

平顶高斯光束的传输特性*

罗时荣 吕百达 张 彬

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘 要 将平顶高斯光束作为一个整体光束处理, 研究了它通过近轴 $ABCD$ 光学系统的传输特性。对无光阑情况, 推导出较为普遍的解析式; 而对有光阑限制情况, 数值积分是可行的。给出的典型数值计算结果证实了这种方法与有限拉盖尔-高斯函数展开法是等价的。

关键词 平顶高斯光束, 传输公式, 近轴 $ABCD$ 光学系统。

1 引 言

在惯性约束聚变和激光材料加工等实际应用中, 常要求激光束有平顶均匀的空间分布。除采用超高斯光束模型^[1]外, 平顶高斯光束^[2]也被证明是描述这类光束的一个十分有效的模型。迄今, 对平顶高斯光束的基本性质、传输特性和 M^2 因子等已作了广泛研究^[2-5]。然而, 文献中大多数用将平顶高斯光束展开成有限个拉盖尔-高斯光束(柱坐标系中)或厄米-高斯光束(直角坐标系中)之和的方法进行, 并且, 对有光阑限制情况, 一般未作研究。本文处理方法的特点是将平顶高斯光束作为一个整体, 在较为一般情况下, 分别讨论了它通过无光阑限制和有光阑限制近轴 $ABCD$ 光学系统的传输变换, 并对所得的主要结果作了总结。

2 平顶高斯光束通过无光阑近轴 $ABCD$ 光学系统的传输

在柱坐标系下, $z = 0$ 处平顶高斯光束的场分布 $E_0(r', 0)$ 为^[3]

$$E_0(r', 0) = A_0 \exp \left[- \frac{(N+1)r'^2}{w_0^2} \right] \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)r'^2}{w_0^2} \right]^n, \quad (1)$$

式中, N 为平顶高斯光束的阶数($N = 0, 1, \dots$), w_0 为光腰半径, $A_0 = E_0(0, 0)$ 为场中心处的振幅。

平顶高斯光束通过用 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 矩阵描述的近轴光学系统的传输由柯林斯(Collins)公式描述^[6]

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_0^{2\pi} \int_0^a E_0(r', 0) \exp \left[- \frac{ik}{2B} (Ar'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta') + Dr'^2) \right] r' dr' d\theta', \quad (2)$$

式中的 k 、 λ 分别为波数和波长, a 为光阑半径。为简单起见, (2) 式中略去了对本文计算结果

* 国家高技术惯性约束聚变主题(No. 863-416-2-1.2)资助项目。

收稿日期: 1999-01-26; 收到修改稿日期: 1999-05-05

无影响的相位项 $\exp(-ikz)$, 但变换矩阵元一般是传输距离 z 的函数, 故 $E(r, z)$ 与 z 有关。零阶贝塞尔函数 J_0 的积分表示式为

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ix \cos \theta') d\theta', \quad (3)$$

对 θ' 积分得

$$E(r, z) = \frac{ik}{B} \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \int_0^a E_0(r', 0) \exp\left(-\frac{ikAr'^2}{2B}\right) J_0\left(\frac{kr r'}{B}\right) r' dr', \quad (4)$$

利用积分公式^[7]

$$\int_0^\infty \exp(-pt) t^{\nu/2+n} J_\nu(2\alpha^{1/2} t^{1/2}) dt = n! \alpha^{\nu/2} p^{-(n+\nu+1)} \exp(-\alpha/p) L_n^\nu(\alpha/p), \quad (5)$$

在(4)式中令 $a \rightarrow \infty$, 对 r' 积分之, 作适当代数运算后, 将结果整理为:

$$E(r, z) = c \exp\left[\frac{-\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)}\right] \sum_{n=0}^N \left(\frac{N+1}{w_0^2}\right)^n \left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-n} L_n \left[\frac{\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)}\right], \quad (6)$$

