

文章编号: 0253-2239(2001)01-0019-05

大尺度相干结构的光学特性研究

袁仁民 曾宗泳

(中国科学院安徽光学精密机械研究所大气光学重点实验室, 合肥 230031)

摘要: 根据大气近地面层对湍流流池的实验结果, 提出了一种用于描述大尺度相干结构的立体模型——椭球结构模型。计算并分析了该大尺度相干结构对光传输波前相位结构函数的影响, 且和小尺度湍流结构作了比较。对于相同的参数, 光线平行于间断面时造成的影响大于垂直于间断面; 一般情况下, 影响都很小; 但当光线平行穿过具有三角波模型结构的间断面时可能产生较大的影响。

关键词: 温度斜坡结构; 椭球结构模型; 折射率结构常数; 波前

中图分类号: TN011.3 文献标识码: A

1 引 言

柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)关于湍流局地均匀各向同性的“2/3定律”广泛用于描述大气湍流和实验室湍流, 是光在湍流介质中传输的理论基础。然而在许多情况下, 出现了不满足柯尔莫哥洛夫理论的现象, 如湍流的间歇性和大尺度相干结构^[1], 温度谱幂率偏离 $-5/3$ ^[2,3]等。大气边界层的光学观测也表明了非哥尔莫哥洛夫现象的存在^[4]。

大尺度相干结构是大气湍流中常常存在的一种有组织的结构, 文献报道中得到普遍认可的是近地面层不稳定条件下的温度斜坡结构(temperature ramp)^[5,6]——反映在温度测量时间曲线上紧接着温度逐渐上升之后的突然下降, 温度上升峰值有时达数摄氏度, 而温度的突然下降发生在小于0.01 m的空间内。温度斜坡结构的数学模型是一维的三角波, 其周期和幅度存在随机变化。实际的相干结构几乎总是三维的。在大气边界层的实验观测表明大尺度相干涡旋通常表现为椭球形, 椭球在竖直方向延伸较长, 几乎成为柱状结构^[7,8]。

本文根据大气近地面层测量结果和湍流池测量结果提出了一种三维结构模型——椭球模型, 用来计算大气边界层大气相干结构对光传输波前相位结构函数的影响。

2 实验结果和温度斜坡模型

根据 Antonia 等人^[6]的观点, 近地面层不稳定

条件下大气湍流的温度起伏可分成两部分来处理

$$\theta = \theta_T + \theta_R, \quad (1)$$

θ_T 为满足小尺度各向同性湍流部分, θ_R 为温度斜坡结构部分, 其中温度斜坡结构部分可用周期的三角波来描述, 如图 1 所示。

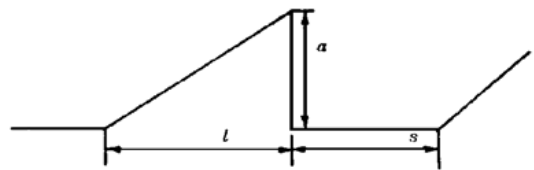


Fig. 1 The model of ramp of one dimension

温度结构函数的定义为

$$D^n = \langle [\theta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \theta(\mathbf{x})]^n \rangle, \quad (2)$$

式中, $\langle \rangle$ 表示系综平均, $\theta(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 处温度的起伏, r 为两测量点之间的距离。

假定这两部分湍流是互相独立的, 因而有

$$\langle \theta^2 \rangle = \langle \theta_T^2 \rangle + \langle \theta_R^2 \rangle, \quad (3)$$

$$D^2 = D_T^2(r) + D_R^2(r). \quad (4)$$

式中, $D_T^2(r)$ 和 $D_R^2(r)$ 分别表示各向同性湍流和温度斜坡结构部分的结构函数, 其定义类似于(2)式。可以推得, 在惯性子区内($r \ll l$), 对于温度斜坡结构部分, 等式^[1]

$$D_R^n(r) = (-1)^n \alpha^n \frac{r}{l+s} \quad (5)$$

是一个很好的近似。 D_T^2 满足柯尔莫哥洛夫“2/3定律”。在近地面 4 m 的高度测量得到^[6]

