

# “两原子-双模腔场”系统的腔场谱\*

高云峰<sup>1)</sup> 冯 健<sup>2), 3)</sup> 宋同强<sup>4)</sup>

1), 聊城师范学院教育工程系, 聊城 252059

2), 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室, 合肥 230031

3), 聊城师范学院光通信工程系, 聊城 252059

4), 宁波大学物理系, 宁波 315211

**摘要** 研究了存在偶极相互作用的两等同原子与双模腔场共振相互作用双光子过程的腔场谱。研究发现, 当两模初态都为光子数态或相干态时, 两模腔场谱之间有很强的相互影响, 在两模场强相同时, 两模的光谱结构也相同, 且在强场下都呈现三峰结构; 当两模初态场强不同时, 较强的一模出现简单的单峰结构, 而较弱模光谱中三峰的距离随另一模光子数的增加而增大。当两模均为压缩真空态时, 在强场下得到经典共振荧光谱, 且两模腔场谱之间的相互影响很弱。

**关键词** 腔场谱, 双模光场, 两等同二能级原子。

## 1 引言

处于高  $Q$  腔中的二能级原子与量子光场的相互作用已有系统的研究<sup>[1~11]</sup>, 发现了包括真空中场拉比劈裂<sup>[2]</sup>在内的一系列非经典效应。人们已经成功地从实验上演示了 J-C 模型<sup>[3]</sup>并观察到了真空中场拉比劈裂<sup>[4]</sup>。

在原子与腔场相互作用时, 腔的存在会影响原子的发光, 而原子的存在也要影响腔内光场的光谱结构。原子辐射谱和腔场谱各自从不同侧面反映着原子与光场相互作用的特性。在实验中, “原子-腔场”耦合模型是利用微波激射器来实现的。由于在微波波段直接测量腔内光场十分困难, 原子与光场相互作用的量子特性需要从原子辐射谱的测量来验证。在光波波段, 腔场谱可以利用光子计数技术测量, 虽然测量会引起损耗, 但在损耗很小时, 测到的腔场谱十分接近理想腔的谱<sup>[5]</sup>。双光子激光器的出现<sup>[6]</sup>, 又为双光子过程腔场谱的测量提供了实验手段, 所以双光子过程腔场谱的研究逐渐得到了重视。Nasreen 等人<sup>[7]</sup>在研究具有斯塔克(Stark)效应的单原子双光子 J-C 模型时分别计算了原子的辐射谱和腔场谱, Ashraf<sup>[8]</sup>则研究了单原子非简并双光子 J-C 模型的腔场谱, 本文作者<sup>[9]</sup>也研究了两原子双光子 J-C 模型的腔场谱并讨论了初态的交换对称性对谱结构的影响。本文将对有偶极相互作用的两等同原子非简并双光子 J-C 模型<sup>[10]</sup>的腔场谱进行研究。

\* 山东省自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1999-04-02; 收到修改稿日期: 1999-05-24

## 2 模型与理论推导

两个二能级原子和理想腔内双模光场组成的系统，其哈密顿量最先由范洪义<sup>[11]</sup>给出。本文考虑两原子相距较近的情况，这时两原子与光场的耦合常数是相同的，但需要计及两原子间的偶极相互作用。在旋波近似条件下，系统的哈密顿量为(取  $\hbar = 1$ )<sup>[10]</sup>

$$H = \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \frac{1}{2} \omega_0 \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + g \sum_{i=1}^2 (\sigma_i^\dagger a_1 a_2 + a_1^\dagger a_2^\dagger \sigma_i) + g_a (\sigma_1^\dagger \sigma_2 + \sigma_2^\dagger \sigma_1), \quad (1)$$

其中  $a_i^\dagger$ 、 $a_i$  分别为第  $i$  模光场光子的产生和湮灭算符； $\sigma_i^\dagger$ 、 $\sigma_i$  和  $\sigma_{z,i}$  为第  $i$  个原子的赝自旋算符， $g$  为原子与腔场的耦合常数， $g_a$  为原子之间的耦合常数； $\omega$  为模  $i$  腔场光子的频率， $\omega_0$  为原子跃迁频率。

