

# 光场电离气体原子体系的剩余电子能量\*

邓 健 钟方川 覃 岭 张正泉 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放研究实验室, 上海 201800)

**摘 要** 总结并推导了在考虑激光脉冲包络时超短强激光脉冲光场电离多电子气体原子体系的阈上电离能量的计算公式, 消除了以往研究中的唯象假设。发展了产生各阶离化态离子的阈值光强和饱和光强的计算方法。数值模拟表明, 随激光能量升高, 平均剩余电子能量呈现出类似阶梯型平台的饱和行为。

**关键词** 光场电离, ADK 电离理论, 剩余电子能量。

## 1 引 言

近年来超短脉冲激光技术的迅速发展, 为实验物理提供了太瓦( $10^{12}$  W)量级、几十飞秒( $10^{-15}$  s)、聚焦功率密度高达  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> 的激光-物质相互作用的实验条件。在这一超短超强激光脉冲辐照下, 原子体系呈现出前所未有的强场效应。以高次谐波为例, 美国密执安大学建成的 5 fs 激光装置已实现了将相干软 X 射线波长推进到短于 2.7 nm 的波长区域<sup>[1]</sup>。在 X 射线激光研究领域, 由于超短强激光脉冲可获得的聚焦功率密度已超过氢原子库仑电场所对应的激光光强 ( $I_a = 3.5 \times 10^{16}$  W/cm<sup>2</sup>)。等离子体可由抽运光场直接产生, 称之为光场电离。线偏振激光的光场电离可产生电子温度极低的等离子体, 这为复合机制 X 射线激光的实现提供了一个更有发展前景的方案<sup>[2]</sup>。目前, 复合和碰撞机制的 X 射线激光实验都实现了增益放大<sup>[3, 4]</sup>。

紧聚束的强激光焦斑内的电子受光场的有质动力加热, 将获得超过有质动力势的剩余电子能量, 即阈上电离(ATI)能量。Corkum 和 Burnett 等人<sup>[5, 6]</sup>率先利用单电子在谐振电磁场中的经典轨道模型对阈上电离能量进行了理论分析。随后, Penetrante<sup>[7]</sup>进一步将阈上电离能量的研究推广到多电子原子体系, 考虑了等离子体效应对阈上电离能量的影响, 发展了一套阈上电离能量的计算方法。该方法已应用于 X 射线激光的数值模拟和理论研究<sup>[8]</sup>。

上述研究结果中, 考虑激光脉冲包络时超短强激光脉冲光场电离多电子气体原子体系的阈上电离能量的计算公式是唯象提出的, 而且在讨论产生各阶离化态离子的阈值光强和饱和光强时, 没有考虑激光脉冲的包络。本文从基本概念出发, 推导了上述阈上电离能量以及阈值光强和饱和光强的计算公式, 并对阈上电离能量的计算方法提出了自己的看法。

\* 国家科委 863 高科技项目。

收稿日期: 1999-02-05; 收到修改稿日期: 1999-04-29

## 2 多电子原子的光场电离

众所周知,物质原子在功率密度超过  $10^{16} \text{ W/cm}^2$  的激光脉冲辐照下会引发快电离过程。强场非共振电离的 Keldysh 隧道电离因子<sup>[9]</sup>

$$\gamma = \left( \frac{2U_i}{2\epsilon_{q0}} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

大致分为两个区域,当  $\gamma > 1$  时,电离过程可用多光子电离理论描述;当  $\gamma < 1$  时,电离即进入了隧道电离区。(1) 式中  $U_i$  为原子/离子的电离势能,  $\epsilon_{q0}$  为电子在谐振光场中的振颤动能,亦即有质动力势:

$$\epsilon_{q0} = \frac{e^2 E_0^2}{4m_e \omega^2} = 9.33 \times 10^{-14} I_0 \lambda^2, \quad (2)$$

上式中  $m_e$ 、 $e$  分别为电子的质量和电量;  $E_0$  为激光电场振幅;  $I_0$  为激光脉冲峰值功率密度,单位为  $\text{W/cm}^2$ ;  $\omega$  为激光的圆频率;  $\lambda$  为激光的波长,单位为  $\mu\text{m}$ , 有质动力势  $\epsilon_{q0}$  的单位为 eV。

光强  $I > 10^{16} \text{ W/cm}^2$  的超短强激光脉冲与物质相互作用时,有质动力势  $\epsilon_{q0}$  的大小是几百电子伏特的量级,远大于原子/离子的电离势能  $U_i$ , 电离进入隧道电离区。用于处理隧道电离过程的光场电离的理论模型有势垒压缩电离(BSI)理论<sup>[10]</sup>、Keldysh 电离理论<sup>[9]</sup>以及 ADK (Ammosov-Delone-Krainov) 电离理论<sup>[11]</sup>等等。势垒压缩电离理论适用于类氢离子电离的情况,该理论认为,光场电离发生条件是原子/离子的内部势垒被强激光场压缩到低于原子/离子的电离势能。在准静态近似下,势垒压缩电离理论给出的电离势为  $U_i$  (单位 eV) 的原子/离子的阈值光强  $I_{th}$  (单位  $\text{W/cm}^2$ ) 为

$$I_{th} = \frac{I_a}{16z^2} \left( \frac{U_i}{2U_H} \right)^4 = 4.00 \times 10^9 \frac{U_i^4}{z^2}, \quad (3)$$

