

文章编号: 0253-2239(2001)01-0013-06

# 直接斜率波前控制算法的模式校正效果分析\*

李新阳 王春红 鲜 浩 姜文汉

(中国科学院光电技术研究所, 国家大气光学重点实验室, 成都 610209)

**摘要:** 建立了采用直接斜率波前控制算法的自适应光学系统中各阶泽尼克模式间的动态关系, 通过对系统对大气湍流畸变波前各阶泽尼克模式的功率谱抑制函数, 揭示了采用直接斜率波前控制算法的自适应光学系统中各阶模式校正效果间的差异, 并初步分析了造成这种差异的原因。用在 61 单元自适应光学系统上取得的实验结果验证了理论分析结果。

**关键词** 自适应光学; 直接斜率波前控制算法; 泽尼克波前模式; 功率谱抑制函数; 控制

中图分类号: TP202 文献标识码: A

## 1 引言

通常在自适应光学系统中, 哈特曼-夏克(简称 H-S)型波前传感器实时测量到的波前斜率信号需要经过波前复原和控制计算, 才能得到变形反射镜和高速倾斜反射镜等波前校正器件的控制电压<sup>[1]</sup>。姜文汉、李华贵等人提出一种直接斜率波前控制算法(简称直接斜率法), 已成功地应用在中科院光电所的 37 单元和 61 单元自适应光学系统上<sup>[2~7]</sup>。欧洲南方天文台的 Boyer 等人在 COME-ON 自适应光学系统上采用的实时控制算法与这种直接斜率法具有相同的原理<sup>[8]</sup>。现在的许多实际自适应光学系统中也常常采用直接斜率法。

在实际工作中我们发现, 采用直接斜率法的自适应光学系统对各阶泽尼克畸变波前模式的校正效果差异很大。这中间既有系统空间拟合能力的问题, 也有动态控制方面的问题。本文着重分析采用直接斜率法的自适应光学系统对各阶泽尼克模式的动态校正效果, 试图揭示直接斜率法对各阶泽尼克模式动态控制效果间差异的原因。

## 2 直接斜率法中波前泽尼克模式间的动态关系

### 2.1 波前的泽尼克模式分解与复原

典型自适应光学系统的结构如图 1 所示。被大气湍流扰动等畸变了的波前  $\varphi_r$  被补偿波前  $\varphi_c$  校正, 波前探测器探测残余波前  $\varphi_e$ , 得到的波前斜率  $\mathbf{g}$  经

过波前复原计算和控制计算, 得到变形镜和倾斜镜的控制电压  $V$ 。整个自适应波前补偿控制系统目的就是使残余波前  $\varphi_e$  尽可能的小:

$$\varphi_e = \varphi_r - \varphi_c. \quad (1)$$

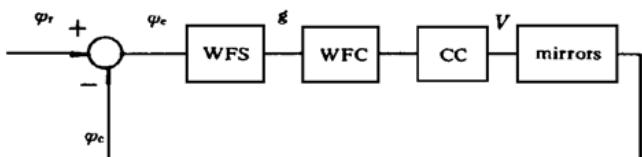


Fig. 1 Diagram of an adaptive optics control system

根据 Noll 等的分析, 波前相位可以分解为有限多阶泽尼克模式的线性叠加<sup>[9]</sup>:

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{k=2}^p a_k z_k(r, \theta), \quad (2)$$

其中  $a_k$  是第  $k$  阶泽尼克模式的系数,  $p$  是模式阶数,  $z_k$  表示极坐标形式的第  $k$  阶泽尼克波前模式。本文中泽尼克模式的排列顺序与文献[9]中的相同, 并且不考虑第一阶波前整体平移的影响。哈特曼-夏克波前探测器通过测量各个子孔径上的波前斜率复原出波前相位。当波前探测器的子孔径分布固定后, 波前相位的泽尼克模式分解系数与子孔径上的波前斜率  $\mathbf{g}$  间有固定的对应关系:

$$\mathbf{g} = \mathbf{Z} \mathbf{a}, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{g} = [g_{x1}, g_{y1}, \dots, g_{xm}, g_{ym}]^T$ , 其中  $m$  是哈特曼-夏克波前探测器的子孔径数。 $\mathbf{Z}$  是计算得到的  $2m \times (p-1)$  常数矩阵, 一般有  $2m > (p-1)$ ,  $\mathbf{Z}$  矩阵的秩为  $p-1$ 。用最小二乘法的方法解上面的方程, 可以从波前斜率复原出畸变波前对应的各阶泽尼克模式系数<sup>[10, 11]</sup>:

$$\mathbf{a} = \mathbf{Z}^+ \mathbf{g}, \quad (4)$$

\* 国家科委 863 高科技资助项目。

其中  $(p - 1) \times 2m$  的泽尼克模式波前复原矩阵  $\mathbf{Z}^+$  是  $\mathbf{Z}$  矩阵的广义逆矩阵<sup>[13]</sup>, 他们之间满足关系:

$$\mathbf{Z}^+ \mathbf{Z} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{Z} \mathbf{Z}^+ = \mathbf{M},$$

其中  $\mathbf{I}$  是  $p - 1$  阶的单位矩阵,  $\mathbf{M}$  是  $2m$  阶的对称非对角矩阵。

## 2.2 直接斜率法原理与波前泽尼克模式间的动态关系

在系统开环的条件下, 对变形镜和倾斜镜的驱动器分别一一施加控制电压并且同时测量波前探测器上的波前斜率, 得到控制电压与波前斜率间的对应关系:

$$\mathbf{g} = \mathbf{D}\mathbf{V}, \quad (5)$$

其中  $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots, V_n]^T$  是控制电压向量,  $n$  是

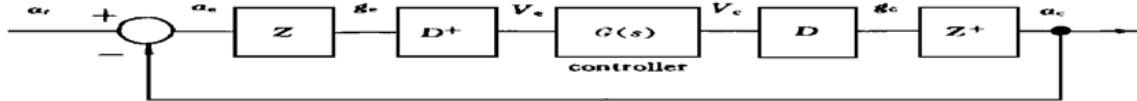


Fig. 2 Matrix frame diagram of an adaptive optics control system

当波前用泽尼克模式分解表示后, (1)式又可表达为

$$\mathbf{a}_e = \mathbf{a}_r - \mathbf{a}_c, \quad (7)$$

其中  $\mathbf{a} = [a_2, a_3, \dots, a_p]^T$  表示泽尼克系数向量,  $\mathbf{a}_r$ 、 $\mathbf{a}_c$  和  $\mathbf{a}_e$  分别是与扰动波前  $\varphi_r$ 、校正波前  $\varphi_c$  和残余波前  $\varphi_e$  对应的模式系数向量。图 2 是图 1 的自适应光学系统的矩阵框图表示。其中  $\mathbf{g}_e$  和  $\mathbf{v}_e$ 、 $\mathbf{g}_c$  和  $\mathbf{v}_c$  分别是与残余波前  $\varphi_e$ 、校正波前  $\varphi_c$  对应的波前斜率和控制电压向量。 $G(s)$  是自适应光学系统控制回路的开环传递函数,  $s = j2\pi f$  是拉普拉斯算子,  $f$  是时间频率。根据图 2, 直接斜率法中控制电压与泽尼克模式间关系为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_e &= \mathbf{D}^+ \mathbf{g}_e = \mathbf{D}^+ \mathbf{Z} \mathbf{a}_e, \\ \mathbf{a}_e &= \mathbf{Z}^+ \mathbf{g}_e = \mathbf{Z}^+ \mathbf{D} \mathbf{V}_e. \end{aligned} \quad (8)$$

先不考虑动态控制过程, 令  $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_c$ 。把上式代入(7)式, 得到直接斜率法中波前模式间的关系:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} + \mathbf{Z}^+ \mathbf{D} \mathbf{D}^+ \mathbf{Z}) \mathbf{a}_e &= \mathbf{a}_r, \\ \mathbf{a}_e &= (\mathbf{I} + \mathbf{Z}^+ \mathbf{D} \mathbf{D}^+ \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{a}_r. \end{aligned} \quad (9)$$