系统的对称性基矢可取为

$$\left. \begin{aligned} |\Psi_1^N\rangle &= |+, +, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(|+, -, n_1+1, n_2+1\rangle + |-, +, n_1+1, n_2+1\rangle), \\ |\Psi_3^N\rangle &= |-, -, n_1+2, n_2+2\rangle, \\ |\Psi_4^N\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(|+, -, n_1+1, n_2+1\rangle - |-, +, n_1+1, n_2+1\rangle). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上述表达式中的 4 个量子数分别表示两原子所处的能级和两模光场的光子数， $N$  代表( $n_1, n_2$ )。由于  $\Psi_4^N$  是  $H$  的本征态，并且在初态两原子均处于高能级时对腔场谱无贡献，所以只需在 3 个具有交换对称性的基矢  $\Psi_1^N$ 、 $\Psi_2^N$ 、 $\Psi_3^N$  组成的子空间中讨论  $H$  的对角化。

(1) 式的本征方程为

$$H |\Psi_j^N\rangle = E_j^N |\Psi_j^N\rangle, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3)$$

$$|\Psi_j^N\rangle = \sum_{m=1}^3 C_{jm}^N |\Psi_m^N\rangle, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (4)$$

在共振相互作用条件下 ( $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ )，利用标准方法可求出本征值和本征态

$$E_j^N = \omega_1(n_1+1) + \omega_2(n_2+1) + \lambda_j^N g, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (5a)$$

$$\lambda_j^N = [0, \frac{1}{2}(\delta - \sqrt{\delta^2 + 8M}), \frac{1}{2}(\delta + \sqrt{\delta^2 + 8M})], \quad (5b)$$

$$C_{jm}^N = \begin{cases} -\sqrt{\frac{(n_1+2)(n_2+2)}{M}} & 0 & \sqrt{\frac{(n_1+1)(n_2+1)}{M}} \\ \sqrt{\frac{2(n_1+1)(n_2+1)}{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} & \frac{\lambda_2^N}{\sqrt{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} & \sqrt{\frac{2(n_1+2)(n_2+2)}{(\lambda_2^N)^2 + 2M}} \\ \sqrt{\frac{2(n_1+1)(n_2+1)}{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} & \frac{\lambda_3^N}{\sqrt{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} & \sqrt{\frac{2(n_1+2)(n_2+2)}{(\lambda_3^N)^2 + 2M}} \end{cases}, \quad (6)$$

在(5)式、(6)式中， $\delta = g_a/g$ ， $M = (n_1+1)(n_2+1) + (n_1+2)(n_2+2)$ 。

按照 Eberly 物理谱的定义，该系统的腔场谱按下式计算<sup>[12]</sup>：

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \times \Phi(0) |A^+(t') A(t)| \Phi(0) \rangle, \quad (7a)$$

其中， $\Gamma$  为谱仪的带宽， $T$  为测量时间， $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$ ， $|\Phi(0)\rangle$  是系统的初态。本文讨

论初始时刻两原子均处于激发态而两模光场处于任意态的情况，即取

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |+, +, n_1, n_2\rangle.$$

当有一模的初态光场为光子数态或压缩真空态时，可以证明， $\Phi(0)|a_2^\dagger(t')a_1(t)|\Phi(0)\rangle$  和  $\Phi(0)|a_1^\dagger(t')a_2(t)|\Phi(0)\rangle$  都等于零，这时(7a)式可化为

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (7b)$$

其中：

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \{ \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \} \times \Phi(0)|a_1^\dagger(t')a_1(t)|\Phi(0)\rangle, \quad (7c)$$

$$S_2(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \{ \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \} \times \Phi(0)|a_2^\dagger(t')a_2(t)|\Phi(0)\rangle, \quad (7d)$$