$$\alpha = 1.5 \langle \theta^2 \rangle^{1/2}, \quad (6)$$

$$\frac{l+s}{h} = 20, \quad (7)$$

h 为测量点高度。测量时稳定度参数奥布霍夫

(Obukhov) 长度 $L = -41.7 \text{ m}^{[6]}$, 有许多学者研究得出^[6]

$$\frac{L}{l+s} = 0.42 \sim 0.47. \quad (8)$$

Antonia 利用上述的温度斜坡结构模型成功地计算了 3 阶和 5 阶温度结构函数, 其结果和实测一致, 能够解释奇阶结构函数不等于零的现象。显然, 有组织的温度斜坡结构不满足均匀各向同性的条件, 具有准周期等特点, 在这种情况下, 该结构如何影响光传输是一个值得研究的问题。

Antonia 所根据的模型是一维的, 而飞机观测^[7]和近地面塔上观测^[8,9]大尺度温度结构通常表现为三维, 其内部结构一般为椭球形状。本文根据这些测量结果提出了下面的椭球模型, 并分析大尺度结构对光传输波前到达角的影响。

3 模型描述

模型为椭球, 如图 2 所示, 可以用方程

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (9)$$

来描述。式中, a, b, c 为三个半轴长。椭球内的温度高于椭球外的流体的温度, 其中 P 点温度最高(因折射率和温度之间的对应关系, P 点的折射率最低), P 点在沿 z 轴方向的半轴上, 离椭球边缘的距离为 δ , 因而 P 的坐标为 $(0, 0, c - \delta)$ 。由 P 点向四周温度逐渐线性降低, 在椭球的边缘与周围的温度相等。

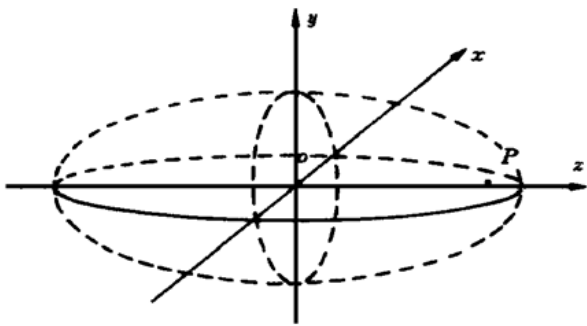


Fig. 2 Model of ellipsoid

设椭球边缘处的温度为 T , P 点温度为 $T + T_R$ (P 点温度最高, 比椭球边缘高出 T_R), 则空间任一点的温度为

$$T(x, y, z) = \left[1 - \frac{1}{t} \right] T_R + T, \quad (10)$$

$$t = \frac{-N + \sqrt{N^2 - 4MQ}}{2M}, \quad (11)$$

$$M = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(z - c + \delta)^2}{c^2}, \quad (12)$$

$$N = \frac{2(-\delta)(z - c + \delta)}{c^2}, \quad (13)$$

$$Q = \frac{(c - \delta)^2}{c^2} - 1. \quad (14)$$

椭球周围是平静的区域, 这样椭球的空间分布具有准周期性, 这种周期性需要通过实验测量得到。参数 a, b, c 及 δ 可以根据情况进行调整。当 b 很大时, 即成为柱状结构。当 a, b 远大于 c 且 δ 很小时温度变化表现为突然下降, 这时出现了温度起伏的间断面, 温度沿 z 轴方向的分布就是通常温度斜坡的一维三角波模型结构。

4 用椭球模型计算相干结构对光传输的影响

对于各向同性平稳随机场

$$D_T^2(r) = \overline{[\theta_T(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \theta_T(\mathbf{x})]^2} = \overline{2\theta_T(\mathbf{x})^2 - 2\theta_T(\mathbf{x} + \mathbf{r})\theta_T(\mathbf{x})}, \quad (15)$$

所以

$$D_T^2(r) = 2B_T(0) - 2B_T(r), \quad (16)$$

$B_T(r)$ 为相距 r 的两点相关矩。对于各向同性湍流场有^[10]

$$B_T(r) = \frac{4\pi}{r} \int_0^\infty \kappa \phi_1(\kappa) \sin(\kappa r) d\kappa, \quad (17)$$

