

# 电子在强激光场中的同步辐射特性研究

刘亚青 程 静 余 玮 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放实验室, 上海 201800)

**摘 要** 研究了实验室坐标系下, 在超强激光场中作“平均静止”运动的电子的谐波辐射特性, 包括谐波的角分布特性、谐波随激光强度的变化特性等。为寻找新的 X 射线相干光源提供理论依据。

**关键词** 超强激光, 同步辐射, 谐波。

## 1 引 言

早在 60 年代激光刚问世时, 人们便开始思考电子在相对论强激光作用下的运动及辐射特性<sup>[1]</sup>。由于激光技术的迅猛发展, 目前用于实验的激光聚焦光强已达到  $10^{19} \text{ W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$  的量级 ( $I_L\lambda^2$ ), 并可望在近期内达到  $10^{21} \text{ W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$  量级[其中  $\lambda$  和  $I$  分别是激光的波长和光强]。而当  $I_L\lambda^2$  达到  $10^{18} \text{ W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$  时, 相对论效应就已十分明显, 因此对上述课题进行研究变得非常迫切和有意义。

Yu<sup>[2]</sup>等研究了电子超强激光的汤姆逊散射, 指出电子以一定速度注入迎面而来的圆偏振平顶激光脉冲后, 可维持在激光垂直平面作圆周运动, 而作为圆周轨道上运动的相对论电子, 其电磁辐射类似于储存环中的电子同步辐射, 并可用相同的公式描述。尽管如此, 储存环中的电子回旋半径为百米量级, 而光场中的电子的回旋半径仅为激光波长(微米)的量级。两者在回旋半径以及相应的回旋周期、频率方面相差 7 个数量级, 造成了强激光场驱动下作圆周运动电子的辐射特征与传统同步辐射有明显区别。本文的目的是在文献[2]的基础上研究强激光场驱动下作圆周运动的电子的辐射特征。

## 2 电子在强激光场中的辐射特性

假设激光从左向右传播, 电子从右向左运动。电子在电磁场中的动力学过程表示为:

$$\partial_t S + H = 0, \quad (1)$$

这里  $S$  为哈密顿原函数,  $H$  为哈密顿量。由于  $H = [(\nabla S \cdot c + e\mathbf{A})^2 + m^2c^4]^{1/2}$ , 则(1)式可写成:

$$(\partial_t S/c)^2 - (\nabla S + e\mathbf{A}/c)^2 = m^2c^2, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{A}$  为光场矢量。对沿  $z$  方向传播的平面波, 其矢势可表示为  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\eta)$ , 其中  $\eta = z - ct$ 。

另外由横波条件可知  $A_z = 0$ 。光场中电子的作用量  $S$  可以表示为  $S = az + bct + f(\eta)$ , 这里  $a$  和  $b$  是待定常数, 于是从(2)式可得:

$$d\eta f = (b^2 - a^2 - m^2c^2 - e^2A^2/c^2)/2(a + b). \quad (3)$$

由于  $\nabla S = m\gamma\mathbf{u} - e\mathbf{A}/c$  以及  $-\partial_t S = m\gamma c^2$ , 其中  $\mathbf{u}$  是电子速度,  $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$  是相对论因子, 由上述各式可得:

$$m\gamma u_{\perp} = eA_{\perp}/c, \quad (4)$$

$$\partial_z S = m\gamma u_z = [(a + b)^2 - m^2c^2 - e^2A^2/c^2]/2(a + b), \quad (5)$$

$$-\partial_t S = m\gamma c^2 = -c[(a + b)^2 + m^2c^2 + e^2A^2/c^2]/2(a + b), \quad (6)$$

这里  $u_{\perp}$  和  $u_z$  是速度相对于入射激光方向的垂直分量和水平分量。以上关系适用于任何惯性系, 可以通过常数  $a + b$  的选择决定不同的坐标系。

关于电子辐射的研究, 最好是在所谓“平均静止”坐标系中进行。在这个坐标系中, 电子作周期性运动, 其动量在时间平均后为 0。该电子单位立体角  $n$  次谐波的辐射功率为<sup>[1, 3]</sup>:

$$\frac{dP_n}{d\Omega} = \frac{e^2 n^2 \omega_0^4}{8\pi^3 c} \left| \int_0^{2\pi/\omega_0} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) \exp[in\omega_0(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c})] dt \right|^2, \quad (7)$$