若初始时刻两模光场均为相干态或其他任意叠加态，则  $\Phi(0)|a_2^\dagger(t')a_1(t)|\Phi(0)\rangle$  和  $\Phi(0)|a_1^\dagger(t')a_2(t)|\Phi(0)\rangle$  一般不为零。但可以证明，只要两模腔场谱  $S_1(\omega)$  和  $S_2(\omega)$  的峰不重叠， $\Phi(0)|a_2^\dagger(t')a_1(t)|\Phi(0)\rangle$  和  $\Phi(0)|a_1^\dagger(t')a_2(t)|\Phi(0)\rangle$  的积分与  $S_1(\omega) + S_2(\omega)$  相比都可忽略不计， $S_1(\omega) + S_2(\omega)$  是系统腔场谱很好的近似。(本文中令  $\omega_2 - \omega_1 = 2\Delta$ ，并取  $\Delta = 6 g$ ， $\Gamma = 0.2 g$ ，此时两模腔场谱的峰不重叠。)

对(7c)式进行繁复的运算，可以得到

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} (p_{n_1}^{(1)} p_{n_2}^{(2)} \sum_{m=1}^3 |\sum_{j=1}^3 G_{jm}^N Z_{jm}^N|^2), \quad (8a)$$

式中

$$G_{jm}^N = \sum_{k=1}^3 C_{j1}^N C_{jk}^N b_k^{(1)} C_{mk}^N, \quad (8b)$$

$$Z_{jm}^N = \frac{\exp[i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})T] - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})}, \quad (8c)$$

$$p_{n_1}^{(1)} = |q_{n_1}^{(1)}|^2, \quad p_{n_2}^{(2)} = |q_{n_2}^{(2)}|^2, \quad (8d)$$

$$b_k^{(1)} = \sqrt{n_1 + (k - 1)}, \quad (8e)$$

$$\Omega_{jm}^{(1)} = \lambda_j^N - \lambda_{n_1}^N, \quad (8f)$$

$N_1$  代表  $(n_1 - 1, n_2)$ 。

同理， $S_2(\omega)$  的计算公式可以通过把(8b)~(8f)式中的  $n_1$  换成  $n_2$ ，并相应地把  $N_1$  换成  $N_2$ (即  $n_1, n_2 - 1$ ) 而得到。

(8)式表明，当两模光场的初态均为光子数态时，模 I 腔场谱的峰位和相对峰高分别由  $\Omega_{jm}^{(1)}$  和  $|G_{jm}^N|^2$  确定，而  $\Omega_{jm}^{(1)}$  和  $G_{jm}^N$  中都既含有  $n_1$  又含有  $n_2$ 。由此可知某一模腔场谱的频率和强度都将受到另一模初始场强的影响。

### 3 结果与分析

#### 3.1 初始场为光子数态

当两模初态都处于光子数态时，其腔场谱由图 1 给出。在图 1(a)中，两模光子数是相同的。对于真空场 ( $n_i = 0$ )，每一模的拉比峰为 4 个；在  $n_i = 1$  时出现对称 5 峰结构；随着场强

增加，外侧两峰偏离中心越来越远且高度迅速变小，中间3峰基本定位于 $\omega_1$ 和 $\omega_1 \pm g$ 处。这与“单原子-双模腔场”系统腔场谱的中心双峰结构<sup>[6]</sup>明显不同，但与“两原子-单模场”系统的腔场谱结构<sup>[9]</sup>十分相似。

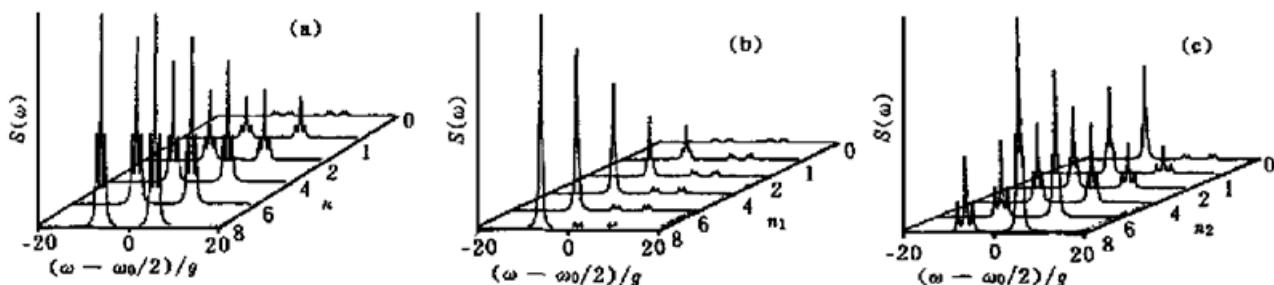


Fig. 1 Cavity field spectrum when the both initial fields are in pure number states. Parameters  $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20g^{-1}$ ,  $\Delta = 6g$ ,  $\delta = 0$ . (a)  $n_1 = n_2 = n$ , (b)  $n_1 = 0$ , (c)  $n_1 = 4$