式中 $c = \frac{ikA_0}{2B} \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-1}$, L_n 为拉盖尔多项式。(6) 式是作为整体的平顶高斯光束通过无光阑近轴 $ABCD$ 光学系统的一般变换公式, 注意, 公式中拉盖尔多项式的宗量为复数。物理上, 意味着这类光束在传输中不再保持其形状不变^[8]。

另一方面, 按文献中通常采用的方法, 将(1)式用有限个拉盖尔-高斯函数之和来表示^[4]

$$E(r', 0) = A_0 \sum_{n=0}^N c_n L_n \left[\frac{2(N+1)r'^2}{w_0^2} \right] \exp\left[-\frac{(N+1)r'^2}{w_0^2}\right], \quad (7)$$

式中的 $c_n = (-1)^n \sum_{m=n}^N \binom{m}{n} \frac{1}{2^m}$ 。将(7)式代入(2)式, 利用拉盖尔-高斯光束通过 $ABCD$ 光学系统的变换公式^[9]

$$E_n(r, z) = \frac{(A - B/q_0)^n}{(A + B/q_0)^{n+1}} \exp\left(-\frac{ikr^2}{2q}\right) L_n \left[\frac{2r^2}{w^2} \right], \quad (8)$$

得到

$$E(r, z) = A_0 \sum_{n=0}^N c_n E_n(r, z) = A_0 \sum_{n=0}^N c_n \frac{(A - B/q_0)^n}{(A + B/q_0)^{n+1}} \exp\left(-\frac{ikr^2}{2q}\right) L_n \left[\frac{2r^2}{w^2(z)} \right], \quad (9)$$

式中的 $E_n(r, z)$ 是第 n 阶拉盖尔-高斯光束通过 $ABCD$ 光学系统后的场分布, $z = 0$ 处光束的 q 参数 q_0 、 z 处光束的 q 参数、 z 处光束的光斑半径 $w(z)$ 分别为

$$\frac{1}{q_0} = -\frac{i\lambda(N+1)}{\pi w_0^2}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{q} = \frac{C + D/q_0}{A + B/q_0}, \quad (11)$$

$$w^2(z) = \frac{w_0^2}{N+1} \left\{ A^2 + \left[\frac{B\lambda(N+1)}{\pi w_0^2} \right]^2 \right\}. \quad (12)$$

(9) 式为将平顶高斯光束用有限个拉盖尔-高斯光束之和表示后, 通过无光阑近轴 $ABCD$ 光学系统的变换公式。式中光束 q 参数的变换满足熟知的 $ABCD$ 定律[(11)式]。容易证明, 若在

(9) 式中令

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

就得到平顶高斯光束在自由空间中的任意位置 z 处的光场分布

$$E(r, z) = A_0 \frac{w(0)}{w(z)} \exp[i\phi(z)] \exp\left\{-\left[\frac{ik}{2R(z)} + \frac{1}{w^2(z)}\right]r^2\right\} \sum_{n=0}^N c_n L_n\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \exp[2in\phi(z)], \quad (14)$$

式中, z 处光斑半径 $w(z)$ 、 z 处等相面曲率半径 $R(z)$ 、 z 处附加相位因子 $\phi(z)$ 分别为

$$w(z) = w(0) \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda z}{\pi w^2(0)}\right]^2}, \quad (15)$$

$$R(z) = z \left\{1 + \left[\frac{\pi w^2(0)}{\lambda z}\right]^2\right\}, \quad (16)$$

$$\phi(z) = \arctan\left[\frac{\lambda z}{\pi w^2(0)}\right]. \quad (17)$$

这里, (14)~(17) 式与文献[3]一致, 但本文是从一般公式出发, 作为一特例得出的。类似地, 可推出平顶高斯光束通过无光阑限制透镜、空间滤波器等常用光学系统的变换公式。