$\phi_1(\kappa)$ 为三维温度谱, κ 为湍流的波数,

$$\phi_1(\kappa) = 0.033 C_t^2 \left[\kappa^2 + \frac{1}{L_0^2} \right]^{-11/6} \exp\left[-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2} \right], \quad (18)$$

L_0 为湍流的外尺度, $\kappa_m = 5.92/l_0$, l_0 为湍流的内尺度, C_t^2 为温度结构常数, 反映了小尺度湍流的强弱。这里暂时不考虑内尺度的影响。因而有

$$\langle \theta_T^2 \rangle = \frac{1}{2} C_t^2 r^{2/3} + \frac{4\pi}{r} \int_0^\infty \kappa \phi_1(\kappa) \sin(\kappa r) d\kappa, \quad (19)$$

$$\text{则} \quad \langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{2} C_t^2 r^{2/3} +$$

$$\frac{4\pi}{r} \int_0^\infty \kappa \phi_1(\kappa) \sin(\kappa r) d\kappa + \langle \theta_R^2 \rangle. \quad (20)$$

由(3)式、(6)式和(20)式可以确定温度斜坡结构的幅度和温度结构常数 C_t^2 之间的关系

$$\alpha^2 = 2.25 \left[\frac{1}{2} C_t^2 r^{2/3} + \frac{4\pi}{r} \int_0^\infty \kappa \phi_1(\kappa) \sin(\kappa r) d\kappa + \langle \theta_R^2 \rangle \right]. \quad (21)$$

根据(4)式, 实际测量得到的是 D^2 , 仍认为 $D^2 \propto r^{2/3}$,

比例系数是温度结构常数。而理论上却是

$$D_T^2 = C_T^2 r^{2/3}.$$

为了分析的方便引入常数 C^2 , 满足

$$D^2 = C^2 r^{2/3}$$

和常数 C_R^2 , 满足

$$D_R^2 = C_R^2 r^{2/3}.$$

类似地, C^2 和 C_R^2 被认为反映实际湍流和温度斜坡结构部分起伏的强弱。所以实际双点测量得到的温度结构常数为各向同性湍流部分的温度结构常数 C_T^2 和温度斜坡结构部分的影响 C_R^2 之和。

下面计算分析椭球模型结构对波前相位测量及结构常数测量的影响。

当光波穿过湍流介质时, 光线方向发生偏转, 在垂直于光传播方向的平面内, 光束的相位出现起伏。当 $n_1 \ll n_0$ 时, 设平面波沿 z 方向传播, 传输距离为 Z , 则在接收平面的相位起伏表达式为^[11]

$$S_1(x, y, Z) = k \int_0^Z n_1(x, y, z) dz, \quad (22)$$

式中 k 为光波波数。根据相位结构函数的定义^[11]

$$D_s(r) = [S_1(x_1, y_1, Z) - S_1(x_2, y_2, Z)]^2, \quad (23)$$

这里, $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 是平面 $z = Z$ 上的两观测点之间的距离。

若光传输空间湍流介质满足柯尔莫哥洛夫理论, 则接收平面相位起伏的结构函数表达式为^[12]

$$D_s(r) = 2.92 k^2 Z C_n^2 r^{5/3}, \quad (24)$$

式中 C_n^2 为折射率结构常数。

为了利用椭球模型计算相干结构对光传输的影响, 按大气近地面层测量结果给定参数, 在各向同性随机场上叠加椭球模型结构, 计算接收平面处的相位结构函数。各向同性随机场用相屏法^[13]产生。

给定参数

$$\begin{aligned} T &= 20 \text{ }^\circ\text{C}, & T_R &= 1.1 \text{ }^\circ\text{C}, \\ a &= 15 \text{ m}, & b &= 20 \text{ m}, \\ c &= 15 \text{ m}, & \alpha &= 1.5 \langle \theta^2 \rangle^{1/2}, \\ l/(l+s) &= 0.5, & \delta &= 0.01 \text{ m}. \end{aligned}$$