其中  $\boldsymbol{\beta}$  是电子运动的速度。也可以设法在实验室坐标系中让电子作“平均静止”运动。考虑一个圆偏振的平顶激光脉冲:

$$\mathbf{E}_{\perp} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}_{\perp}}{\partial t} = \frac{\omega_0 A_0}{c} [\cos(\omega_0 t - k_0 z) \mathbf{x} + \sin(\omega_0 t - k_0 z) \mathbf{y}], \quad (8)$$

其中  $A_0$  在  $t = \pm \infty$  时为 0, 而在脉冲的平顶区为常数。对于  $A_0 = 0$  时是静止的电子, 将  $u_z = 0$ ,  $\gamma = 1$  代入(5)式和(6)式可求得  $a + b = -mc$ 。电子进入光脉冲后具有两种运动: 一种是横向的圆周运动; 一种是纵向的漂移运动, 其速度为  $\beta_z = a_0^2/(2 + a_0^2)$ , 其中  $a_0 = eA_0/mc^2$ 。如果让电子在进入激光脉冲之前具有速度  $\beta_z = -a_0^2/(2 + a_0^2)$ , 该纵向速度在电子进入脉冲前沿时被激光光压所抵消, 于是电子在进入激光脉冲的平顶区后, 纵向速度将为 0, 而只在  $xy$  平面内作圆周运动, 其速度为:

$$\boldsymbol{\beta} = -(a_0/\gamma) [\sin(\omega_0 t) \mathbf{x} - \cos(\omega_0 t) \mathbf{y}], \quad (9)$$

显然该电子的动量在时间平均后为 0。

在光场下作圆周运动的电子将向周围发射电磁波, 其单位立体角  $n$  次谐波的辐射功率可直接由(7)式解出:

$$\frac{dP_n}{d\Omega} = \frac{e^2 n^2 \omega_0^2}{2\pi c} [\cot^2 \theta J_n^2(n\beta \sin \theta) + \beta^2 J_n'^2(n\beta \sin \theta)], \quad (10)$$

其中  $J_n$  和  $J_n'$  分别是  $n$  阶贝塞耳函数及其导数,  $\beta = a_0/\sqrt{1 + a_0^2}$  是洛伦兹不变量。可看到, 当  $a_0 \ll 1$  时, (10) 式将退化为经典的汤姆逊散射公式。此时电子的辐射是线性的, 仅包含激光的基频。当  $a_0 \geq 1$  时, 辐射将是非线性的, 即包含越来越多的谐波成分。事实上, (10) 式最初是在研究电子同步辐射过程中导出的, 但由于同步辐射的回旋频率  $\omega_0$  太小, 以至于在实验中无法区分各次谐波间的间隔, 使得实际观测到的只是连续谱, 而并不是分立的谐波谱。另外, 在同步辐射中其电子的能量较高, 其辐射几乎完全集中在电子轨道平面, 所以人们并不怎么去研究辐射的角分布, 而对于强激光场中的电子, 不同谐波的辐射的角分布是不同的, 因此有必要对其进行仔细研究。

图 1 是当  $a_0 = 3$  时第 1 次到第 40 次谐波辐射的角分布图。从图中看到基频光的峰值位于  $\theta = 0^\circ$  方向, 即基频光的辐射峰值垂直于电子运动轨道平面。这和汤姆逊散射公式所描述的

线性辐射一样。而谐波角分布的峰值则随谐波次数的上升向大散射角移动，较高次谐波的峰值均在  $\theta = 90^\circ$  的方向。由此可见，在激光非线性散射的过程中，不同频率的散射角是不同的，低频部分以小角度散射而高频部分集中在电子轨道平面。第  $n$  次谐波辐射的最优角可由

$$X^2 - 1)J_n(X)J_n(X) - X^{-3}J_n^2(X) + \beta^2 J_n(X)J_n(X) = 0 \tag{11}$$

确定，其中  $X = n\beta \sin \theta$ 。图 2 是当  $a_0 = 3$  时，谐波辐射的最佳方位角随谐波次数的变化图。它表明对同一激光强度，次数高的谐波其最佳发射角也大些。图 3 是第 1、2、3、10、40 次谐波的辐射最佳角随激光光强  $a_0$  的变化图。从图中看到不论激光强度如何变化，基频光辐射的最佳角总是在  $0^\circ$  角方向。而对于次数大于 1 的谐波，其辐射的最佳角随光强的上升而趋向于不同的固定值。因而在激光光强不断上升的条件下，激光非线性散射中高低成分相分离的倾向将越来越明显。