其中  $z$  为电离所产生离子的电荷数,  $I_a = 3.5 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$  为氢原子库仑电场所对应的激光光强,  $U_H = 13.6 \text{ eV}$  为氢原子电离势能。Keldysh 电离理论通常用于描述高能激光场与原子相互作用,该理论直接采用费米黄金定则,对电离出的电子选择了合适的缀饰波函数,其重要特色在于电离出的电子较之原子结构对电离速率的影响更为重要。Keldysh 电离理论只对一阶离化态的处理是很好的。ADK 电离理论同样广泛用于强场领域内的激光-原子相互作用,它可以处理多电子的非类氢原子/离子体系。由于在三维静态电场电离速率表达式中引入了对原子壳层的依赖,该理论给出了复杂原子的电离速率的一个相当简单的表达式。与 Keldysh 电离理论相比较,ADK 电离理论与实验结果更为一致<sup>[12, 13]</sup>, 因此在下文中采用 ADK 电离理论的电离速率公式。

考虑含有  $z_{\max}$  个电子的多电子原子系统电离的实际情况,假设原子系统在被电离前处于基态,在强场作用下原子会被电离到高剥离态。假设电离呈现阶梯状过程,并设  $N_0(t)$ ,  $N_z(t)$  分别为基态和第  $z$  阶离化态的粒子数,  $W_z(t)$  为从第  $z-1$  阶离化态(或基态)电离到第  $z$  阶离化态的电离速率,则各阶离化态的粒子数分布将由如下一阶耦合微分方程组给出:

$$\left. \begin{aligned} N_0^{\circ} &= -W_1(t)N_0(t) \\ N_1^{\circ} &= -W_2(t)N_1(t) + W_1(t)N_0(t) \\ N_2^{\circ} &= -W_3(t)N_2(t) + W_2(t)N_1(t) \\ &\dots\dots \\ N_{z_{\max}}^{\circ} &= W_{z_{\max}}(t)N_{z_{\max}-1}(t), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

并满足初始条件  $N_0(0) = 1$  及  $N_z(0) = 0$ ,  $z = 1, \dots, z_{\max}$ 。

在不同的光场电离理论中, 有不同的电离速率  $W_z(t)$  的表达式。在 ADK 电离理论模型中, 记电离速率  $W_z(t)$  为  $W_{st}(t; z)$ , 其表达式可写为

$$W_{st}(t; z) = \omega_b C_n^{2n^*} \tilde{U}_i \left[ 2 \frac{(2\tilde{U}_i)^{3/2}}{\tilde{E}(t)} \right]^{2n^* - 1} \exp \left[ - \frac{2}{3} \frac{(2\tilde{U}_i)^{3/2}}{\tilde{E}(t)} \right], \quad (5)$$

式中  $\omega_b = 2U_H/\hbar = 4.134 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$  为原子单位制频率,  $n^* = (2\tilde{U}_i/z)^{1/2}$  为  $z$  阶离子的有效主量子数。  $C_n^{2n^*} = (2e/n^*)^{2n^*} / 2\pi n^* \approx 4$  为 Ammosov 电离系数,  $e = 2.71828$  为自然对数的底。  $\tilde{U}_i = U_i/2U_H$  为原子单位制下的  $z - 1$  阶离子到  $z$  阶离子的电离势能,  $\tilde{E}(t) = E(t)/E_a$  为原子单位制下激光场的电场强度,  $E_a = 5.4 \times 10^9 \text{ V/cm}$  为氢原子库仑电场。

如果不计激光脉冲的包络, 光场的电场强度  $E(t)$  可简单写为  $E(t) = E_0 \sin \omega t$ 。如果考虑激光电场的包络  $E_{\text{env}}$  并取为 sech 函数的形式, 线偏振激光电场强度  $E(t)$  可表示为

$$E(t) = E_{\text{env}} \sin \omega t = E_0 \text{sech} \left[ 2 \frac{t - t_{\text{peak}}}{\tau_p} \right] \sin \omega t, \quad (6)$$

式中  $t_{\text{peak}}$  为激光脉冲的电场强度峰值处的时间。因此, 电离速率  $W_{st}(t; z)$  随时间的变化由电场包络的 sech 函数和电场的正弦振荡部分  $\sin \omega t$  的贡献构成。

