

# 时频分布技术在激光与等离子体相互作用 粒子模拟诊断中的应用\*

吴衍青<sup>1)</sup> 刘 静<sup>2)</sup> 韩申生<sup>1)</sup>

1), 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800  
2), 上海大学计算机科学系, 上海 201800

**摘 要** 在对超短超强激光与等离子体相互作用进行粒子模拟诊断的研究中, 输出量普遍为时间或空间上的非平稳信号。将时频分布技术引入粒子模拟结果的诊断, 指出用时频分布技术等现代信号处理技术诊断模拟结果中的非平稳信号具有重要意义。作为实例, 考察了用线性啁啾激光打靶条件下, 包含  $n_c/4$  ( $n_c$  为等离子体临界密度) 的非均匀等离子体区域中的受激拉曼散射的演化, 并用时频分布技术得到了清晰的物理图像。

**关键词** 时频分布, 粒子模拟, 参量不稳定性。

## 1 引 言

粒子模拟方法(PIC)是通过追踪大量的外加电磁场作用下的带电粒子的运动来研究等离子体性质的动力学模拟方法<sup>[1-3]</sup>。由于技术条件的限制, 在模拟中不可能象真实体系那样通过大量粒子的近距离作用实现德拜(Debye)屏蔽, 因此, 在粒子模拟方法中通过引入有限大小的粒子云, 使粒子云之间的两两作用减弱实现无碰撞条件, 从而成功地模拟了等离子体的集体运动。粒子模拟方法广泛应用于研究等离子体的非线性振荡、不稳定性和湍流加热等许多现象, 在受控热核聚变、空间物理、自由电子激光和一般等离子体问题的研究中都有广泛的应用<sup>[2, 3]</sup>。在超短超强激光与等离子体相互作用的研究中, 超强激光带来的非线性与强耦合使解析研究非常困难, 在这种情况下用粒子模拟方法进行数值模拟成了更为可行的方案; 另一方面, 激光脉冲宽度的缩短使得对激光与等离子体相互作用的全过程进行模拟成为可能, 从而有利于物理机制的全面了解。因此, 近年来在超短超强激光与等离子体相互作用的研究中, 粒子模拟方法更是占了很大比重<sup>[4, 5]</sup>。当然, 为了突出主要的物理机制, 同时也是受技术条件的限制, 粒子模拟方法在建立模型时已做了很多简化, 因此不可能要求它与实验结果精确相符。当前阶段的粒子模拟主要还是为了寻找物理机制以及检验理论模型。

粒子模拟结果通常以数据文件的方式输出, 数据文件往往十分庞大, 因此对模拟结果的诊断是非常重要的。粒子模拟的输出量通常可分为有关电磁场的变量和有关粒子的变量这两

\* 国家科委 863 高科技资助项目。

收稿日期: 1999-03-04; 收到修改稿日期: 1999-06-30

类。在各种诊断量中,反映波模的不稳定特性及波模之间相互作用的波谱分布一般说来总是人们最关心的物理量。它通常是通过通过对有关电磁场的变量进行时间或空间傅里叶变换得到的。

## 2 超短超强激光与等离子体相互作用粒子模拟结果诊断的特点及时频分布技术的应用

在对超短超强激光与等离子体相互作用的全程进行模拟时,激光脉冲经历了上升、持续和下降的全过程。这一过程很短,甚至可以短到只有几个激光振荡周期,所以有关各种波模的诊断量往往是时间上的非平稳信号。另一方面,在超短超强激光与等离子体相互作用时,等离子体的非均匀性往往也较强,甚至可以达到非均匀性特征长度可与激光波长相比的程度,所以有关波模的诊断量经常也是空间上的非平稳信号。通过了解不同时刻(或空间位置)信号的谱分布,可以获得更多的信息。而传统的谱分析方法则对此无能为力。在现代信号处理技术中,人们对非平稳信号的分析提出了一些方法,如将一维的时域信号映射到二维时频平面来观察信号的时频联合特性,构成信号的时变谱。这就是时频分布技术。近十几年来,各种时频分布、小波分析等现代信号处理技术发展很快<sup>[6, 7]</sup>,因而可以利用这些技术对超短超强激光与等离子体相互作用的粒子模拟结果进行诊断,获得更多的信息。更有利于了解物理机制。