若模II为真空场而模I为不同的光子数态时，其腔场谱结构示于图1(b)。随着 $n_1$ 的增大，模I的腔场谱结构很快变为频率为 $\omega_1$ 的单峰，而模II的4个峰的间距也随着 $n_1$ 的增加而越来越大。分析表明，当 $n_1 \gg 1$ 时，峰位在 $\omega_2 \pm \sqrt{n_1}g$ 和 $\omega_2 \pm \sqrt{2n_1}g$ 处，说明真空模的频率明显受另一模光强的影响。图1(c)给出了 $n_1 = 4$ 而 $n_2$ 取不同值时腔场谱，这时两模之间的相互影响表现得更加明显。利用这一特点，就可以通过改变一模光强来调谐另一模的频率。

两原子间的耦合常数增大时，腔场谱的对称性将受到破坏(如图2)。对于真空模，随着 $\delta$ 的增大，频率较高的两个拉比峰逐渐合并为一个较高的峰，而频率较低的两个峰间距略有增加，从而形成不对称的3峰结构。当初态场的光子数为1时， $\delta$ 的增大还使得左侧频率较低的一峰明显高于右侧的峰。当 $n$ 较大时， $\delta$ 对腔场谱的影响变得很不明显。这是因为，原子之间的相互作用一般都比较弱<sup>[13]</sup>， $\delta$ 的取值比较小，所以当 $n$ 较大时， $\delta$ 对峰高和峰位的贡献就可以忽略了。

### 3.2 初始场为光子数态的叠加态

首先，讨论模II光场处于真空态而模I光场处于相干态的情况[图3(a)]。在 $\bar{n}_1$ 很小时，

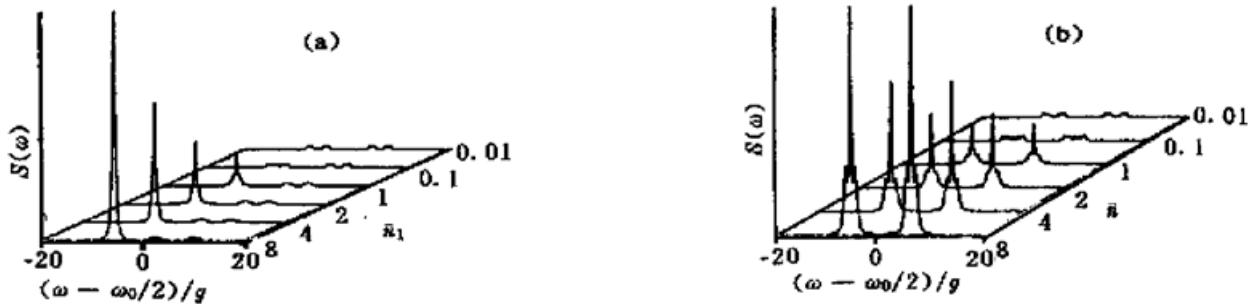


Fig. 3 Cavity field spectrum when (a) one of the fields is in a vacuum state and the other is in a coherent state and (b) both initial fields are in a coherent state. Parameters  $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20g^{-1}$ ,  $\Delta = 6g$ ,  $\delta = 0$ . (a)  $\bar{n}_2 = 0$ , (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$

