

** 通讯地址: 福建师范大学物理系理论物理组。

收稿日期: 2000-04-29; 收到修改稿日期: 2000-09-04

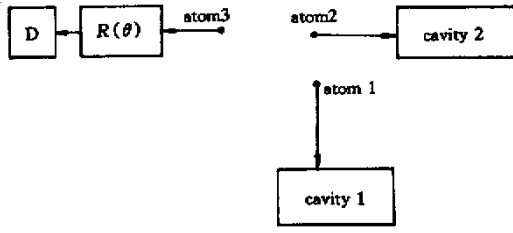


Fig.1 Sketch of the set-up

高 Q 值的微腔,处在腔外的原子 3 的自发衰减和腔衰减在短时间内可忽略。为使问题简单化,设原子 1 与腔 1 的耦合常数 g_1 与原子 2 与腔 2 的耦合常数 g_2 相等,下标 f 为腔 1 和腔 2 所以由(3)式和(4)式,可得时刻 t 整个系统的态为:

$$|\psi(t)_{123f}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos^2 gt |e_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2 - \text{isingt} \cos gt |e_1\rangle |g_2\rangle |e_3\rangle |0\rangle_1 |1\rangle_2 - \text{isingt} \cos gt |g_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle |1\rangle_1 |0\rangle_2 - \sin^2 gt |g_1\rangle |g_2\rangle |e_3\rangle |1\rangle_1 |1\rangle_2 + |g_1\rangle |g_2\rangle |g_3\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2).$$

从(7)式,可得到腔场的密度算符:

$$\rho_f^I(t) = \text{Tr}_{123} |\psi(t)_{123f}\rangle \langle \psi(t)_{123f}| = \frac{1}{2}[(1 + \cos^4 gt) |0\rangle_1 \langle 0| + \sin^2 gt \cos^2 gt |0\rangle_1 \langle 1| + \sin^2 gt \cos^2 gt |1\rangle_1 \langle 0| + \sin^4 gt |1\rangle_1 \langle 1|],$$

其中上标 I 表示在相互作用表象中, Tr_{123} 为对原子 123 求迹后得到的腔场的密度算符。 $|0\rangle_1 = |0\rangle_1 |1\rangle_2, |1\rangle_1 = |0\rangle_1 |1\rangle_2$ 。

为了研究场的双模压缩,引入由 Loudon 和 Knight^[14]定义的双模正交算符

$$U_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(a_1^+ + a_2^+ + a_1 + a_2),$$

$$U_2 = \frac{i}{2\sqrt{2}}(a_1^+ + a_2^+ - a_1 - a_2),$$

如果 $(\Delta U_i)^2 < 1/4 (i = 1 \text{ 或 } 2)$ 则光场被压缩。根据(8)式~(10)式,可得

$$(\Delta U_1)^2 = (\Delta U_2)^2 = \frac{1}{4}(1 + \sin^2 gt) \geq \frac{1}{4}.$$

这个结果表明:假如在原子 1 和原子 2 与腔场相互作用期间,没有对腔外的原子 3 进行操作,则处于腔内的原子 1 和 2 不能发射双模压缩光。

众所周知,两能级原子实际上是量子比特(即两态的量子系统)。近来,人们对作用在量子比特上的

逻辑门非常感兴趣。量子逻辑操作包括单比特旋转操作和两比特控制非操作等等^[15~17]。假设在时间 $t = t_0$ 时,对原子进行一个旋转操作 $\hat{R}(\theta)$,这导致^[15~17]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}(\theta) |g_3\rangle &= \cos\theta |g_3\rangle + \sin\theta |e_3\rangle, \\ \hat{R}(\theta) |e_3\rangle &= -\sin\theta |g_3\rangle + \cos\theta |e_3\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

经过这个旋转操作后,根据(7)式和(12)式,得整个系统的态为:

$$|\psi(t)_{123f}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|g_3\rangle (-\sin\theta \cos^2 gt |e_1\rangle |e_2\rangle |0\rangle_1 + \text{isingt} \sin gt \cos gt |e_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1 + \text{isingt} \sin gt \cos gt |g_1\rangle |e_2\rangle |1\rangle_1 + \sin\theta \sin^2 gt |g_1\rangle |g_2\rangle |1\rangle_1 + \cos\theta |g_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1) + |e_3\rangle (\cos\theta \cos^2 gt |e_1\rangle |e_2\rangle |0\rangle_1 - \text{icost} \sin gt \cos gt |e_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1 - \text{icost} \sin gt \cos gt |g_1\rangle |e_2\rangle |1\rangle_1 - \cos\theta \sin^2 gt |g_1\rangle |g_2\rangle |1\rangle_1 + \sin\theta |g_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1)].$$