在下面要介绍的粒子模拟中采用  $1\frac{1}{2}$  维电磁模型,离子不动,主要模拟受激拉曼散射过程。粒子模拟输出尽可能详尽的信息,以利于诊断。常用的输出量有:电磁场的横波和纵波随时间、空间的变化;超热电子分布随时间的演化以及相关的一些物理量,并在某些指定时刻输出全部电子在相空间的分布。对波模的不稳定性特性及波模之间的相互作用主要通过对电磁场随时间、空间变化的分析而得到。本文用时频分布技术对电磁场进行分析,获得波场的频率(波数)谱随时间(空间)的变化,以期对波模的不稳定特性及相互耦合有更准确、深入的了解。

### 2.1 短时傅里叶变换(STFT)<sup>[6, 8]</sup>

短时傅里叶变换是时频分布中最自然的想法。它将一宽度合适的窗函数用于原始数据,再对窗内长度有限的序列作傅里叶变换。信号  $x(t)$  的短时傅里叶变换可由下式表达:

$$X_w(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) w(\tau - t) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau, \quad (1)$$

其中  $t$  为时域变量,  $f$  为频率变量,  $w(\tau)$  为窗函数,它满足当  $|\tau| > T_w/2$  时,  $w(\tau) = 0$ 。用这种方法,可以计算  $S_w(t, f) = |X_w(t, f)|^2$ ,并用它来表示  $t$  时刻的信号频谱。 $S_w(t, f)$  称为谱图。在此,必须假设在短时间间隔  $T_w$  内,信号是平稳的。

在粒子模拟结果诊断中,这一点仅使短时傅里叶变换在分析变化很快的信号(变化的特征时间与频率可以相比)时受到限制,因为必须缩短信号窗以保证间隔  $T$  内信号是平稳的,而短时傅里叶变换的时间频率联合分辨率受测不准关系  $\Delta t \Delta f > 1/(4\pi)$  的制约:窗的长度  $T_w$  减小,使谱线宽度增加,频率分辨率下降。

### 2.2 维格纳-维利分布(WVD)<sup>[6, 8]</sup>

设  $x(t)$  为复值连续时间信号,其傅里叶变换谱为  $X(f)$ ,则  $x(t)$  的维格纳-维利(Wigner-

Ville) 分布可在时域定义如下

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau. \quad (2)$$

相应的复值离散时间信号  $x(nT)$  的维格纳-维利分布为

$$W_x(nT, f) = 2T \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(nT + lT) x^*(nT - lT) \exp(-j4\pi f lT), \quad (3)$$

其中,  $T$  为取样周期,  $n, l$  为整数。当然, 在实际计算时对  $f$  也要取样, 以便利用数字处理技术(一般用快速傅里叶变换)。

通常所处理的信号为实信号, 其频谱是对称的。故仅有一半频谱包含信息, 其余一半成为多余的。若使用解析信号, 则可去掉这种冗余度。解析信号的定义为

$$z(n) = x(n) + jH[x(n)], \quad (4)$$

其中  $H[x(n)]$  为  $x(n)$  的希尔伯特变换。

维格纳-维利分布具有许多很好的性质, 相对于短时傅里叶变换而言, 最突出的是它有更好的时频联合分辨率。但它也有些问题, 如果信号由多个分量叠加而成, 则维格纳-维利分布会在没有信号的时间(频率)段内出现不能被解释为能量密度的交叉项<sup>[6]</sup>。

### 2.3 光滑化的维格纳-维利分布<sup>[6, 7]</sup>

将维格纳-维利分布稍加推广便可得到双线性分布的科恩(Cohen)族, 可以表示为下面的形式

$$C_x(t, f; \Pi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\tau, \nu) \Pi(\tau - t; \nu - f) d\tau d\nu, \quad (5)$$

其中  $\Pi(t, f)$  为可选的时频特征函数;  $W_x(\tau, \nu)$  就是维格纳-维利分布:

$$W_x(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau + \tau'/2) x^*(\tau - \tau'/2) \exp(-j2\pi\nu\tau') d\tau',$$

如果  $\Pi(t, f)$  是时频平面上的低通函数, 则可把(5)式看作光滑化的维格纳-维利分布。

最通常的光滑化函数是高斯函数

$$\Pi(t, f) = \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\pi} \exp(-\alpha^2 t^2) \exp[-\beta(f - f_0)^2], \quad (6)$$