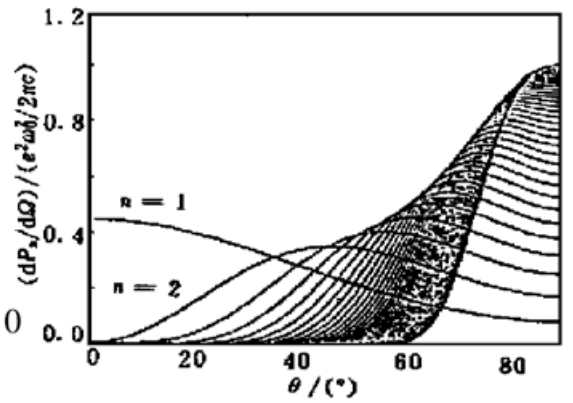


Fig. 1 The variation of the dimensionless quantity  $\frac{dP_n}{d\Omega}/(e^2\omega_0^2/2\pi c)$  for  $n = 1$  to 40, and  $a_0 = 3$

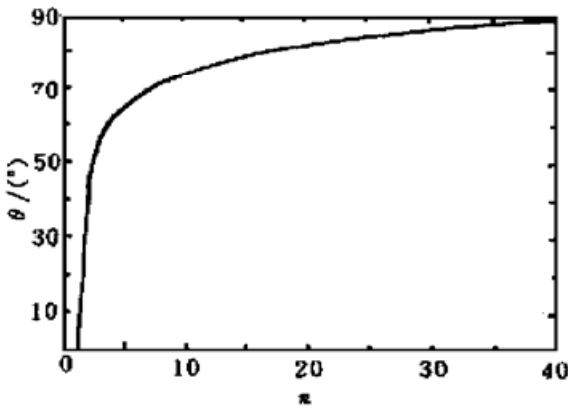


Fig. 2 The variation of the optimum radiation angle for  $n = 1$  to 40, and  $a_0 = 3$

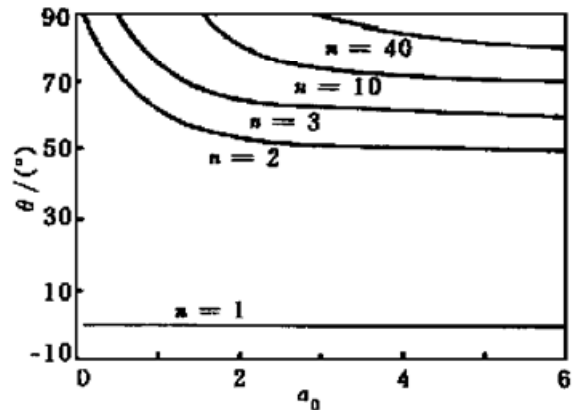


Fig. 3 The variation of the optimum radiation angle for  $a_0 = 1$  to 6, and  $n = 1, 2, 3, 10, 40$

在某一时刻，平顶激光脉冲非线性散射所造成的第  $n$  次谐波空间的辐射能量密度分布为：

$$\omega_n = \frac{dP_n}{d\Omega}/cr^2 = \frac{e^2 n^2 \omega_0^2}{8\pi c^2 r^2} [\cot^2 \theta J_n^2(n\beta \sin \theta) + \beta^2 J_n^2(n\beta \sin \theta)]. \tag{12}$$

图 4 是第 1、2、3、10 次谐波的辐射能量密度分布图。谐波的能量密度正比于在该点观测到的谐波光子的几率。从量子学的观点出发，强激光的非线性散射可大致描述为：大量基频激光光子同时作用于电子，产生各种谐波光子，不同频率的谐波光子以特定的分布向特定的方向