令矩阵  $\mathbf{Q} = \mathbf{Z}^+ \mathbf{D} \mathbf{D}^+ \mathbf{Z}$ 。矩阵  $\mathbf{Q}$  综合了系统布局(矩阵  $\mathbf{D}$ )与模式复原(矩阵  $\mathbf{Z}$ )两方面的影响, 反映了波前模式间的耦合程度。因为矩阵  $\mathbf{N} = \mathbf{D} \mathbf{D}^+$  不是对角矩阵, 则矩阵  $\mathbf{Q}$  也不是对角矩阵。这说明残余模式  $\mathbf{a}_e$  与扰动模式  $\mathbf{a}_r$  间不是一一对应的, 而是存在耦合现象。

动态信号一般用拉普拉斯算子  $s = j2\pi f$  表示。

变形镜和倾斜镜的驱动器总数。因为变形镜和倾斜镜的驱动器是互相解耦的, 这里我们把他们看作是一个整体。 $\mathbf{D}$  是  $2m \times n$  维的驱动器影响函数矩阵, 一般有  $2m > n$ ,  $\mathbf{D}$  矩阵的秩为  $n$ 。直接斜率法就是用最小二乘法解上面的方程, 从哈特曼-夏克探测器测量的子孔径斜率直接计算出要求的驱动器控制电压的算法<sup>[2~4]</sup>。

$$\mathbf{v} = \mathbf{D}^+ \mathbf{g}, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{D}^+$  是  $\mathbf{D}$  的广义逆矩阵, 它们之间满足关系:

$$\mathbf{D}^+ \mathbf{D} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{D} \mathbf{D}^+ = \mathbf{N},$$

其中  $\mathbf{I}$  是  $n \times n$  的单位对角矩阵,  $\mathbf{N}$  是  $2m \times 2m$  的对称非对角矩阵。

对于动态控制的情形, 控制电压间的关系为

$$\mathbf{V}_c(s) = G(s) \mathbf{V}_e(s), \quad (10)$$

其中  $\mathbf{V}(s) = [V_1(s), V_2(s), \dots, V_n(s)]^T$  中表示动态控制电压信号向量, 利用上式得到

$$[\mathbf{I} + G(s) \mathbf{Q}] \mathbf{a}_e(s) = \mathbf{a}_r(s), \quad (11)$$

上式左边是满秩的对称矩阵。令

$$\mathbf{A}(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{Q}G(s)]^{-1}$$

得到

$$\mathbf{a}_e(s) = \mathbf{A}(s) \mathbf{a}_r(s). \quad (12)$$

(11)、(12)两式就是用拉普拉斯传递函数表示的直接斜率法中波前模式间的动态关系。直接斜率法的实质是通过补偿子孔径斜率达到补偿波前相位的目的, 它对系统布局的依赖小, 系统容易闭环。但下面的分析将表明, 由于波前模式间的耦合, 直接斜率法的波前校正效果受到影响。

## 3 直接斜率法中波前各阶泽尼克模式的功率谱抑制函数

### 3.1 功率谱抑制函数的定义

根据文献[6]的分析, 采用哈特曼波前探测器和数字波前处理器的这一类自适应光学系统是一个纯时间延迟的控制对象, 系统控制回路的时间响应是

$$G_0(s) = K_0 \exp(-\tau s), \quad (13)$$

其中  $\tau$  是系统的时间延迟, 一般  $\tau \approx 2T$ ,  $T$  是波前探测器 CCD 的采样周期,  $K_0$  是系统固有的比例

增益系数。自适应光学系统一般采用积分控制器  $C(s) = K/s$ , 式中  $C(s)$  表示控制器的传递函数, 比例增益满足条件  $K \leq \pi/6\tau$ , 以保证闭环控制稳定<sup>[6]</sup>。控制回路的开环传递函数和误差传递函数分别为

$$\begin{aligned} G(s) &= G_0(s) C(s), \\ E(s) &= [1 + G(s)]^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