图1给出了利用ADK电离速率公式求解上述微分方程组(4)所得的Ar原子在光场电离下的各阶离化态离子数分布随时间的变化。其中在数值模拟中, 激光脉冲的宽度  $\tau_p = 45 \text{ fs}$ ; 峰值光强  $I_0 = 10^{16} \text{ W/cm}^2$ , 位于  $t_{\text{peak}} = 100 \text{ fs}$  处; 激光波长取为  $\lambda = 785 \text{ nm}$ 。以上激光条件均可在上海光机所强光光学开放研究实验室的 2 TW/50 fs 超短超强钛宝石激光系统<sup>[14]</sup>上实现。由图中可以看出, 上述激光条件可将 Ar 原子电离至 6 阶离子; 此外, 图中各阶离化态离子数的变化曲线呈周期性的“平台”行为, 这是由于  $W_{st}(t; z)$  对激光电场强度的  $e$  指数依赖, 在每一个  $\sin \omega t$  取零的时刻附近, 各阶电离速率为零, 各离化态离子数暂时不发生变化。电离主要发生在光场的谐振电场处于峰值附近的时刻。

尽管上述电离速率表达式及其所揭示的离子电离的周期性平台行为反映了激光电场的谐振项对原子体系电离的影响, 但与快速振荡的  $W_{st}(t; z)$  相比, 各离化态离子数在一个光频周期内是缓变的; 原子体系在强激光场作用下的电离过程及随之的粒子数反转、三体复合等物理过程不可能跟上激光场的快速谐振, 所以可以认为激光场谐振项  $\sin \omega t$  对原子体系的影响是以在一个光周期内取平均的方式出现的。在今后过程中也需要化简电离速率  $W_{st}(t; z)$  表达式(4), 消去激光脉冲振荡贡献的快变项  $\sin \omega t$ 。因此, 在电离方程(5)中可将  $W_{st}(t; z)$  用其在一个光周期内的平均值  $W_{ac}(t; z)$  代替。积分结果可用零阶变形贝塞耳函数来表述:

$$W_{ac}(t; z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} W_{st}(t; z) dt = \frac{2}{\pi} \omega_b C_n^{2n^*} \tilde{U}_i \left[ 2 \frac{(2\tilde{U}_i)^{3/2}}{\tilde{E}_{\text{env}}(t)} \right]^{2n^* - 1} K_0 \left[ \frac{2}{3} \frac{(2\tilde{U}_i)^{3/2}}{\tilde{E}_{\text{env}}(t)} \right], \quad (7)$$

式中  $K_0$  为零阶第二类变形贝塞尔函数(又称为 Basset 函数)。在条件  $(\tilde{U}_i)^{3/2}/\tilde{E}_{\text{env}}(t) \gg 1$  成立

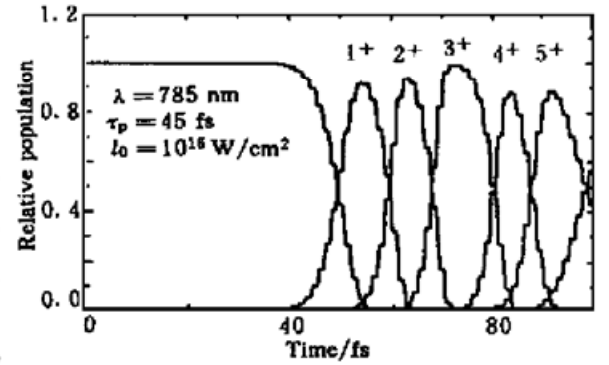


Fig. 1 The relative population evolution of first eight charge states in Ar, for a 45-fs laser pulse with a peak intensity of  $10^{16} \text{ W/cm}^2$ . The field varies according to Eq. (6), with the wavelength of 785 nm. The ionization is calculated from Eq. (5)

时,  $K_0$  函数的渐近行为是

$$K_0\left[\frac{2(2U_i)^{3/2}}{3\tilde{E}_{\text{env}}(t)}\right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{2(2U_i)^{3/2}}{3\tilde{E}_{\text{env}}(t)}\right]^{-1/2} \exp\left[-\frac{2(2U_i)^{3/2}}{3\tilde{E}_{\text{env}}(t)}\right]. \quad (8)$$

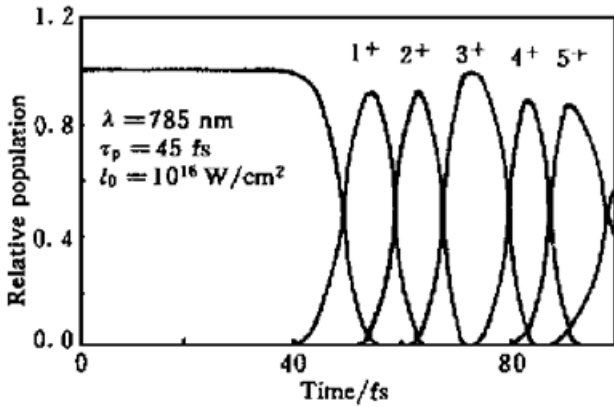


Fig. 2 The relative population evolution of first eight charge states in Ar, for a 45-fs laser pulse with a peak intensity of  $10^{16}$  W/cm<sup>2</sup>. The field varies according to Eq. (6), with the wavelength of 785 nm. The ionization is calculated by using Eq. (5)