虽然(6)式和(9)式在形式上不完全相同, 但大量数值计算表明, 二者所得结果是一致的。图 1 给出了 $N = 10$, $w_0 = 1$ mm, $\lambda = 1.06$ μm 的平顶高斯光束在自由空间和透镜系统中传输的典型例子。图 1(a) 为入射面上的相对光强分布 $I(r, z)/I(0, z)$, 图 1(b)~图 1(d) 分别为 $z = 340$ mm, 1 m, 100 m 出射面上的相对光强分布 $I(r, z)/I(0, z)$, 曲线 1、2 分别为通过自由空间和焦距 $f = 1$ m 的薄透镜系统的相对光强分布 $I(r, z)/I(0, z)$ 。由图可知, 无论是通过透镜或是自由空间传输, 平顶高斯光束都会发生波形畸变[如图 1(b)], 而在远场

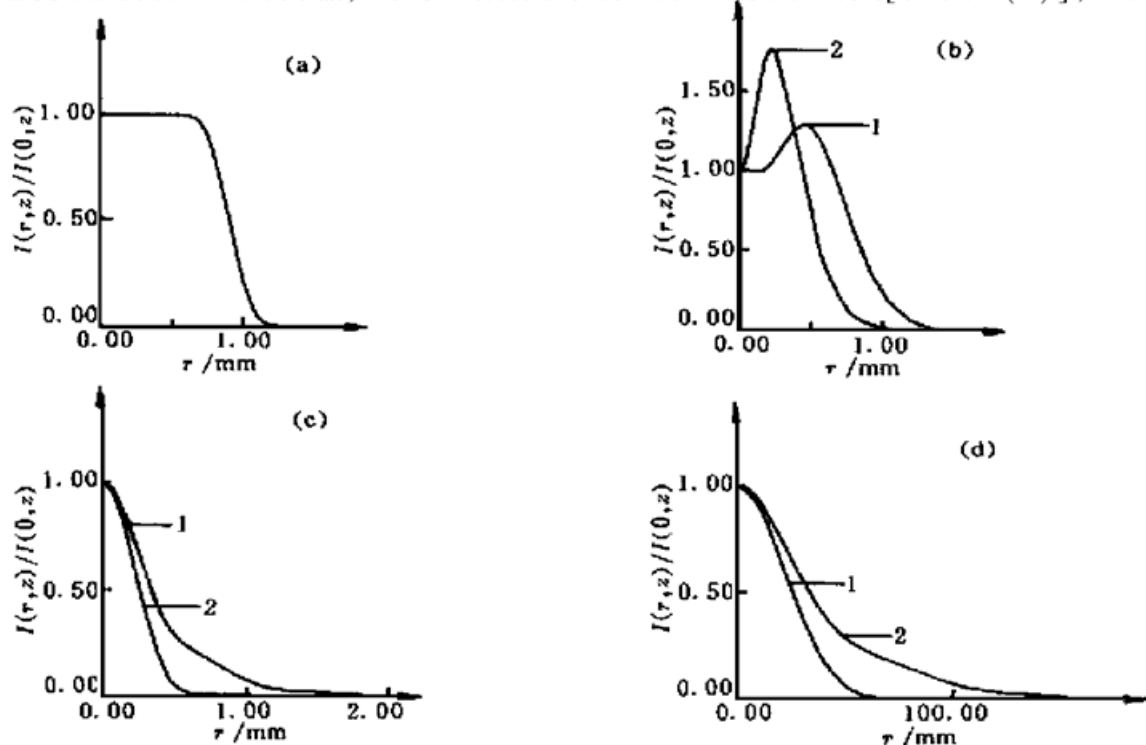


Fig. 1 Relative intensity distributions of a flattened Gaussian beam in the passage in free space and through a thin lens with focal length $f = 1$ m. (a) at the input plane of $z = 0$; at the output planes of (b) $z = 340$ mm, (c) $z = 1$ m, (d) $z = 100$ m. 1: free space, 2: thin lens

[对自由空间, 见图 1(d) 中的曲线 1, 菲涅尔数 $N_w = \frac{w_0^2}{\lambda z} = 0.01$; 对透镜, 在后焦面 $z = 1 \text{ m}$ 处, 见图 1(c) 的曲线 2], 都有相似的光强分布, 除中心主瓣外, 一般均有旁瓣出现。