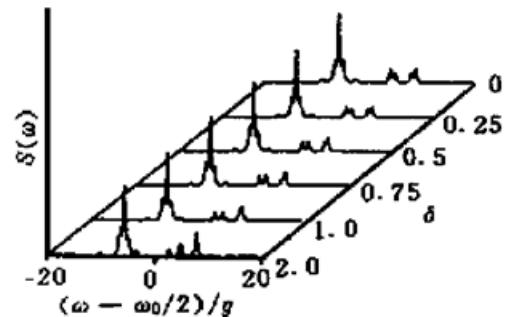


Fig. 2 Cavity field spectrum plotted against  $\delta$  with  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 0$  and all other parameters the same as in Fig. 1

模 I 对应的腔场谱仍为对称 4 峰结构, 在  $\bar{n}_1$  约为 0.1 时, 呈现对称的高度近似相等的 5 个峰; 之后, 随着  $\bar{n}_1$  的增大, 中心峰迅速增高, 内侧两峰高度逐渐增加并且逐渐与中心峰合并, 外侧各峰高度逐渐减小而消失, 在  $\bar{n}_1$  较大时得到经典的共振荧光谱。

如果两模均为相干态且平均光子数相同, 则在  $\bar{n}_i$  较大时为中心 3 峰结构[ 图 3(b) ]。与两模均为光子数态时的 3 峰结构相比较, 此处边峰的相对高度较小。当两模的初始光场强度不同时, 平均光子数较大的一模易呈现单峰, 而较弱的一模则为 3 峰, 且两边峰之间的距离随另一模场强的增加而增大。这表明在双模腔场处于不同的相干态时, 两模间的相互影响仍然存在。

当两模均为压缩真空态时, 其腔场谱结构(图 4)与两模均为相干态时谱结构大致相同, 但两模间的相互影响比两个相干态或两个光子数态之间的相互影响都要弱。在  $\bar{n}_i$  较大时, 每一模的腔场谱都形成单峰。压缩真空态的这种单峰谱结构与“单原子-双模场”在同样的初始光场时的腔场谱结构十分相似<sup>[8]</sup>, 后者在强场时也出现单峰结构。但与“两原子-单模腔场”的谱结构不同, 后者为 3 峰结构<sup>[9]</sup>。

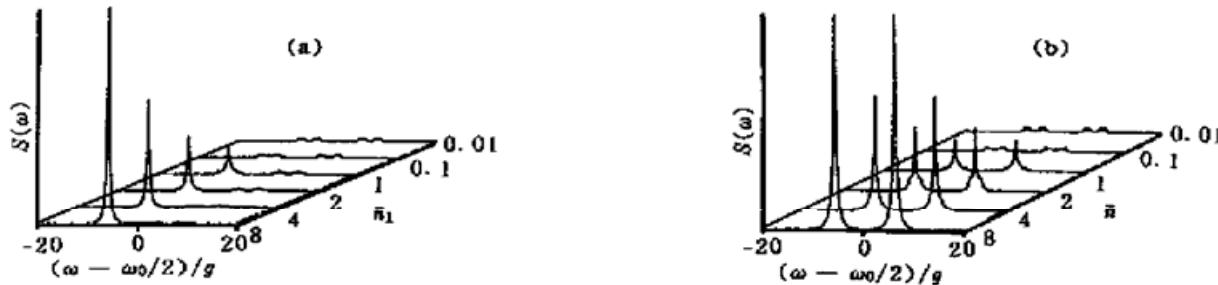


Fig. 4 Cavity field spectrum when (a) one of the fields is in a vacuum state and the other is in a squeezed vacuum state and (b) both initial fields are in a squeezed vacuum state.

Parameters  $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20g^{-1}$ ,  $\Delta = 6g$ ,  $\delta = 0$ . (a)  $\bar{n}_2 = 0$ , (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$

当处于叠加态(压缩真空态或相干态)一模的平均光子数增加时, 真空模的拉比峰宽度逐渐增加而高度变小[图 3(a)、图 4(a)], 这表明叠加态光场和光子数态光场对真空模的影响明显不同。