常用信号的时间功率谱(Power Spectra Density, 简写为 PSD)方法分析信号的时域和频率域特性。信号的功率谱定义为信号自相关函数的傅里叶变换, 也等于信号的拉普拉斯变换与其共轭的乘积。对一个时间序列信号进行傅里叶分析可以计算出它的功率谱。自适应光学系统闭环和开环时可以分别得到信号的闭环残余功率谱  $F_e(f)$  和开环功率谱  $F_r(f)$ , 它们的比就是信号的功率谱抑制函数  $F_{\text{reject}}(f) = F_e(f)/F_r(f)$ 。文献[7]中把它称为误差功率谱, 这里参照国外文献改称为功率谱抑制函数。根据文献[7, 8]的分析, 在不考虑探测噪声的理想的情况下功率谱抑制函数就是系统控制器误差传递函数模的平方:

$$F_{\text{reject}}(f) = |E(j2\pi f)|^2. \quad (15)$$

实际工作中随着实验条件不同, 开环功率谱的具体形式差异将很大。但无论开环功率谱如何变化, 闭环功率谱会随之变化, 只要系统自身的控制特性不变, 它们的比即功率谱抑制函数相对不变。所以在实验数据分析中, 功率谱抑制函数的方法可以有效地去除实验中大气湍流强度变化、功率谱形状不确定等许多复杂因素, 总能较准确地反映我们关心的只与系统控制特性有关的信息, 适合作为评价系统控制效果的指标<sup>[7, 8]</sup>。这个特性将给下面的分析带来极大的方便。

### 3.2 波前泽尼克模式分解系数的功率谱抑制函数

自适应光学系统开环时和闭环时探测到的波前各阶模式分解系数的功率谱分别为

$$\begin{aligned} F_{rk}(f) &= a_{rk}(j2\pi f) a_{rk}(j2\pi f)^* \\ k &= 2, 3, \dots, p, \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} F_{ek}(f) &= a_{ek}(j2\pi f) a_{ek}(j2\pi f)^* \\ k &= 2, 3, \dots, p, \end{aligned} \quad (16b)$$

其中\*表示复共轭。Roddier等人分析了大气湍流畸变波前中各阶泽尼克模式系数的时间功率谱<sup>[11, 12]</sup>。功率谱的具体形式比较复杂, 将给下面的分析带来极大的困难, 为此需要一个简化处理。我们在实验中经常发现, 各阶泽尼克模式系数的功率

谱谱形大致相同, 只是各阶功率谱的值与各阶模式的方差之间呈现一定的比例关系。Noll等人分析了科尔莫戈罗夫湍流畸变波前中各阶泽尼克模式分解系数间的相关性, 给出了一个模式相关矩阵  $\mathbf{C}_{\text{zr}}$ 。各阶模式的方差之比就是模式相关矩阵的对角线元素值之比。因此在这里不考虑各阶泽尼克模式功率谱的具体形式, 把各阶模式系数开环功率谱间的关系简化处理为各阶模式方差间的比例关系, 即

$$\frac{F_{r2}(f)}{\mathbf{C}_{\text{zk}}(2, 2)} = \frac{F_{r3}(f)}{\mathbf{C}_{\text{zk}}(3, 3)} = \dots = \frac{F_{rp}(f)}{\mathbf{C}_{\text{zr}}(p, p)}. \quad (17)$$

下面将要分析在每一个时间频率点上, 各阶模式系数功率谱抑制函数的值。因为功率谱抑制函数与开环功率谱的具体形状和大小都无关, 因此可以作进一步简化, 认为开环功率谱不随频率变化, 并且在每一个频率点上各阶开环模式间的关系都满足条件:

$$\langle \mathbf{a}_r(s) \mathbf{a}_r(s)^* \rangle \propto \mathbf{C}_{\text{zr}}. \quad (18)$$

根据各阶模式间的动态补偿关系(12)式, 在每个频率点上各阶闭环模式间的关系为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{ze}} &= \langle \mathbf{a}_e(s) \mathbf{a}_e(s)^* \rangle = \mathbf{A}(s) \langle \mathbf{a}_r(s) \mathbf{a}_r(s)^* \rangle \times \\ &\quad \mathbf{A}(s)^* \propto \mathbf{A}(s) \mathbf{C}_{\text{zr}} \mathbf{A}(s)^*. \end{aligned} \quad (19)$$