通过探测器 D,如果探测到原子 3 处于基态,若忽略了旋转操作和测量时间,那么,根据(13)式,原子 1、2 和两个腔组成的系统将塌缩到

$$|\psi(t)_{12}\rangle = -\sin\theta \cos^2 gt |e_1\rangle |e_2\rangle |0\rangle_1 + \text{isingt} \sin gt \cos gt |e_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1 + \text{isingt} \sin gt \cos gt |g_1\rangle |e_2\rangle |1\rangle_1 + \sin\theta \sin^2 gt |g_1\rangle |g_2\rangle |1\rangle_1 + \cos\theta |g_1\rangle |g_2\rangle |0\rangle_1 \quad (t \geq t_0).$$

从(14)式,可得到腔场的密度算符

$$\rho_f^I(t) = (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^4 gt) |0\rangle_1 \langle 0| + \sin^2 \theta \sin^2 gt \cos^2 gt (|0\rangle_1 \langle 1| + |1\rangle_1 \langle 0|) + \sin^2 \theta \sin^4 gt |1\rangle_1 \langle 1| + \sin\theta \cos\theta \sin^2 gt (|1\rangle_1 \langle 0| + |0\rangle_1 \langle 1|).$$

根据(9)式、(10)式和(15)式,可得

$$(\Delta U_1)^2 = \frac{1 + 2\sin^2 gt (\sin^2 \theta + \sin\theta \cos\theta)}{4} \quad (t \geq t_0),$$

$$(\Delta U_2)^2 = \frac{1 + 2\sin^2 gt (\sin^2 \theta - \sin\theta \cos\theta)}{4} \quad (t \geq t_0).$$

从(16)式和(17)式可发现:

$$1) \text{ 当 } \sin^2 \theta + \sin\theta \cos\theta < 0, gt \neq n\pi (n = 0, 1, \dots)$$

2, ...) 时, $(\Delta U_1)^2 < 1/4$ 而 $(\Delta U_2)^2 > 1/4$. 这就表明, 如果旋转角 θ 满足 $\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta < 0$, 对腔外原子 3 进行操作后腔内的原子 1 和 2 将发射双模压缩光。

2) 通过计算得, 在 $gt \neq n\pi$, $-0.70668 < \sin\theta < 0$ 时, 腔场表现出压缩效果, 并且当旋转角朝 $\sin\theta = -0.38648$ 方向逐渐调节, $(\Delta U_1)^2$ 逐渐减小, 腔场的压缩效果将变得越来越强。

3) 当 $\sin\theta = -0.38648$, 且 $gt = n\pi + \pi/2$ 时, $(\Delta U_1)^2$ 达到最小值, 即 $(\Delta U_1)^2 = 0.14646$. 在这种情况下, 腔场表现出最强的压缩效果。

4) 当 $\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta < 0$, $gt \neq n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 时, $(\Delta U_2)^2 < 1/4$ 而 $(\Delta U_1)^2 > 1/4$. 这个结果表明, 如果旋转角 θ 满足 $\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta < 0$, 当对腔外原子 3 进行操作后, 腔内的原子 1 和 2 将发射双模压缩光。其具体情况与 $\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta < 0$ 时的结果相似。

另一方面, 如果探测到原子 3 处于激发态, 通过类似的计算容易得到

$$(\Delta U_1)^2 = \frac{1 + 2\sin^2 gt(\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta)}{4} \quad (t \geq t_0), \quad (18)$$

$$(\Delta U_2)^2 = \frac{1 + 2\sin^2 gt(\cos^2\theta - \sin\theta\cos\theta)}{4} \quad (t \geq t_0). \quad (19)$$

将(16)式、(17)式与(18)式、(19)式进行比较, 容易发现这种情况下的结果与前面情况下的结果相似。

为了更加形象化, 我们选择参数, 作出 $(\Delta U_1)^2$ 随时间演化的图形, 如图 2 所示。

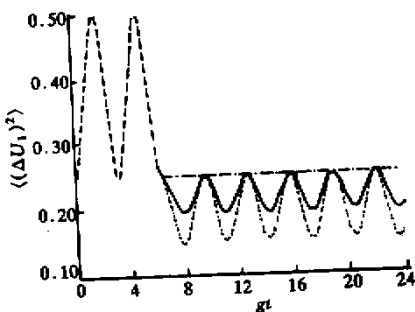


Fig. 2 Time evolution of $(\Delta U_1)^2$. Dash line before manipulation. Dot line, dadot line and solid line: after manipulation