当取外尺度 $L_0 = 2.7 \text{ m}$ 时,

$$\begin{aligned} C_T^2 &= \langle \theta_T^2 \rangle \text{ m}^{-2/3}, \\ \langle \theta^2 \rangle &= 0.542 \text{ }^\circ\text{C}^2, \\ \langle \theta_R^2 \rangle &= 0.088 \text{ }^\circ\text{C}^2, \end{aligned}$$

所以

$$\langle \theta_T^2 \rangle = 0.454 \text{ }^\circ\text{C}^2.$$

因此

$$\begin{aligned} C_T^2 &= 0.454 (\text{ }^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}), \\ C_R^2 &= 0.0036 (\text{ }^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}), \end{aligned}$$

C_T^2 和 C_R^2 为 $r = 1 \text{ m}$ 测量得到的结构常数, 总的温度结构常数

$$C^2 = 0.4576 (\text{ }^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}).$$

根据折射率和温度之间的对应关系^[12]得

$$C_n^2 = 3.661 \times 10^{-13} (\text{m}^{-2/3}),$$

对利用双点测量折射率结构常数来说, 温度斜坡结构的影响不足 1%。

当平面波穿过该湍流, 在接收平面处计算相位结构函数如图 3(a) 和图 3(b) 所示。

图 3(a) 表示光线沿 z 方向传播, 图 3(b) 表示光线沿 x 方向传播, 可以看出当在近地面层存在可用椭球模型来描述的涡旋时, 接收平面的相位结构函数基本上没有影响; 但图 3(a) 和图 3(b) 仍有细微差别。图 3(a) 所描述的情形是光传播方向与温度斜坡结构间断面垂直, 由计算的结果得到温度斜坡结构对接收面的影响不足 1%; 而图 3(b) 所描述的情形是光传播方向与温度斜坡结构间断面平行, 由计算的结果得到椭球对接收面相位结构函数的影响增加约 5%。

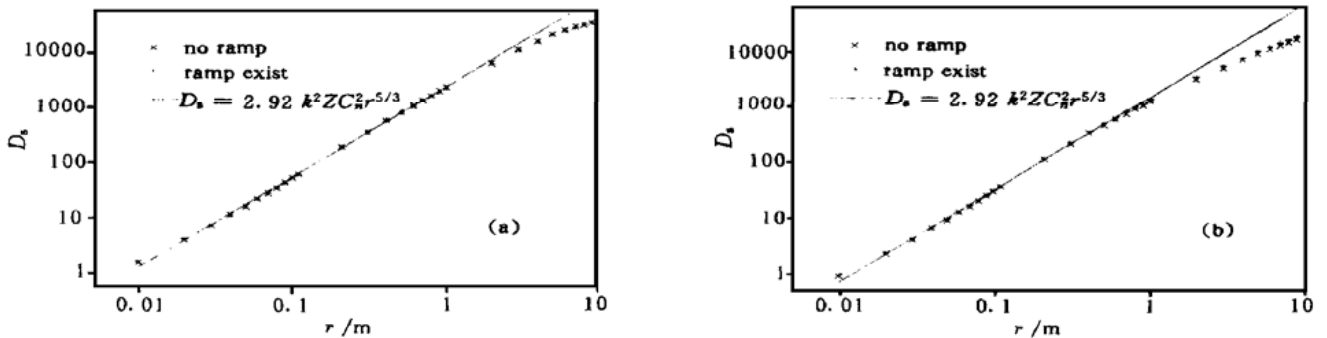


Fig. 3 Phase structure function in the receiving plane ($\alpha = 1.5 \langle \theta^2 \rangle^{1/2}$)

(a) Ray parallel to z axis ($Z = 60 \text{ m}$); (b) Ray parallel to x axis ($Z = 40 \text{ m}$)

有时,在间断面处的温度高于周围的温度达数摄氏度,此时 $\alpha > 1.5\langle\theta^2\rangle^{1/2}$, 假定

$$\alpha = 2.0\langle\theta^2\rangle^{1/2}, \quad T_R = 1.32 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