由于矩阵  $\mathbf{A}(s)$  和  $\mathbf{C}_{\text{zr}}$  都是对称矩阵, 易于证明闭环相关矩阵的对角线元素值为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{ze}}(k, k) &= \mathbf{a}_{ek}(s) \mathbf{a}_{ek}(s)^* \propto \\ &\quad \sum_{i=2}^p \sum_{l=2}^p \operatorname{Re}[\mathbf{A}_{ki}(j2\pi f) \mathbf{A}_{kl}(j2\pi f)^*] \mathbf{C}_{\text{zr}}(i, l) \\ k &= 2, 3, \dots, p, \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\operatorname{Re}$  表示复数的实部。与开环时的情况类似, 各阶模式系数的闭环功率谱间的比例关系与闭环相关矩阵的对角线元素值间的比例相同:

$$\frac{F_{e2}(f)}{\mathbf{C}_{\text{ze}}(2, 2)} = \frac{F_{e3}(f)}{\mathbf{C}_{\text{ze}}(3, 3)} = \dots = \frac{F_{ep}(f)}{\mathbf{C}_{\text{ze}}(p, p)}. \quad (21)$$

根据(17)、(21)两式, 得到自适应光学系统中各阶泽尼克模式系数的功率谱抑制函数为

$$\begin{aligned} F_k(f) &= \frac{F_{ek}(f)}{F_{rk}(f)} = \frac{\mathbf{C}_{\text{ze}}(k, k)}{\mathbf{C}_{\text{zr}}(k, k)} \\ k &= 2, 3, \dots, p. \end{aligned} \quad (22)$$

需要指出的是, 在我们的简化处理中, 把开环相关矩阵  $\mathbf{C}_{\text{zr}}$  处理为常数矩阵, 各阶模式开环功率谱的值不随频率  $f$  变化, 而闭环相关矩阵  $\mathbf{C}_{\text{ze}}$  是一个元素值随频率变化的复数矩阵, 各阶模式闭环功率谱的值随频率变化, 所以功率谱抑制函数将是一个随频率变化的曲线。并且因为各阶模式间的相关性, 各

阶模式的功率谱抑制函数间会有差异。因为功率谱抑制函数具有与开环功率谱具体形状无关的特性, 所以简化处理是可行的。即使在以上的分析中对各阶模式开环功率做了很大的简化处理, 仍然可以得到各阶模式的功率谱抑制函数的准确结果。通过对各阶模式功率谱抑制函数间的差异, 从中可以分析自适应光学系统对各阶波前模式的动态校正效果间的差异。

## 4 实验结果分析

### 4.1 波前泽尼克模式功率谱抑制函数间的差异

61 单元自适应光学系统<sup>[5]</sup>采用分割为 48 个有效子孔径的哈特曼-夏克波前探测器, 实验时 CCD 的采样频率是 838 Hz, 变形镜有 61 个驱动器, 倾斜镜有两个驱动器。系统采用直接斜率波前控制算法和积分控制器。在 61 单元自适应光学系统上进行了近地面水平大气湍流校正实验<sup>[5~7]</sup>。信标光束通过大气传输到自适应光学系统, 信标光中大气湍流引起的波前畸变被自适应光学系统实时测量和校正。实验中校正前后波前传感器子孔径上的波前斜率数据被记录下来, 每个实验数据包含 4096 帧波前斜率并被复原成 2~66 阶泽尼克模式系数信号(径向频率数 1~10)。没有考虑更高阶的模式是因为 61 单元自适应光学系统的空间分辨能力有限。对每一阶泽尼克模式系数信号经快速傅里叶变换计算得到功率谱, 然后分别比较闭环功率谱与开环功率谱得到每一阶泽尼克模式系数的功率谱抑制函数。通过比较各阶模式的功率谱抑制函数来分析系统对各阶模式的动态校正效果。

一个典型实验数据中的第 4 阶泽尼克模式系数(离焦项)的开环功率谱和闭环功率谱如图 3 所示,

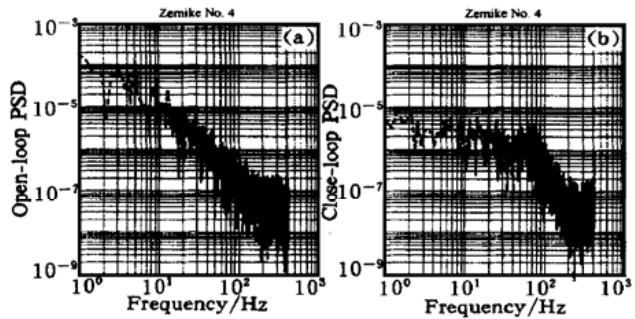


Fig. 3 The open-loop PSD and close-loop PSD of the 4th Zernike mode (defocus) on 61-element adaptive optics system. (a) Open-loop PSD; (b) Close-loop PSD