考虑到(8)式, (7)式又可化为

$$W_{\text{ac}}(t; z) = \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/2} \omega C_n^{2z} \tilde{U}_i \left[2 \frac{(2U_i)^{3/2}}{\tilde{E}_{\text{env}}(t)}\right]^{2n^* - 1.5} \times \exp\left[-\frac{2(2U_i)^{3/2}}{3\tilde{E}_{\text{env}}(t)}\right]. \quad (9)$$

图2给出了用一个光周期内的平均电离速率  $W_{\text{ac}}(t; z)$  所决定的(5)式的解, 即各阶离化态 Ar 离子粒子数分布随时间的变化曲线。数值模拟中的激光脉冲参数同上。从结果可以看出, 图2中的曲线较之于图1变平滑, 不再出现周期性的“平台”行为, 这显然是由于在对  $W_{\text{ac}}(t; z)$  取一个光周期平均过程中, 消去了对激光脉冲振荡有贡献的  $\sin \alpha t$  快变。图2中的曲线轮廓与图1符合得很好, 表明以上对电离速率  $W_{\text{st}}(t; z)$  在一个光周期内取平均的处理是合适的, 本文以下内容对阈值电离光强的讨论将直接利用对一个光频周期平均的电离速率表达式(9)。

### 3 阈值电离光强

光场电离产生各阶离化态的阈值光强有几种估算方法, 其中最简单的是势垒压缩电离理论给出的阈值光强表达式(3)。由于该理论是基于类氢原子/离子体系得出的, 因此对阈值光强的估计值往往偏大。理论上最常见的是用 ADK 电离模型计算的。该方法最先由 Burnett 等给出, 即取阈值电离光强  $I_{\text{th}}$  为取 ADK 电离速率  $W_{\text{ac}}(z)$  为  $10^{12} \text{ s}^{-1}$  时所对应的激光光强。同样, 该方法是对常振幅的激光电场得出的, 未计入激光脉冲包络。下文将在考虑激光脉冲包络情况下, 由电离方程出发推导各阶离化态产生的阈值电离光强和饱和光强的计算公式。

$z$  阶离化态的电离速率方程为

$$N_z^{\circ} = -W_{\text{ac}}(t; z+1)N_z(t) + W_{\text{ac}}(t; z)N_{z-1}(t). \quad (10)$$

产生  $z$  阶离化态的阈值光强  $I_{\text{th}}$  可估计为在这一光强下, 该离化态离子布居数上升到  $N_z(\infty) = 0.01$ 。由于激光脉冲产生的  $z$  阶离化态离子极少, 而产生的  $z-1$  阶离化态离子布居数  $N_{z-1}(\infty) = 1$ , 所以(10)式中近似取  $N_z(t) = 0$ ,  $N_{z-1}(t) = 1$ , 此方程的解为

$$N_z(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\text{ac}}(t; z) dt. \quad (11)$$

同样,  $z$  阶离化态的饱和光强  $I_{\text{sat}}$  可估计为使该离化态离子布居数达到峰值后下降到  $N_z(\infty) = 0.01$  时激光脉冲的峰值光强。在(10)式中近似取  $N_{z-1}(\infty) = 0$ , 该方程的解为

$$N_z(\infty) = \exp\left[-\int_{-\infty}^{\infty} W_{\text{ac}}(t; z+1) dt\right]. \quad (12)$$

可见, 阈值光强和饱和光强的计算可归结于对电离速率的时间积分, 消去激光脉冲包络

的影响。(11)式、(12)式内对  $W_{ac}(t; z)$  的积分仍可利用 Basset 函数的知识得以简化:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_{ac}(t; z) dt = \tau_p \omega_a \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/2} \omega_a C_n^{2n^*} \tilde{U}_i \left[ 2 \left(\frac{2\tilde{U}_i}{\tilde{E}_0}\right)^{3/2} \right]^{2n^* - 1.5} K_1 \left[ \frac{2}{3} \left(\frac{2U_i}{\tilde{E}_0}\right)^{3/2} \right] = \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \tau_p \omega_a C_n^{2n^*} \tilde{U}_i \left[ 2 \left(\frac{2\tilde{U}_i}{\tilde{E}_0}\right)^{3/2} \right]^{2n^* - 2} \exp \left[ -\frac{2}{3} \left(\frac{2U_i}{\tilde{E}_0}\right)^{3/2} \right], \quad (13)$$

$K_1$  为一阶 Basset 函数; 在条件  $(\tilde{U}_i)^{3/2}/\tilde{E}_0 \gg 1$  成立时,  $K_1$  与  $K_0$  函数有类似的渐近行为。

表 1 列出了由势垒压缩电离理论、ADK 电离理论和(11)式、(12)式计算得到的阈值电离光强和饱和光强。图 3 给出了相应的阈值电离光强和饱和光强随电离势的曲线。