其中  $\alpha, \beta$  和  $f_0$  为正值参数。可以定义一个量

$$B_T = 2\pi / \sqrt{\alpha\beta}, \quad (7)$$

其中  $0 < B_T < 1$ ,  $B_T = 0$  对应维格纳-维利分布;  $B_T = 1$  对应谱图。平滑消除了维格纳-维利分布的交叉项但降低了时频联合分辨率。

另外, 小波变换<sup>[7]</sup>和参数方法[如普罗尼(Prony)方法]也是常用的。

## 3 粒子模拟结果的时频分布技术诊断

考察在线性啁啾激光打靶条件下, 包含  $n_c/4$  ( $n_c$  为等离子体临界密度) 的非均匀等离子体区域中的受激拉曼散射的发展。在粒子模拟中采用的模拟条件如下: 模拟区域长度为  $60\lambda$ ; 密度从  $0.2n_c$  到  $0.3n_c$  线性变化; 在这些条件下, 等离子体中主要产生受激拉曼散射; 在程序中跟踪 102400 个粒子; 空间网格数  $n = 10240$ ; 打靶激光功率为  $5.5 \times 10^{15} \text{ W cm}^{-3}$ ; 初始频率  $f_0$  为  $3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ; 打靶激光在  $x = x_n$  处入射( $x_t$  对应第  $n$  个网格点); 高密度边界( $x = 0$ ) 电磁波

采用无反射边条件; 粒子边条件为: 向低密度区域逸出的粒子按原速折返, 向高密度区域逸出的每个电子则引起一个随机速度的热电子回流。运算过程中离子始终处于静止状态, 仅提供一个电中性背景。

在这些条件下, 等离子体中主要产生后向和前向受激拉曼散射。这是因为  $1\frac{1}{2}$  维模型排除了作为 2 维效应的  $2\omega_{pe}$  不稳定性。离子不动排除了受激布里渊散射。受激拉曼散射在接近  $n_c/4$  的区域为绝对不稳定性; 而在远离  $n_c/4$  的密度线性变化的非均匀区域中为对流不稳定性。在本文所考察的区域中受激拉曼散射性质变化很大, 因此有关各种波模的诊断量应该是空间上的非平稳信号。

等离子体密度不均匀性能大大减弱参量衰变不稳定性<sup>[9]</sup>。这是通过破坏参量过程的波矢匹配条件而实现的。前向和后向受激拉曼散射的波矢匹配条件为

$$k_0(x) = \pm k_1(x) + k_2(x), \quad (8)$$

其中  $k_0$ 、 $k_1$  和  $k_2$  分别表示打靶光波、散射光波和静电波。在远离  $n_c/4$  的密度线性变化的非均匀区域中, 设在  $x = x_d$  满足该条件, 随着这三束波流出共振区域, 它们因为波矢随空间位置变化而失谐, 不稳定性饱和。共振区域特征宽度由

$$l = \left| \frac{d}{dx}(k_0 \mp k_1 - k_2) \right|^{-1/2} \quad (9)$$

表征。可以将衰变波(在此为散射光波和静电波)的放大率写为

$$M = \exp\left(\frac{\pi\gamma_0^2 l^2}{|v_1 v_2|}\right), \quad (10)$$

其中  $\gamma_0$  为相应的均匀等离子体中的增长率,  $v_1$ 、 $v_2$  分别为散射波和静电波的群速度。

啁啾激光脉冲也具有减弱不稳定性的效果。这是因为扫频影响频率匹配条件

$$\omega(t) = \omega_1(t) + \omega_2(t). \quad (11)$$

然而对于对流不稳定性, 密度不均匀和扫频同时作用时, 也有可能增强这种不稳定性。这是因为扫频使共振区域位置  $x_r$  移动。设移动速度为  $v_r = dx_r/dt$ , 在满足共振条件(8)式、(11)式的情况下, 放大率公式应该写为<sup>[10]</sup>

$$M = \exp\left(\frac{\pi\gamma_0^2 l^2}{|v_1 - v_r||v_2 - v_r|}\right), \quad (12)$$