它的功率谱抑制函数如图 4 所示。按照前面的理论

分析结果计算出的第 4 阶泽尼克模式系数的功率谱抑制函数以及系统控制器误差传递函数的模平方曲线也同时表示在图 4 中。从图 4 中可见, 系统控制器误差传递函数模平方曲线的低频增益是 40 dB 每 10 倍频程, 控制带宽是 40 Hz 左右, 在 1 Hz 处的低频增益为 -64 dB 左右。实验数据中其他阶泽尼克模式系数功率谱抑制函数的典型例子如图 5 所示。

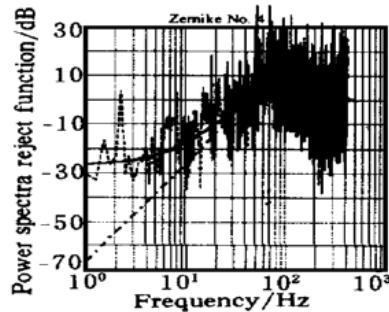


Fig. 4 The power spectra reject function of the 4th Zernike mode (defocus). Solid line: theoretically calculated results. Dashed line: experimentally measured results. Dot-dash line: square of the error transfer function.

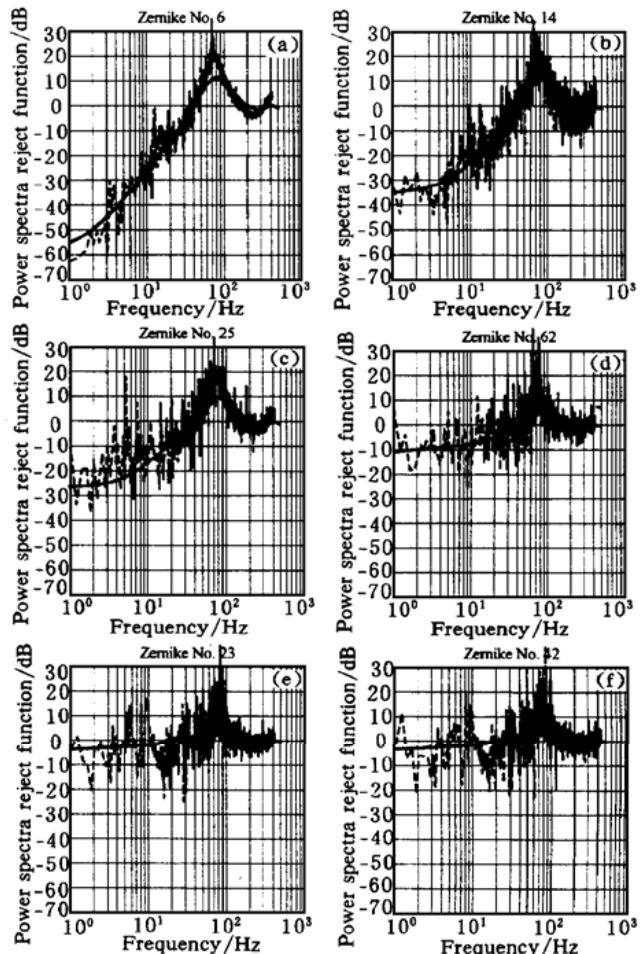


Fig. 5 The power spectra reject functions of some Zernike terms in 61-element adaptive optics system. Solid line: calculated result. Dashed line: measured result.