通过计算还发现, 两原子间的偶极相互作用对叠加态腔场谱结构的影响, 也只是在初始光场较弱时才比较明显, 其结果与光子数态的情况相似。

**结束语** 本文讨论了高  $Q$  腔中具有偶极相互作用的两等同原子与双模光场相互作用的腔场谱。结果表明, 对于两模初始场都是光子数态或都是相干态两种情况, 腔场谱有相似的结构, 在两模初始场的光子数相同且光场较强时, 每一模均呈现中心 3 峰结构; 在两模场强不同时, 随两模强度之比的增大, 场强较大一模趋向于单峰, 较弱的一模其边峰与中心峰的距离增大, 改变一模的光强就可以控制另一模的光强和频率。

对于两模均为压缩真空态的情况, 强场时每一模都得到简单的单峰, 两模腔场谱之间的相互影响很弱。

在一模处于真空态时, 如果另一模为光子数态, 则光强的增大将使真空模拉比峰的裂距增加; 但另一模为叠加态(相干态或缩真空态)时, 其场强的增大只能使真空模的线宽增加而强度变弱。

## 参 考 文 献

- [1] Chai Chinlin, Li Fuli, Zhang Zhiming. Effect of atomic cooperation on emission spectra of atoms in a cavity. *J. Phys. Lett. (A)*, 1990, **150**(2) : 85~ 88
- [2] Agarwal G S. Vacuum-field Rabi oscillation of atoms in a cavity. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1985, **2**(3) : 480~ 485
- [3] Meschede D, Walther H, Muller G. One-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **54**(6) : 551~ 554
- [4] Thompson R J, Rempe G, Kimble H J. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(8) : 1132~ 1135
- [5] Ashraf M M. Emission spectra of a  $\Lambda$ -type quantum-beat three-level atom. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(1) : 741~ 746
- [6] Gauthier D J, Wu Qilin, Morrin S E et al.. Realization of a continuous-wave, two-photon optical laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(4) : 464~ 467
- [7] Nasreen T, Razmi M S K. Atomic emission and cavity field spectra for a two-photon Jaynes-Cummings model in the presence of the Stark shift. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **10**(7) : 1292~ 1300
- [8] Ashraf M M. Cavity field spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(6) : 5116~ 5121
- [9] 高云峰, 冯 健, 宋同强. 两原子双光子J-C模型的腔场谱. 物理学报, 1999, **48**(9) : 1650~ 1658
- [10] 冯 健, 宋同强, 王文正等. 双模腔场中两偶极相互作用原子的辐射谱. 物理学报, 1994, **43**(12) : 1966~ 1972
- [11] Fan Hongyi. A generalized Jaynes-Cummings model for two collectively radiating atoms. *Commun. Theor. Phys.*, 1989, **11**(4) : 509~ 513
- [12] Eberly J H, Wodkiewicz K. Time-dependent spectrum of resonance fluorescence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9) : 1252~ 1261
- [13] 徐 磊, 罗振飞, 徐至展等. 原子间的偶极相互作用对其在腔场中辐射谱的影响. 光学学报, 1992, **12**(12) : 1089~ 1093

### 附录一：关于从 7(a) 式过渡到(7b)式的说明

设：

$$S_{21}(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] |\Phi(0)| a_2^\dagger(t') a_1(t) |\Phi(0)\rangle,$$

$$S_{12}(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] |\Phi(0)| a_1^\dagger(t') a_2(t) |\Phi(0)\rangle,$$

则经过繁复的运算可得到：

$$S_{21}(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} (q_{n_1}^{(1)})^* q_{n_1+1}^{(1)} (q_{n_2+1}^{(2)})^* q_{n_2}^{(2)} \sum_{m=1}^3 \left| \sum_{j=1}^3 (G_{jm}^N)^* G_{jm}^N (Z_{jm}^N)^* Z_{jm}^N \right|,$$

$$\text{其中 } G_{jm}^N = \sum_{k=1}^3 C_j^N i C_{jk}^N b_k^{(i)} C_m^N,$$

$$Z_{jm}^N = \frac{\exp[i(\omega - \omega_i - g\Omega_{jm}^{(i)})T] - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega - \omega_i - g\Omega_{jm}^{(i)})},$$

$$b_k^{(i)} = \sqrt{n_i + k}, \quad \Omega_{jm}^{(i)} = \lambda_j^N - \lambda_m^N,$$