尤其当  $v_r$  与  $v_1$  或  $v_2$  相当时,  $M$  将有很大增长。

用时间、空间局域化的线性色散关系及频率、波矢匹配条件, 经过冗长的计算, 可以估算出: 当扫频速率为  $-4.87 \times 10^{-4} f_0/t_0$  时, 对  $t = 0$  时,  $x_n$  处与后向受激拉曼散射对应的的静电波满足  $v_r \approx v_2(f_0 = 3 \times 10^{14}$  Hz 为激光初始频率,  $t_0$  为相应的振荡周期)。将满足上述扫频速率要求的激光作为辐照源, 辐照激光的频率随时间变化的维格纳-维利分布示于分布图 1。图 2(a) 和图 2(b) 分别为啁啾激光辐照时  $t = 80t_0$  时的静电波场和光场的波数-空间位置分布图。图 3(a)、图 3(b) 是与啁啾激光初始频率相同的正弦光的相应情形。这些是用短时傅里叶变换方法给出的谱图。图 3(a) 中的实线为受

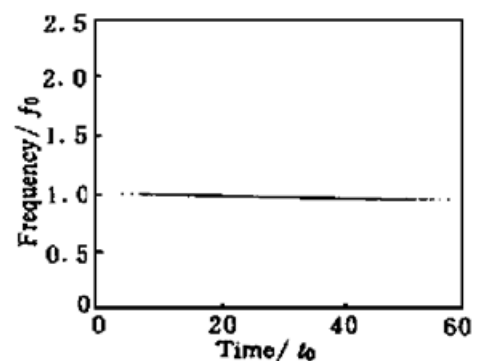


Fig. 1 The time-frequency WVD of the pump laser. Where  $t_0 = 3.33 \times 10^{-15}$  second is the initial oscillation period of the pump laser;  $f_0 = 3.00 \times 10^{14}$  Hz is the initial frequency of the pump laser

激拉曼散射发生时静电波满足的条件的理论值。其中上半部分对应后向受激拉曼散射, 下半部分对应前向受激拉曼散射, 理论值与模拟值符合较好。由此可见时频分布分析技术的使用, 使粒子模拟中的非平稳信号能够更多地与理论定量比较, 加强了对粒子模拟可靠性的判断。

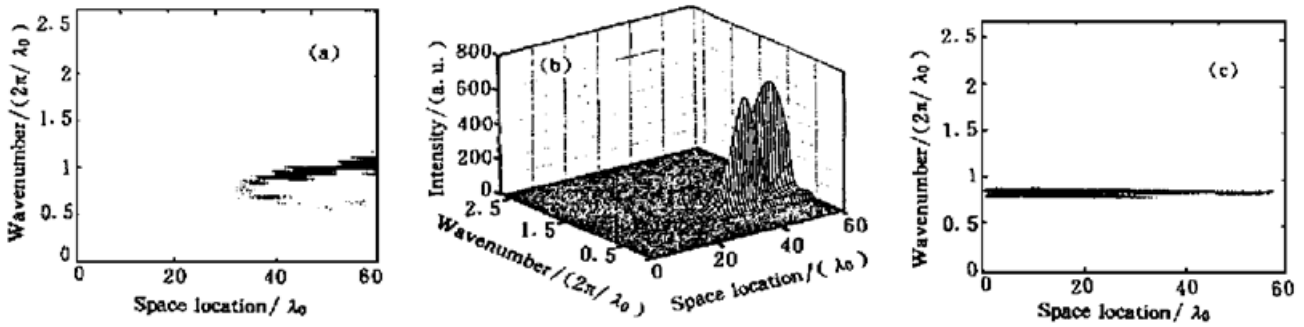


Fig. 2 (a, b) The space-dependence wavenumber spectrum of the electrostatic field with chirped pump laser at time =  $80t_0$  ( $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ), the space location of  $1/4$  critical density is  $30\lambda_0$ , (c) The space-dependence wavenumber spectrum of the light wave field with chirped pump laser at time =  $80t_0$  ( $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ), the space location of  $1/4$  critical density is  $30\lambda_0$