从图 4、图 5 中可以得到几个结论: 首先, 各阶模式系数功率谱抑制函数的实验结果与理论推导结果均符合较好, 说明本文的分析方法是正确的, 所做的简化处理是合理的; 其次, 可以看出各阶模式功率谱抑制函数的有效控制带宽相等, 过零频率都在 40 Hz 左右, 均等于系统控制器的带宽; 最后, 可以看到各阶模式功率谱抑制函数的低频增益差别很大。根据控制理论, 功率谱抑制函数的过零频率越高、低频增益越低, 说明说明控制系统对这个扰动信号的有效控制带宽越高, 低频抑制效果越好, 其校正效果也就会越好。现在各阶模式的有效控制带宽相同, 不同的低频增益将造成不同的校正效果。根据(15)式, 理想情况下功率谱抑制曲线在 1 Hz 处的低频增益也应为 -64 dB 左右。但从图 5 可见其中第 6 阶模式系数的功率谱抑制函数在 1 Hz 的低频增益为 -55 dB, 校正效果会较好; 其他如第 14 阶、第 25 阶、第 62 阶功率谱抑制函数的低频增益分别为 -35 dB、-25 dB、-10 dB 左右, 校正效果逐渐变差; 第 23~42 阶模式的低频增益更是不到 -5 dB, 校正效果将会很差。

#### 4.2 波前泽尼克模式校正比率系数间的差异

为了验证以上的结论, 用另一个更直接的评价指标, 模式校正比率系数  $\beta$ , 即闭环与开环模式系数方差之比进一步反映模式校正效果间的差异:

$$\beta_k = \frac{\sigma_{ek}^2}{\sigma_{rk}^2} = \frac{\int_0^\infty F_{ek}(f) df}{\int_0^\infty F_{rk}(f) df} = \frac{\int_0^\infty F_k(f) F_{rk}(f) df}{\int_0^\infty F_{rk}(f) df^2} = k = 2, 3, \dots, p. \quad (23)$$

模式校正比率系数越小, 校正效果越好。对前面分析的典型实验数据, 得到各阶泽尼克模式的校正比率系数如图 6 所示, 各阶模式的校正效果差别很大。系统对前 20 阶泽尼克模式的校正效果较好, 比率系数小于 40%, 对 30 阶以上的泽尼克模式校正效果变坏, 比率系数大于 50%。其中有些模式的校正效果很差, 比率系数大于 80%。比较分析那些功率谱抑制函数低频增益好的模式, 发现它们的模式校正比率系数较小, 校正效果好。反之那些功率谱抑制函数低频增益不理想的模式, 校正比率系数也不理想。

虽然模式校正比率系数可以更定量地反映模式校正效果, 但因为模式校正比率系数  $\beta$  与模式开环功率谱  $F_{rk}(f)$ 、模式闭环功率谱  $F_{ek}(f)$  和功率谱抑制函数  $F_k(f)$  都有关, 不同实验条件下得到的结果

会有所不同, 这给实验数据的比较分析带来困难。通过比较不同模式功率谱抑制函数的控制带宽和低频增益特性, 虽然不易得出定量的评价结果, 但可以定性地反映模式的校正效果, 具有不受实验条件限制的优点。把这两种方法结合起来, 就可以较全面地反映自适应光学系统对各阶泽尼克模式校正效果间的差异。

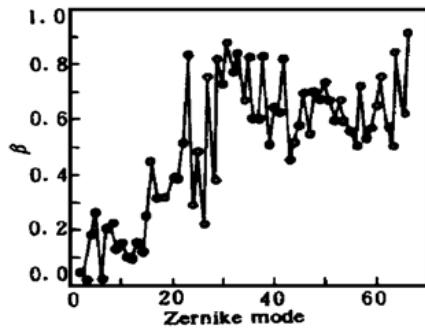


Fig. 6 The compensation rate coefficients between Zernike orders

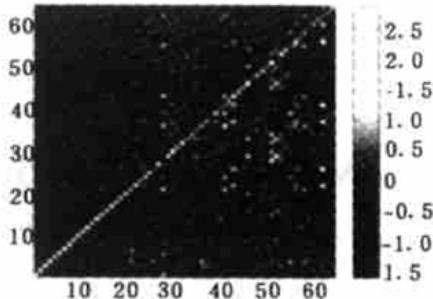


Fig. 7 The element of  $Q$  matrix in gray level

最后需要指出的是, 造成直接斜率法中各阶泽尼克模式校正效果间差异的原因很复杂, 本文以上只是从动态控制的角度揭示了这种现象。从(9)、(11)两式分析, 因为直接斜率法没有对模式间进行控制解耦,  $Q$  矩阵中模式间的耦合是造成模式功率谱抑制函数低频增益下降的主要原因。61 单元自适应光学系统中的  $Q$  矩阵元素值灰度示意图如图 7 所示。矩阵中前 20 阶泽尼克模式对应的元素接近对角矩阵, 模式间耦合较小, 所以校正效果也较好, 而存在较严重的耦合现象的模式校正效果下降。由于篇幅限制, 进一步的详细分析将在以后进行。