Table 1. OFI threshold and saturation laser intensity of Ar calculated by the BSI theory, ADK theory and Eq. (11) ~ Eq. (13)

	$z$	$U_i$ /eV	$I_{th}$ (BSI theory) /(W/cm <sup>2</sup> )	$I_{th}$ (ADK theory) /(W/cm <sup>2</sup> )	$I_{th}$ [Eq. (11)] /(W/cm <sup>2</sup> )	$I_{sat}$ [Eq. (12)] /(W/cm <sup>2</sup> )
Ar I	1	15.76	$2.47 \times 10^{14}$	$1.41 \times 10^{14}$	$1.36 \times 10^{14}$	$1.03 \times 10^{15}$
Ar II(Ar <sup>1+</sup> )	2	27.63	$5.83 \times 10^{14}$	$3.98 \times 10^{14}$	$4.13 \times 10^{14}$	$2.05 \times 10^{15}$
Ar III(Ar <sup>2+</sup> )	3	40.74	$1.22 \times 10^{15}$	$8.22 \times 10^{14}$	$9.50 \times 10^{14}$	$5.09 \times 10^{15}$
Ar IV(Ar <sup>3+</sup> )	4	59.81	$3.20 \times 10^{15}$	$2.05 \times 10^{15}$	$2.52 \times 10^{15}$	$7.85 \times 10^{15}$
Ar V(Ar <sup>4+</sup> )	5	75.02	$5.07 \times 10^{15}$	$3.09 \times 10^{15}$	$4.15 \times 10^{15}$	$1.16 \times 10^{16}$
Ar VI(Ar <sup>5+</sup> )	6	91.01	$7.62 \times 10^{15}$	$4.42 \times 10^{15}$	$6.39 \times 10^{15}$	$2.85 \times 10^{16}$
Ar VII(Ar <sup>6+</sup> )	7	124.32	$1.95 \times 10^{16}$	$1.11 \times 10^{16}$	$1.59 \times 10^{16}$	$3.82 \times 10^{16}$
Ar VIII(Ar <sup>7+</sup> )	8	143.46	$2.65 \times 10^{16}$	$1.44 \times 10^{16}$	$2.20 \times 10^{16}$	$1.85 \times 10^{18}$

## 4 剩余电子能量

光场电离产生的电子受激光电场的加速, 其动能分布可以大于自由电子在电磁场中相干谐振的能量分布, 这一多余的能量已在实验中观察到, 并称为阈上电离。在对复合 X 射线激光有利的区域, 电子的振颤动能远大于电离势和抽运激光光子能量, 在这种条件下, 阈上电离可用经典理论来解释, 即由于电离时相位和电磁场峰值之间的失配, 使电子产生漂移运动, 从而产生剩余电子能量。

电子被激光场电离后, 将在外场中作受迫振动。首先考虑单电子的情况。假设电子在  $t = t_0$  时被电离且具有零动能, 并用经典轨道模型描述单电子在外场作用下的运动状态。电子沿激光电场偏振方向运动, 其运动方程为

$$X^\circ(t) = -\left(\frac{e}{m}\right)E(t), \quad (14)$$

并满足初始条件  $x(t_0) = 0$ ,  $x^\circ(t_0) = 0$ 。仍取如

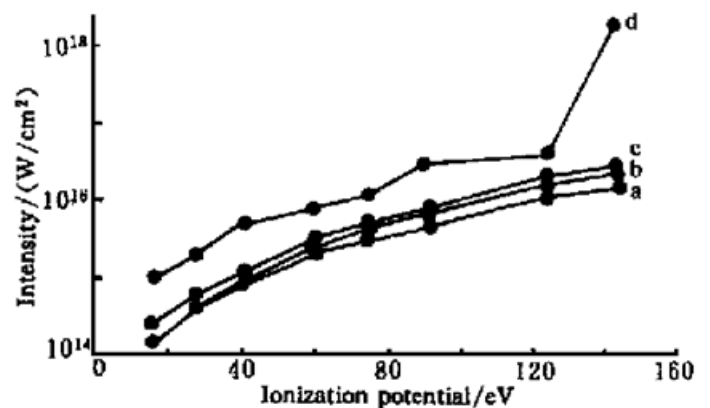


Fig. 3 Calculated threshold and saturation laser intensities required to produce the first eight charge states in Ar by using several ionization models as follows: a. ADK theory [Eq. (9)]. b. Eq. (11). c. BSI ionization theory [Eq. (3)] and d. Eq. (12). The threshold laser intensity in the ADK theory is defined as that required to yield an ionization rate of  $10^{12} \text{ s}^{-1}$

式(6)的含包络的激光电场表达式, 电子的瞬时速度可由式(14)直接积分得出:

$$x^{\circ}(t; t_0) = -\frac{eE_0}{m} \int_0^t \text{sech} [2(t' - t_{\text{peak}})/\tau_p] \sin \alpha t' dt'. \quad (15)$$