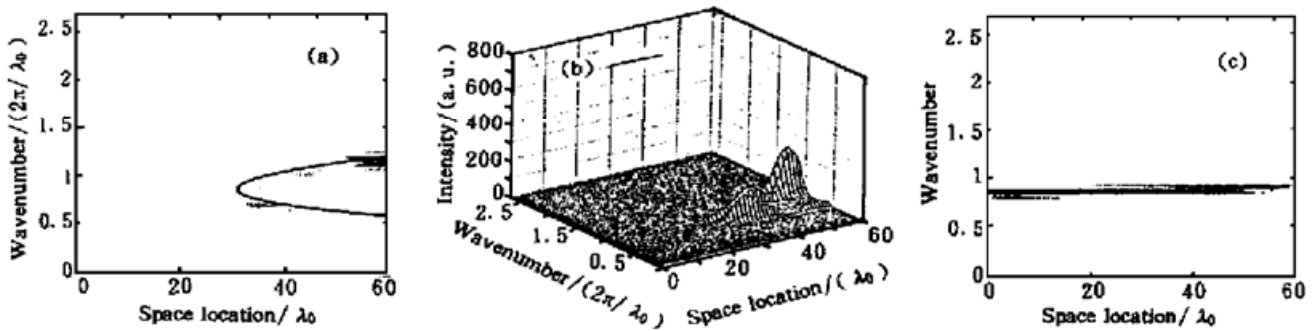


Fig. 3 (a, b) The space-dependence wavenumber spectrogram of the electrostatic field with sine pump laser at time =  $80t_0$  ( $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ), the space location of  $1/4$  critical density is  $30\lambda_0$ , (c) The space-dependence wavenumber spectrogram of the light wave field with sine pump laser at time =  $80t_0$  ( $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ), the space location of  $1/4$  critical density is  $30\lambda_0$

将图 2(a) 与图 3(a) 比较, 可以看出在离  $n_c/4$  较远的对流不稳定性共振区域, 啁啾激光打靶使后向受激拉曼散射有了很大增长, 打靶激光能量更集中于后向受激拉曼散射; 从图 2(b) 与图 3(b) 的光场分布中散射波谱强度的空间变化也可以得出一致的结论。而在离  $n_c/4$  不远的绝对不稳定性共振区域则没有这种情况。从图 2(b) 与图 3(b) 的光场分布中的打靶激光谱线随空间分布可以看出, 啁啾激光打靶的情形中对流不稳定性共振区域吸收了更多的打靶激光, 因而在今后的发展中到达绝对不稳定性共振区域的打靶激光光强会减弱, 使两种不稳定性差别更大。

可以看出, 这些现象的辨认和分析依赖于波矢与空间位置的结合。若只用传统的谱分析方法加上空间位置分布图来诊断, 则困难重重。所以, 时频分布技术的应用在此起了关键作用。

**结 论** 通过实例可更清楚地看出, 用时频分布技术等现代信号处理技术诊断模拟结果中的非平稳信号具有重要意义。在超短超强激光与等离子体相互作用的粒子模拟研究中, 有关各

种波模的诊断量往往是时间上或空间上的非平稳信号, 因此时频分布等现代信号处理技术可以成为粒子模拟结果诊断的强有力工具, 而传统的谱分析方法的作用则非常有限。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Dawson J M. Particle simulation of plasma. *Rev. Mod. Phys.*, 1983, **55**(2) : 403~ 447
- [ 2 ] 傅竹风, 胡友秋. 空间等离子体数值模拟. 合肥: 安徽科学技术出版社, 1995. 433~ 494
- [ 3 ] 常铁强, 张 钧, 张家泰等. 激光等离子体相互作用与激光聚变. 湖南科学技术出版社, 1991. 71~ 123
- [ 4 ] Gibbon P, Bell A R. Collisionless absorption in sharp-edged plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(10) : 1535~ 1538
- [ 5 ] Bulanov S V, Naumova N M, Pegoraro F. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma. *Phys. Plasma*, 1994, **1**(3) : 745~ 757
- [ 6 ] Cohen L. Time-frequency distributions—a review. *Proc. IEEE*, 1989, **77**(7) : 941~ 981
- [ 7 ] Rioul O, Flandrin P. Time-scale energy distributions: A general class extending wavelet transforms. *IEEE Trans. On Signal Processing*, 1992, **40**(7) : 1746~ 1757
- [ 8 ] Boashash B, Black P J. An efficient real-time implementation of the Wigner-Ville distribution. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1987, **35**(11) : 1611~ 1618
- [ 9 ] Rosenbluth M N. Parametric instabilities in inhomogenous media. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, **29**(9) : 565~ 566
- [ 10 ] Arkhipenko V I, Budniko V N, Gusakov E Z *et al.*. Resonant decrease of the parametric instability threshold by pump frequency modulation. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 1995, **37** : 1353~ 1362

## Time-Frequency Distribution Analysis in PIC Data Diagnostics

Wu Yanqing<sup>1)</sup>      Liu Jing<sup>2)</sup>      Han Shensheng<sup>1)</sup>