**结 论** 本文建立了采用直接斜率法的自适应光学系统对各阶泽尼克波前模式的动态补偿关系, 在此基础上推导了自适应光学系统对各阶泽尼克波前模式的功率谱抑制函数。分析了 61 单元自适应光学系统上的实验数据, 从理论分析和实验结果两方面揭示了采用直接斜率法的自适应光学系统对各阶泽

尼克波前模式校正效果间的差异。这种差异主要体现在不同模式的功率谱抑制函数低频增益和模式校正比率系数间差别很大。初步分析造成这种现象的原因是由于直接斜率法没有对各阶模式的控制间解耦。

**致 谢** 对中科院成都光电所的吴旭斌、任邵恒、李梅,中科院安徽光机所的龚知本、吴毅、王英俭、汪超等老师在实验工作中的大力支持和帮助,在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Tyson R K. Principles of Adaptive Optics. San Diego (USA): Academic press, 1991. 213~ 255
- [2] Jiang Wenhan, Li Huagui. Hartmann-Shack wavefront sensing and wavefront control algorithm. *Proc. SPIE*, 1990, **1271**: 82~ 93
- [3] 严海星,张德良,李树山.自适应光学系统的数值模拟:直接斜率控制法.光学学报,1997, **17**(6): 758~ 764
- [4] 姜文汉,王春红,鲜 浩等. 61 单元自适应光学系统. 量子电子学报, 1998, **15**(2): 193~ 199
- [5] 李新阳,姜文汉. 自适应光学控制系统的有效带宽分析. 光学学报, 1997, **12**(12): 1697~ 1702
- [6] 李新阳,姜文汉. 自适应光学系统控制效果分析的功率谱方法. 强激光与粒子束, 1998, **10**(1): 6~ 10
- [7] 李新阳,王春红,鲜 浩等. 直接斜率波前复原算法的控制效果分析. 光电工程, 1998, **25**(6): 9~ 14
- [8] Boyer C, Michon V, Rousset G. Adaptive optics: Interaction matrix measurements and real time control algorithms for the COME-ON project. *Proc. SPIE*, 1990, **1237**: 406~ 423
- [9] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3): 207~ 211
- [10] Guang-ming Dai. Model compensation of atmospheric turbulence with the use of Zernike polynomials and Karhunen-Loeve functions. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(10): 2182~ 2193
- [11] Roddier F et al.. One dimensional spectra of turbulence induced Zernike aberrations: time delay and isoplanicity error in partial adaptive compensation. *J. Opt. Soc. Am.*, 1993, **10**(5): 957~ 965
- [12] Brummelaar T. Temporal power spectra of Zernike coefficients. *Proc. SPIE*, 1994, **2200**: 418~ 421
- [13] 汪胡帧.现代工程数学手册(第1卷),武汉:华中工学院出版社,1985. 1089~ 1099

## Modal Compensation Effect Analysis of the Direct-Gradient Wavefront Control Algorithm

Li Xinyang Wang Chunhong Xian Hao Jiang Wenhan

(The Key National Laboratory of the Atmospheric Optics, Institute of Optics & Electronics,  
The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209)

(Received 29 March 1999; revised 1 September 1999)

**Abstract** The dynamic relationship of Zernike modes in an adaptive optics (AO) system using direct-gradient wavefront control algorithm was established. By comparing the power spectra rejection function of those Zernike modes that describe the atmosphere disturbed wavefront, the phenomena of different compensation effect for those Zernike modes in an adaptive optics system using direct-gradient wavefront control algorithm were indicated and the reason of causing different compensation effect was analyzed. The theoretical results were verified using the experimental results on a 61-element adaptive optics system.

**Key words:** adaptive optics; direct-gradient wavefront control algorithm; Zernike wavefront modes; power spectra reject function, control