假设  $\omega\tau_p \gg 1$ , 即激光电场的 sech 项相对于快变的谐振项  $\sin \alpha t$  是缓变的(对于超短脉冲, 该条件总是成立的), 上述积分可不失准确性地给出

$$x^{\circ}(t; t_0) = \frac{eE_0}{m\omega} \{ \text{sech} [2(t' - t_{\text{peak}})/\tau_p] \sin \alpha t - \text{sech} [2(t' - t_{\text{peak}})/\tau_p] \cos \alpha t_0 \}, \quad (16)$$

上式右边第一项为谐振项, 表示电子在受光场激励的相干谐振; 第二项为与电子被电离的时间  $t_0$  有关的常量, 它表征电子在光场中的漂移运动。将上式对每一个光周期取平均, 得到电子的平均动能为

$$\epsilon(t, t_0) = \frac{1}{2} m \langle \dot{x}^2 \rangle = \epsilon_q(t) + \epsilon_0(t, t_0), \quad (17)$$

其中,  $\epsilon_q(t)$  为相干振动项,  $\epsilon_0(t_0)$  为漂移运动的动能, 即代表大于相干振动动能的剩余电子能量, 具体表达式分别为

$$\epsilon_q(t) = \epsilon_{q0} \text{sech} [2(t - t_{\text{peak}}/\tau_p)], \quad (18)$$

$$\epsilon_0(t, t_0) = 2\epsilon_{q0} \text{sech}^2 [2(t - t_{\text{peak}}/\tau_p)] \cos^2 \alpha t_0. \quad (19)$$

从(18)式可以看出, 在考虑到激光电场的包络情况下, 得到的含时的振颤动能  $\epsilon_q(t)$  的表达式相当于是通常文献中引用的振颤动能  $\epsilon_{q0}$  在激光包络调制下的值。实际上, 将  $\epsilon_q(t)$  对时间取平均, 即可得到不含时的振颤动能  $\epsilon_{q0}$ 。从这一意义上说,  $\epsilon_{q0}$  实际上是  $\epsilon_q(t)$  在整个激光脉冲内的时间平均值。此外, 当  $t \rightarrow \infty$ ,  $\epsilon_q(\infty) \rightarrow 0$ , 可见上式以简洁的形式表明, 激光脉冲结束后, 电子将振颤动能还给了光场。

(19)式表示的是激光脉冲在  $t_0$  时刻产生的单电子的剩余电子能量, 其中  $\cos^2 \alpha t_0$  项表征电离时的相位和电磁场峰值之间的失配。

在经典文献中<sup>[5-7]</sup>, 对平均剩余电子能量表达式是唯一写出的。根据以上得到的激光脉冲在  $t_0$  时刻产生的单电子的剩余电子能量表达式, 可以由此出发严格推导平均剩余电子能量的表达式。在等离子体体系内, 设  $t_0 \rightarrow t_0 + dt_0$  时间内光场电离出的自由电子数为  $dN_e(t_0)$ , 则在激光脉冲持续时间内产生的平均剩余电子能量为

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{\int_0^{t_{\text{peak}}} \epsilon_0(t_0) dN_e(t_0)}{\int_0^{t_{\text{peak}}} dN_e(t_0)}. \quad (20)$$

设等离子体体系的初始中性原子数密度为  $N_A$ , 考虑到

$$dN_e(t_0) = N_A \sum_{z=1}^{z_{\text{max}}} z dN_z(t_0), \quad (21)$$

及电离速率(9)式, 有

$$dN_e(t_0) = N_A \sum_{z=1}^{z_{\text{max}}} W_z(t_0) N_{z-1}(t_0) dt_0. \quad (22)$$

将上式代入(20)式, 并结合含时剩余电子能量的表达式(19), 平均剩余电子能量又可写为

$$\langle \epsilon_0 \rangle = 2\epsilon_{q0} \frac{\sum_{z=1}^{z_{\max}} \int_0^{t_{\text{peak}}} W_z(t_0) N_{z-1}(t_0) \operatorname{sech}^2[2(t_0 - t_{\text{peak}})/\tau_p] \cos^2 \alpha t_0 dt_0}{\sum_{z=1}^{z_{\max}} \int_0^{t_{\text{peak}}} W_z(t_0) N_{z-1}(t_0) dt_0}. \quad (23)$$