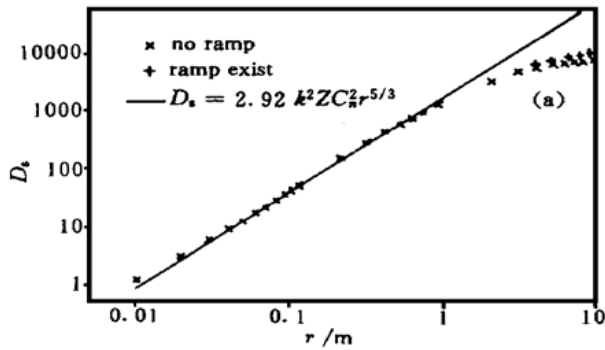
$$a = 15 \text{ m}, \quad b = 20 \text{ m}, \quad c = 15 \text{ m},$$

$$l/(l+s) = 0.5, \quad \delta = 0.01 \text{ m}.$$

仍取外尺度 $L_0 = 2.7 \text{ m}$, 有

$$\langle\theta^2\rangle = 0.4375 \text{ }^\circ\text{C}^2, \quad \langle\theta_R^2\rangle = 0.088 \text{ }^\circ\text{C}^2.$$

所以



$$C_I^2 = 0.3495 \text{ (}^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}\text{)},$$

$$C_R^2 = 0.0042 \text{ (}^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}\text{)},$$

利用双点测量折射率结构常数

$$C_n^2 = 2.828 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}.$$

当光束穿过湍流介质时,得到接收平面的相位结构函数曲线如图 4 所示。图 4 的曲线和图 3 几乎相同。由此可知,对于椭球模型,当选定该参数时,不管光线如何穿过,波前相位所受的影响都很小。

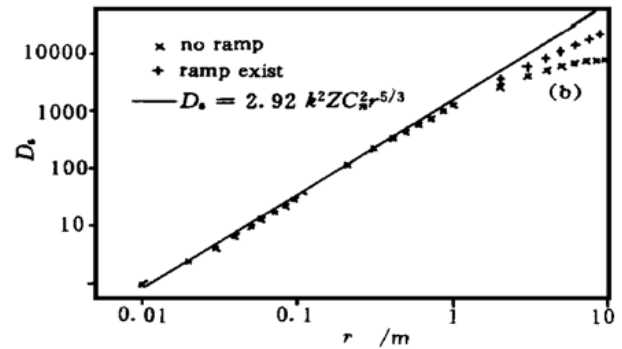


Fig. 4 Phase structure function in the receiving plane ($\alpha = 2.0\langle\theta^2\rangle^{1/2}$)

(a) Ray parallel to z axis ($Z = 60 \text{ m}$); (b) Ray parallel to x axis ($Z = 40 \text{ m}$)

计算一种极端情况:当椭球结构模型被简化为三角波模型时,对接收平面的相位结构函数的影响。

$$\alpha = 1.5 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \langle\theta^2\rangle = \alpha^2/2.25 = 1.0 \text{ }^\circ\text{C}^2,$$

可计算得

$$\langle\theta_R^2\rangle = 0.2343 \text{ }^\circ\text{C}^2,$$

$$\text{所以 } \langle\theta_I^2\rangle = 0.7657 \text{ }^\circ\text{C}^2,$$

$$C_R^2 = 0.038 \text{ (}^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}\text{)},$$

$$C_I^2 = 0.7657 \text{ (}^\circ\text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2/3}\text{)},$$

总折射率结构常数

$$C_n^2 = 6.430 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}.$$

当光传输经过温度斜坡结构后,根据前面结果可知当光线垂直穿过温度斜坡结构间断面时,温度斜坡结构影响很小。光线平行温度斜坡结构间断面传输在接收平面得到相位结构函数如图 5 所示,由图可

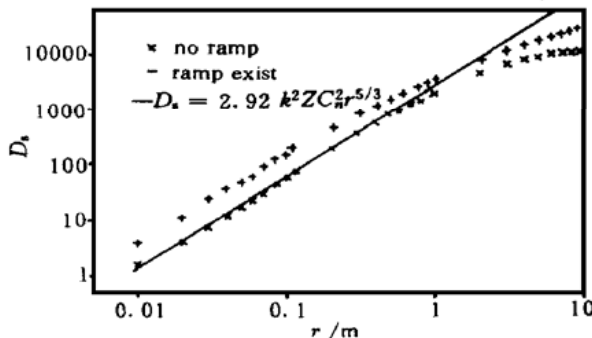


Fig. 5 Phase structure function in the receiving plane when ray through one dimension ramp ($\alpha = 1.5\langle\theta^2\rangle^{1/2}$)