$N_1$  代表  $(n_1 + 1, n_2)$ ,  $N_2$  代表  $(n_1, n_2 + 1)$ 。其它符号的意义与正文中相应符号一致。

当两模光场的初态中有一模为光子数态或压缩真空态时(对应正文中的图 1, 图 2, 图 4),  $q_n^{(i)}$  和  $q_{n+1}^{(i)}$  不可能同时不为零, 这时  $S_{21}(\omega) = 0$ 。

在两模光场的初态均为相干态时,  $q_n^{(i)}$  和  $q_{n+1}^{(i)}$  可以同时不为零, 这时  $S_{21}(\omega)$  的大小需要对其表达式进行分析来判断。

$$|(Z_{jm}^N)^* Z_{jm}^N (G_{jm}^N)^* G_{jm}^N| = |Z_{jm}^N G_{jm}^N| \cdot |Z_{jm}^N G_{jm}^N|,$$

而由正文中的(8)式可知, 正是  $|Z_{jm}^N G_{jm}^N|$  和  $|Z_{jm}^N G_{jm}^N|$  分别决定着两模腔场谱  $S_{21}(\omega)$  和  $S_{12}(\omega)$  的大小, 只有在两模腔场谱的峰重叠处,  $|Z_{jm}^N G_{jm}^N|$  和  $|Z_{jm}^N G_{jm}^N|$  才能全不为零。否则, 只要两模腔场谱的峰不重叠, 就意味

着  $|Z_{jml}^N G_{jml}^N|$  和  $|Z_{jnl}^N G_{jnl}^N|$  二者在任意频率  $\omega$  处至少有一个约等于零, 这时二者之积很小,  $S_{21}$  可忽略。本文所讨论的正是这种两模腔场谱的峰不重叠的情况(见图 3)。同理, 当两模光场的初态中有一模为光子数态或压缩真空态时,  $S_{12} = 0$ ; 当两模光场的初态都为相干态时, 只要两模腔场谱的峰不重叠,  $S_{12}$  也可忽略。

综上所述, 可以得出结论: 对于本文中所讨论的情况,

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) + S_{21}(\omega) + S_{12}(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega).$$

## 附录二:

### 两模腔场谱的计算公式

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp [-(\Gamma + i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp [-(\Gamma + i\omega)(T - t)] |\Phi(0)| A^+(t') A(t) | \Phi(0) \rangle, \quad (7')$$

从(7')式出发, 设初始时刻两原子均处于激发态而两模光场处于任意态, 即取  $|\Phi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |+, +, n_1, n_2\rangle$ , 经过繁复的运算, 可以得到

$$S(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=-1}^{\infty} \sum_{n_2=-1}^{\infty} \sum_{m=1}^3 \left| \sum_{j=1}^3 q_{n_1+1}^{(1)} q_{n_2+1}^{(2)} G_{jml}^N Z_{jml}^N + q_{n_1}^{(1)} q_{n_2+1}^{(2)} F_{jml}^N Y_{jml}^N \right|^2, \quad (8a')$$

其中  $G_{jml}^N = \sum_{k=1}^3 C_{j1}^N C_{jk}^N b_k^{(1)} C_{mk}^N, \quad F_{jml}^N = \sum_{k=1}^3 C_{j1}^N C_{jk}^N b_k^{(2)} C_{mk}^N, \quad (8b')$

$$Z_{jml}^N = \frac{\exp [i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})T] - \exp (-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})},$$

$$Y_{jml}^N = \frac{\exp [i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})T] - \exp (-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})}, \quad (8c')$$

而  $b_k^{(1)} = \sqrt{n_1 + k}, \quad b_k^{(2)} = \sqrt{n_2 + k}, \quad \Omega_{jm}^{(1)} = \lambda_j^N - \lambda_m^N, \quad \Omega_{jm}^{(2)} = \lambda_j^N - \lambda_m^N, \quad (8d')$   
 $N_1$  代表  $(n_1 + 1, n_2)$ ,  $N_2$  代表  $(n_1, n_2 + 1)$ 。利用(8')式、(5)式和(6)式, 就可以计算系统的腔场谱。