图4给出了按(23)式计算得到的光场电离Ne原子体系的平均剩余电子能量随激光能量的变化曲线。电离速率  $W_{ac}(t; z)$  按(9)式计算, 数值模拟中的激光脉冲参数同上, 光强范围为  $10^{15} \sim 10^{17} \text{ W/cm}^2$ 。从模拟结果看平均剩余电子能量大致随激光能量按一次方规律变化, 这来源于不含时的振颤动能  $\epsilon_{q0}$  随激光能量的关系式[(2)式]。与 Penestrante 等人<sup>[7]</sup>的数值模拟不同的是, 在较高光强范围处(高于  $10^{15} \text{ W/cm}^2$ ), 平均剩余电子能量呈现类似阶梯型平台的饱和行为。这一结果可如下解释: 随激光光强的升高, 较高离化态离子的电离将更趋近于在激光脉冲的早些时候发生。当激光光强已超过  $z$  阶离子的阈值电离光强而尚未达到  $z + 1$  阶离子的阈值电离光强时, 激光脉冲电离原子体系产生的等离子体内以  $z$  阶离化态为主; 当激光光强在上述光强范围内升高时, 虽然不含时的振颤动能  $\epsilon_{q0}$  随之而升高, 但由于  $z$  阶离子的产生时间更为提前, 根据(18)式, 含时的振颤动能  $\epsilon_q(t)$  不会单单随  $\epsilon_{q0}$  的升高而增加, 因而在平均剩余电子能量随激光能量的变化曲线中呈现平台似的饱和。直到激光光强升高至超过  $z + 1$  阶离子的阈值电离光强时,  $z + 1$  阶离子被大量地、源源不断地产生, 平均剩余电子能量方才再次升高。这种现象与图1、图2的电离状态的模拟是一致的, 其根源在于本文采用的阶梯状电离模型。

采用(23)式, 重复了 Penestrante 等人<sup>[7]</sup>的光场电离 Ne 原子体系的  $\langle \epsilon_0 \rangle - I$  曲线的计算(该文图6), 得到的曲线仍具有阶梯型平台的饱和结果, 与文献[7]的图6有较大的差异。上述差异的来源在于本文得到的平均剩余电子能量表达式[(23)式]与文献[7]的相应公式[(7)式]的形式有所不同, 即求和号中电离几率和各阶离化态的粒子数分布的乘积配比不同。本文作者认为, 由于基于较严密的推导过程, 本文的(23)式更为可信。

**结 论** 本文发展了产生各阶离化态离子的阈值光强和饱和光强的计算方法; 考虑激光脉冲包络, 给出了超短强激光脉冲光场电离多电子气体原子体系的阈上电离能量的定量表达式, 消除了以往研究中的唯象假设, 指出了平均剩余电子能量随激光能量升高所呈现的类似阶梯型平台的饱和行为。

### 参 考 文 献

- [1] Chang Zenghu, Rundquist A, Wang Haiwen *et al.*. Generation of coherent soft X rays at 2.7 nm using high harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(16): 2967~ 2970
- [2] Pulsifer P, Apruzese J P, Davis J *et al.*. Residual energy and its effect on gain in a Lyman- $\alpha$  laser.

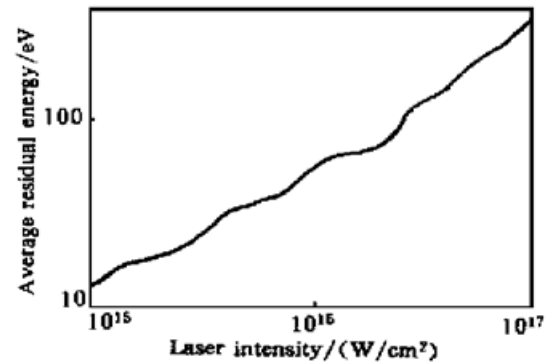


Fig. 4 Variation of average residual energy in Ne with respect to the laser intensity calculated by using Eq. (23). The field varies according to Eq. (6), with the wavelength of 785 nm. The ionization is calculated by using Eq. (5)

- Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(5) : 3958~ 3965
- [3] Chichkov B N, Egbert A, Eichmann H *et al.*. Soft-X-ray lasing to the ground states in low-charged oxygen ions. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **52**(2) : 1629~ 1639
- [4] Lemoff B E, Barty C P J, Harris S E. Femtosecond-pulse-driven, electron-excited XUV lasers in eight-times-ionized noble gases. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(8) : 569~ 571
- [5] Burnett N H, Corkum P B. Cold-plasma production for recombination extreme-ultraviolet lasers by optical-field-induced ionization. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1989, **6**(6) : 1195~ 1199
- [6] Corkum P B, Burnett N H, Bunel F. Above-threshold ionization in the long-wavelength limit. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(11) : 1259~ 1262
- [7] Penetrante B M, Bardsley J N. Residual energy in plasmas produced by intense subpicosecond lasers. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **43**(6) : 3100~ 3113
- [8] He Bin, Chang Te-qiang, Chen Shi-gang *et al.*. Residual energy in optical-field ionized plasmas with particle simulation. *J. Phys. (D): Appl. Phys.*, 1997, **30**(3) : 400~ 406
- [9] Келдыш Л В Ионизация в поле сильной электромагнитной волны Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики 1964, **47** : 1945~ 1957
- [10] Augst S, Strickland D, Meyerhofer D D *et al.*. Tunneling ionization of noble gases in a high-intensity laser field. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **63**(20) : 2212~ 2215
- [11] Ammosov M V, Delone N B, Krainov V P. Tunnel ionization of complex atoms and of atomic ions in an alternating electromagnetic field. *Sov. Phys. -JETP*, 1986, **64**(6) : 1191~ 1194
- [12] Chin S L, Liang Y, Decker J E *et al.*. Tunneling ionization of diatomic molecules by an intense CO<sub>2</sub> laser. *J. Phys. (B)*, 1992, **25**(10) : L249~ L255
- [13] Perry M D, Landen O L, Szoke A *et al.*. Multiphoton ionization of the noble gases by an intense 10<sup>14</sup> W/cm<sup>2</sup> dye laser. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **37**(3) : 747~ 760
- [14] 徐至展, Vigroux L, Saviot F *et al.*. 输出 2 TW/45 fs 的掺钛宝石超短脉冲强激光系统. *中国科学 (A)*, 1997, **27**(7) : 640~ 645