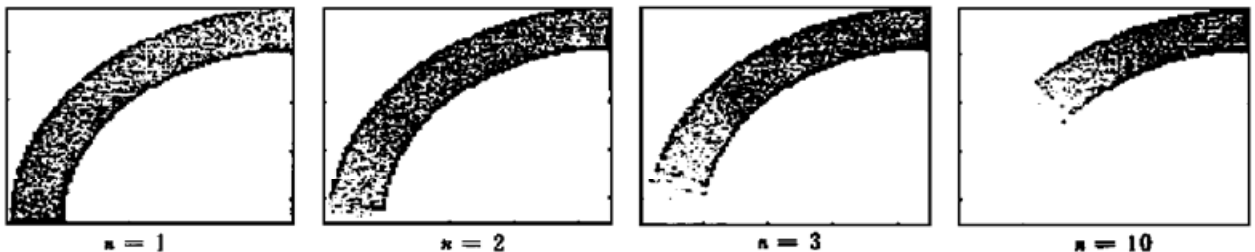


Fig. 4 The energy density angle distribution of  $n = 1, 2, 3, 10$  harmonics

散射。对各次谐波辐射的角分布函数进行积分,

$$P_n = 2\pi \int \frac{dP_n}{d\Omega} \sin \theta d\theta, \quad (13)$$

可以得到各次谐波的辐射功率。图 5 是第 1、2、3、10、40 次谐波对立体角积分后的总的辐射

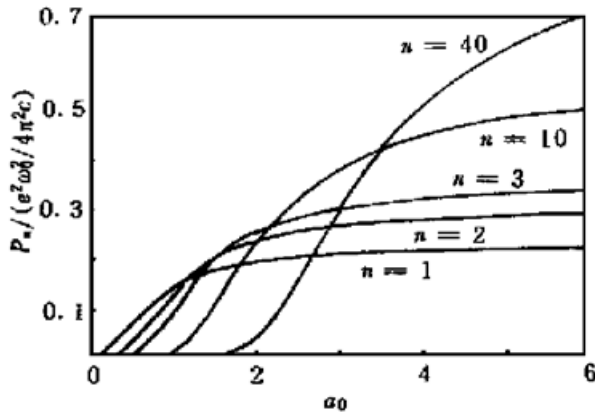


Fig. 5 The variation of the dimensionless quantity  $P_n/(e^2\omega_0^2/4\pi^2c)$  at  $n = 1, 2, 3, 10, 40$  harmonics for  $a_0 = 1$  to 6

功率随激光强度  $a_0$  的变化图。从图中可看到每一次谐波的出现都有一个激光强度阈值, 次数越高的谐波, 相应阈值强度越高。另外, 在激光强度较低时, 低次的谐波辐射相对强些, 随激光强度的升高, 次数高的谐波辐射增强并超过低次的谐波辐射强度, 而较低次谐波(如 1 次谐波)在增加到一定程度后将趋于饱和, 也就是说, 当激光强度很大时, 电子作圆周运动而辐射的电磁波总强度

$$P_{\text{tot}} = (2e^2\omega_0^2/3c) a_0^2(1 + a_0^2) \quad (14)$$

大幅度增强, 但增加量主要来源于较高次的谐波而不是低次谐波。

**总 结** 研究了逆向运动的电子在进入超强激光场之后由于其作圆周运动而引起的非线性电磁波辐射的各种特性。结果发现, 电子的辐射是以高次谐波的形式出现, 且越是次数高的谐波其方向性越好, 其强度随激光能量的增加而增强。这为寻找 X 射线相干光源提供了一种新的途径。

### 参 考 文 献

- [1] Sarachik E, Schappert G. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. (D)*, 1970, **1**(10): 2738~ 2757
- [2] Yu Wei, Yu M Y, Ma J X *et al.*. Strong frequency up-conversion by nonlinear Thomson scattering from relativistic electrons. *Phys. of Plasma*, 1998, **5**(2): 406~ 409
- [3] Jackson J D. *Classical Electrodynamics*, New York: John Wiley Sons, 1975.

## Synchrotron Radiation Characteristics of the High Power Laser-Driven Electron

Liu Yaqing Cheng Jing Yu Wei Xu Zhizhan

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fin Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 16 December 1998; revised 5 April 1999)

**Abstract** A simple average static model is proposed for studying the harmonic radiation characteristics of high power-driven electron in the laboratory frame, such as the angular distribution, the variation of the harmonic radiation with different laser power and so on. These results lend a novel way to find new coherent X-ray sources.

**Key words** high power laser, synchrotron radiation, harmonics.