[ 1), Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800  
 2), Department of Computer Science, Shanghai University, Shanghai 201800 ]

(Received 4 March 1999; revised 30 June 1999)

**Abstract** Particle in cell (PIC) simulation is a feasible approach to understand the interaction of ultra-intense ultra-short pulse lasers. The output data from the simulation are often nonstationary signals varying in temporally or spatially. So the calculation of time-frequency distribution of these signals is introduced, and the results show that this technique is effective for diagnosing the time-varying (or space-dependent) signals from the simulation of the interaction of ultra-intense ultra-short pulse lasers. As an example, the stimulated Raman scattering for linear chirped pump laser in near 1/4 critical density of inhomogeneous plasma is investigated and a clear picture of the physical process is obtained by time-frequency distribution technique.

**Key words** time-frequency distribution, particle in cell simulation, parametric instabilities.

散射。对各次谐波辐射的角分布函数进行积分，

$$P_n = 2\pi \int \frac{dP_n}{d\Omega} \sin \theta d\theta, \tag{13}$$

可以得到各次谐波的辐射功率。图 5 是第 1、2、3、10、40 次谐波对立体角积分后的总的辐射

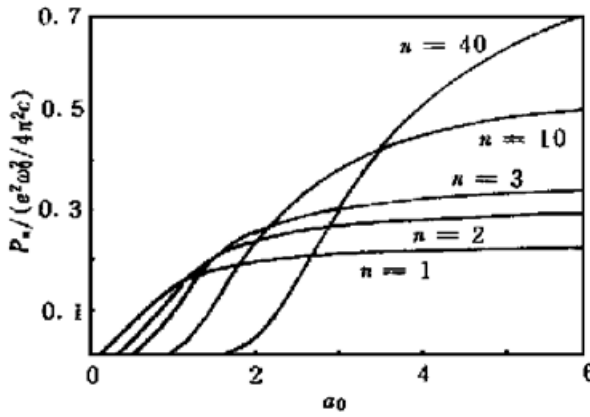


Fig.5 The variation of the dimensionless quantity  $P_n/(e^2\omega_0^2/4\pi^2c)$  at  $n = 1, 2, 3, 10, 40$  harmonics for  $a_0 = 1$  to  $6$

功率随激光强度  $a_0$  的变化图。从图中可看到每一次谐波的出现都有一个激光强度阈值，次数越高的谐波，相应阈值强度越高。另外，在激光强度较低时，低次的谐波辐射相对强些，随激光强度的升高，次数高的谐波辐射增强并超过低次的谐波辐射强度，而较低次谐波(如 1 次谐波)在增加到一定程度后将趋于饱和，也就是说，当激光强度很大时，电子作圆周运动而辐射的电磁波总强度

$$P_{tot} = (2e^2\omega_0^2/3c) a_0^2(1 + a_0^2) \tag{14}$$

大幅度增强，但增加量主要来源于较高次的谐波而不是低次谐波。

**总 结** 研究了逆向运动的电子在进入超强激光场之后由于其作圆周运动而引起的非线性电磁波辐射的各种特性。结果发现，电子的辐射是以高次谐波的形式出现，且越是次数高的谐波其方向性越好，其强度随激光能量的增加而增强。这为寻找 X 射线相干光源提供了一种新的途径。

### 参 考 文 献

[1] Sarachik E, Schappert G. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. (D)*, 1970, **1**(10) : 2738~ 2757  
 [2] Yu Wei, Yu M Y, Ma J X *et al.*. Strong frequency up-conversion by nonlinear Thomson scattering from relativistic electrons. *Phys. of Plasma*, 1998, **5**(2) : 406~ 409  
 [3] Jackson J D. *Classical Electrodynamics*, New York: John Wiley Sons, 1975.

## Synchrotron Radiation Characteristics of the High Power Laser-Driven Electron

Liu Yaqing Cheng Jing Yu Wei Xu Zhizhan

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fin Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 16 December 1998; revised 5 April 1999)

**Abstract** A simple average static model is proposed for studying the harmonic radiation characteristics of high power-driven electron in the laboratory frame, such as the angular distribution, the variation of the harmonic radiation with different laser power and so on. These results lend a novel way to find new coherent X-ray sources.

**Key words** high power laser, synchrotron radiation, harmonics.