## Cavity Field Spectra of Two-Atom in a Cavity with Two-Mode Radiation Field

Gao Yunfeng<sup>1)</sup> Feng Jian<sup>2), 3)</sup> Song Tongqiang<sup>4)</sup>

1), Department of Education Engineering, Liaocheng Teachers College, Liaocheng 252059

2), Laser Spectroscopy Laboratory, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031

3), Department of Communication Engineering, Liaocheng Teachers College, Liaocheng 252059

4), Department of Physics, Ningbo University, Ningbo 315211

(Received 2 April 1999; revised 24 May 1999)

**Abstract** The cavity field spectrum of a pair of two-level atoms coupled by dipole-dipole force in a ideal cavity with two-mode radiation field is studied. It is found that the field intensities of one mode do influence the spectrum of another mode. Three-peak structure appears when two mode cavity fields are all strong and all in pure number states or in coherent states initially. If fields intensities of two mode are different, single-peak structure appears for strong field mode and three-peak for weak one. However, squeezed vacuum fields exhibit rather different features showing the classical resonance fluorescence spectra at large  $\bar{n}$ .

**Key words** cavity field spectrum, two-mode cavity fields, a pair of identical two-level atoms.

一化相关系数来测量大气湍流参数  $\beta$  和  $\rho_0$  的新方法, 并利用此方法得到大气湍流参数的测量结果。分析表明:

- 1) 斜率结构-相关函数是大气参数  $\beta$  和  $\rho_0$  的函数;
- 2) 斜率归一化相关系数只与大气参数  $\beta$  有关, 而与  $\rho_0$  无关;
- 3) 斜率结构-相关函数消除了相加噪声的影响, 斜率归一化相关系数与噪声有关。

论文中所用数据由中国科学院光电技术研究所的李新阳同志和鲜浩同志提供。在论文完成过程中, 作者还和李新阳同志进行了有益的讨论。在此一并致谢。

### 参 考 文 献

- [1] Li Huagui, Jiang Wenhan, Xian Hao. Atmospheric turbulence parameter measurement using H-S wavefront sensor. *ESO Proc.*, 1993, **48**: 21~28
- [2] Jiang Lingtao, Chen Li, Rao Xuejun et al.. High-resolution measurements for optical effect of atmosphere. *Proc. SPIE*, 1996, **2828**: 450~456
- [3] Stribling B E, Welsh B M, Roggemann M C. Optical propagation in non-Kolmogorov atmospheric turbulence. *Proc. SPIE*, 1995, **2471**: 181~196
- [4] Beland R R. Some aspects of propagation through weak isotropic non-Kolmogorov turbulence. *Proc. SPIE*, 1995, **2375A**: 6~16
- [5] Silbaugh E E, Welsh B M, Roggemann M C. Characterization of atmospheric turbulence phase statistics using wave-front slope measurements. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(12): 2453~2460
- [6] Boreman G D, Dainty C. Zernike expansions for non-Kolmogorov turbulence. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(3): 517~522
- [7] 饶长辉, 姜文汉, 凌宁. 低阶模式校正自适应光学系统的补偿效果分析. 光学学报, 1999, **19**(12): 1615~1624

### Atmospheric Parameters Measurements for Non-Kolmogorov Turbulence with Hartmann-Shack Wavefront Sensor

Rao Changhui    Jiang Wenhan    Ling Ning

(Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209)

(Received 11 January 1999; revised 29 April 1999)

**Abstract** Based on the principle of Hartmann-Shack wavefront sensor and the temporal and spatial analysis of the wavefront slope, a new method of measuring atmospheric parameters  $\beta$  (the power-law exponent of the generalized phase power spectrum) and  $\rho_0$  (the strength of the turbulence) is developed for non-Kolmogorov turbulence, by using the slope structure-correlation function and the generalized slope correlation coefficient measured by Hartmann-Shack wavefront sensor. The Hartmann-Shack wavefront sensor data acquired in recent horizontal atmospheric experiments for 1000 m laser beam propagation are used to evaluate  $\beta$  and  $\rho_0$  according to the method.

**Key words** non-Kolmogorov turbulence, slope structure-correlation function, slope correlation coefficient, Hartmann-Shack wavefront sensor.