## Average Residual Energy Calculation of Optical Field Ionized Atomic System

Deng Jian    Zhong Fangchuan    Qing Ling  
Zhang Zhengquan    Xu Zhizhan

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 5 February 1999; revised 29 April 1999)

**Abstract** A detailed deduction and summary of above-threshold ionization energy calculation of multi-electron atom created by ultrashort strong laser pulses is given. The calculating methods of the threshold-intensity and saturation-intensity limits of the ion yield for each charge state produced by the laser pulse are developed, and the expression of average residual energy is deduced. A step-like saturation behavior of average residual energy with the rise of laser intensity is demonstrated in numerical simulation.

**Key words** optical field ionization (OFI). residual energy. Ammosov-Delone-Krainov ionization theory.



散射。对各次谐波辐射的角分布函数进行积分,

$$P_n = 2\pi \int \frac{dP_n}{d\Omega} \sin \theta d\theta, \quad (13)$$

可以得到各次谐波的辐射功率。图 5 是第 1、2、3、10、40 次谐波对立体角积分后的总的辐射

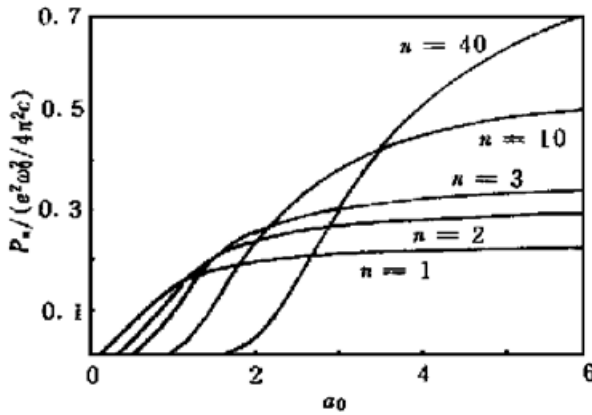


Fig. 5 The variation of the dimensionless quantity  $P_n/(e^2\omega_0^2/4\pi^2c)$  at  $n = 1, 2, 3, 10, 40$  harmonics for  $a_0 = 1$  to 6

功率随激光强度  $a_0$  的变化图。从图中可看到每一次谐波的出现都有一个激光强度阈值, 次数越高的谐波, 相应阈值强度越高。另外, 在激光强度较低时, 低次的谐波辐射相对强些, 随激光强度的升高, 次数高的谐波辐射增强并超过低次的谐波辐射强度, 而较低次谐波(如 1 次谐波)在增加到一定程度后将趋于饱和, 也就是说, 当激光强度很大时, 电子作圆周运动而辐射的电磁波总强度

$$P_{\text{tot}} = (2e^2\omega_0^2/3c) a_0^2(1 + a_0^2) \quad (14)$$

大幅度增强, 但增加量主要来源于较高次的谐波而不是低次谐波。

**总 结** 研究了逆向运动的电子在进入超强激光场之后由于其作圆周运动而引起的非线性电磁波辐射的各种特性。结果发现, 电子的辐射是以高次谐波的形式出现, 且越是次数高的谐波其方向性越好, 其强度随激光能量的增加而增强。这为寻找 X 射线相干光源提供了一种新的途径。

### 参 考 文 献

- [1] Sarachik E, Schappert G. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. (D)*, 1970, 1(10): 2738~ 2757
- [2] Yu Wei, Yu M Y, Ma J X *et al.*. Strong frequency up-conversion by nonlinear Thomson scattering from relativistic electrons. *Phys. of Plasma*, 1998, 5(2): 406~ 409
- [3] Jackson J D. *Classical Electrodynamics*, New York: John Wiley Sons, 1975.

## Synchrotron Radiation Characteristics of the High Power Laser-Driven Electron

Liu Yaqing Cheng Jing Yu Wei Xu Zhizhan

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fin Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 16 December 1998; revised 5 April 1999)

**Abstract** A simple average static model is proposed for studying the harmonic radiation characteristics of high power-driven electron in the laboratory frame, such as the angular distribution, the variation of the harmonic radiation with different laser power and so on. These results lend a novel way to find new coherent X-ray sources.

**Key words** high power laser, synchrotron radiation, harmonics.