以看到,一维温度斜坡结构对光传输的波前相位有很大影响,此时利用相位测量得到折射率结构常数

$$C_n^2 = 12.217 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}.$$

结论 通过以上计算和分析可得到以下结论:

- 1) 近地面存在的大尺度椭球形结构对波前相位的影响取决于椭球参数,一般情况下影响较小。
- 2) 在光线平行于间断面传输时椭球结构对波前相位影响最大。

3) 当椭球结构变成一维温度斜坡结构时,如果光线平行穿过该结构时波前相位有很大变化,此时利用双点测量折射率结构常数和波前相位测量结构常数相差近一倍,然而这种情况出现的概率非常小。但这提示了特定条件下相干结构可能造成的影响。

大尺度结构对光传输的影响不仅仅在波前的相位结构函数上,也可能会影响闪烁等其他方面,这将作进一步研究。

参 考 文 献

[1] Van Atta C W. Effect of coherent structures on structure functions of temperature in the atmospheric boundary layer. *Arch. Mech.*, 1977, **29**(1): 161~ 171

[2] Roth M, Oke T R. Turbulent transfer relationships over an urban surface. I: Spectral characteristics. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 1993, **119**(513): 1071~ 1104

[3] Willis G E, Deardorff J W. A laboratory modal of the

- unstable planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 1974, **31**(5): 1297~ 1307
- [4] Dayton D, Pierson B, Spielbusch B. Atmospheric structure function measurements with a shack-hartman wave front-sensor. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(24): 1737~ 1739
- [5] Antonia R A, Chambers A J, Friehe C A *et al.*. Temperature ramps in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, 1979, **36**(1): 99~ 108
- [6] Antonia R A, Chambers A J, Bradley E F. Relationships between structure functions and temperature ramps in the atmospheric surface layer. *Bound. Layer Meteor.*, 1982, **23**(4): 395~ 403
- [7] Williams A G, Hacker J M. The composite shape and structure of coherent eddies in the convective boundary layer. *Bound. layer Meteor.*, 1992, **61**(3): 213~ 245
- [8] Wilzak J M. Large-scale eddies in the unstably stratified atmospheric surface layer. Part I: Velocity and temperature structure. *J. Atmos. Sci.*, 1984, **41**(24): 3537~ 3550
- [9] Yahui Zhuang. Dynamics and energetic of convective plumes in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, 1995, **52**(10): 1712~ 1722
- [10] 周秀骥, 陶善昌, 姚克亚. 高等大气物理学(上). 北京: 气象出版社, 1992. 289~ 290
- [11] Tatarskii. 激光在大气中的传输理论(中译本). 北京: 科学出版社, 1978. 89~ 91
- [12] 周秀骥, 陶善昌, 姚克亚. 高等大气物理学(上). 北京: 气象出版社, 1991. 327
- [13] Martin J M, Flatte S M. Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(11): 2111~ 2126

Study of Optical Characteristic of Large Scale Structure

Yuan Renmin Zeng Zongyong

(National Atmospheric Optics Lab., Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031)

(Received 5 July 1999; revised 29 August 1999)

Abstract: According to the experimental results from atmospheric surface-layer and turbulence cell, a cubic model of ellipsoid depicting large-scale structure is put forward. The effect of large-scale structure on wave-front during light transporting is computed and analyzed, and compared with the small-scale effect. On the same parameters of model, the effect on phase structure function of wave front is a little larger when ray is parallel to the discontinuous plane than ray is perpendicular to the discontinuous plane. Generally, the effect is small, but when the large-scale structure is one-dimensional and ray goes parallel to the discontinuous plane, the effect is large.

Key words: temperature ramp structure; model of ellipsoid; refractive structure constant; wave-front