图 2 中虚线对应于在 $0 < gt < 6.4$ 这段时间内对腔外原子 3 不进行操作; $gt = gt_0 = 6.4$ 对应于

对腔外原子 3 进行一个旋转操作 $\hat{R}(\theta)$, 并探测到原子处于基态; $gt > 6.4$ 对应于对腔外原子 3 进行操作后情况: 实线对应于旋转角 θ 满足 $\sin\theta = -0.6$; 点划线对应于旋转角 θ 满足 $\sin\theta = 0$ 和 $\sin\theta = -0.70668$; 点线对应于旋转角 θ 满足 $\sin\theta = -0.38648$. 图 2 表明在对腔外原子 3 进行操作前, 腔内原子不会发射双模压缩光; 然而, 对腔外原子 3 进行旋转操作和选态测量后, 腔内原子将发射双模压缩光。从图 2 中也可看出, 对于不同的旋转角 θ , 测量后腔场表现出不同的压缩效果。

对于上面的有趣现象, 我们的解释是, 对于不同的旋转操作, 在不同程度上使腔外的原子 3 与由原子 1、2 和两个腔组成的系统的纠缠态受到破坏。而且, 对原子 3 的探测导致腔外的原子 3 与由原子 1、2 和两个腔组成的系统的消纠缠。

结论 研究了初始与腔外原子相纠缠的腔内原子的发射性质。结果表明, 通过对腔外原子的操作可改变腔内原子的发射性质。

参 考 文 献

- [1] Cirac J I, Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(20):4091~4094
- [2] Bennett C H, Brassard G, Mermin N D. Quantum cryptography without Bell's theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(5):557~559
- [3] Davidovich L, Zagury N, Brune M *et al.*. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(2):R895~R898
- [4] Schumacher B. Sending entanglement through noisy quantum channels. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(4):2614~2628
- [5] Buzek V, Hillery M. Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(3):1844~1852
- [6] Phoenix S J D, Barnett S M. Non-local interatomic correlations in the micromaser. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(6):979~983
- [7] Kudryavtsev I K, Knight P L. Atomic entanglement and Bell's inequality violation. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(9):1673~1679
- [8] Cirac J I, Zoller P. Preparation of macroscopic superpositions in many-atom systems. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(4):R2799~R2802
- [9] Gerry C C. Preparation of multiatom entangled states through dispersive atom-cavity-field interactions. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **53**(4):2857~2860
- [10] Gerry C C. Preparation of a four-atom Greenberger-Horne-Zeilinger state. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **53**(6):

4591~4593

- [11] Zheng S B , Guo G C. Generation of multi-atom entangled states via the Raman atom-cavity-field interaction. *Chin. Phys. Lett.* , 1997 , **14** (7) : 485~487
- [12] Zheng S B , Guo G C. Preparation of multiatom GHZ states. *J. Mod. Opt.* , 1997 , **44** (5) : 963~966
- [13] Yang C P , Guo G C. Controllable emission properties of an atom inside a cavity by manipulating the atom outside the cavity. *Phys. Lett. (A)* , 1999 , **255** (5) : 129~132
- [14] Loudon R , Knight P L. Squeezed light. *Phys. Lett. (A)* , 1987 , **34** (6) : 709~712
- [15] Buzek V , Braunstein S L , Hillery M *et al.* . Quantum copying : Beyond the no-cloning theorem. *Phys. Rev. (A)* , 1997 , **56** (5) : 3446~3452
- [16] Barenco A , Deutsch D , Ekert A *et al.* . Conditional quantum dynamics and logic gates. *Phys. Rev. Lett.* , 1995 , **74** (21) : 4083~4086
- [17] Lloyd S. Almost any quantum logic gate is universal. *Phys. Rev. Lett.* , 1995 , **75** (2) : 346~349

Controllable Emission Properties of Two Atoms Inside Cavities by Manipulating the Atom Outside the Cavity

Lin Xiu¹⁾²⁾ Li Hongcai¹⁾²⁾

(1) , *Laboratory of Quantum Communication and Quantum Computation , University of Science and Technology of China , Hefei 230026*

(2) , *Department of Physics , Fujian Teachers University , Fuzhou 350007*

(Received 29 April 2000 ; revised 4 September 2000)

Abstract : Considering three two-level atoms initially in the entangled state , then two atoms of the three atoms are put into two initially empty cavities respectively and made resonant interaction. It is shown that the emission properties of the two atoms respectively inside the cavities are much affected by manipulating the atom outside the cavities.

Key words : entangled state ; a rotation operation ; state-selective measurement ; two-mode squeezed light