3 平顶高斯光束通过有光阑限制近轴 $ABCD$ 光学系统的传输

当光阑效应不可忽略时, 一般无解析结果, 应当从(4)式出发作数值计算。图 2 为 $N = 10$, $w_0 = 1 \text{ mm}$, $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ 的平顶高斯光束通过半径 $a = 0.8 \text{ mm}$ 硬边光阑和光阑透镜 ($a = 0.8 \text{ mm}$, 焦距 $f = 1 \text{ m}$) 的相对光强分布。计算中, 将初始场用(1)式或(7)式代入都得到了相同的结果。比较图 1 和图 2 知, 在菲涅尔衍射区, 当光阑衍射效应不可忽略时, 与通过无光阑系统的传输相差较大。对夫琅和费衍射, 则有大体上相似的光强分布, 但衍射效应会引起较高的旁瓣。

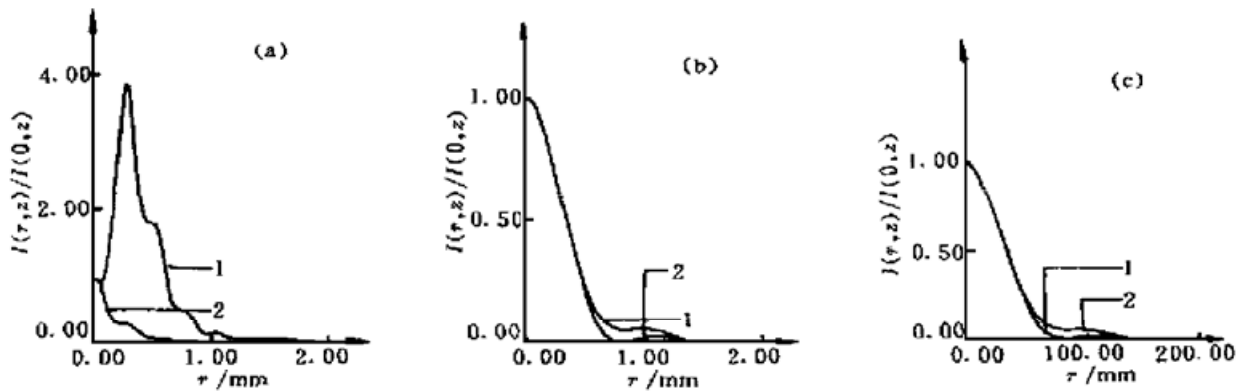


Fig. 2 Relative intensity distributions of a flattened Gaussian beam passing through a hard aperture with radius $a = 0.8 \text{ mm}$ and an aperture lens with focal length $f = 1 \text{ m}$ and aperture radius $a = 0.8 \text{ mm}$. (a) $z = 340 \text{ mm}$; (b) $z = 1 \text{ m}$; (c) $z = 100 \text{ m}$. 1: hard aperture; 2: aperture lens

小 结 对平顶高斯光束通过近轴 $ABCD$ 光学系统的传输变换作了研究。对无光阑限制的情况, 得到了较为普遍的解析结果(6)式和(9)式。这样, 对通过常用的无源近轴光学系统例如透镜、透镜组、自由空间等的变换都能简单地得出。对光阑衍射不能忽略的重要情况, 虽无解析结果, 但数值积分是可行的。本文所用方法的一个显著特点是将平顶高斯光束作为整体光束进行研究, 数值计算表明它与有限拉盖尔-高斯函数展开法是等效的, 实际工作中可视问题方便而选用其一。文中所用的方法, 不仅可写为解析形式, 而且, 由于公式中有复宗量拉盖尔多项式, 因此表征这类光束不再具有传输不变性。从所推导出的平顶高斯光束场传输公式不仅能得到强度分布, 还可得出相位信息^[9], 并可用来研究通过相位型光学元件的变换。为说明主要物理结论和所用方法, 本文仅给出了较为简单的数值计算例。该方法和所得结果现已用于聚变驱动器中复杂的光传输问题研究, 有关结果将另文报道。

作者之一(吕百达)曾与 Weber H 教授、杜祥琬院士和林尊琪教授对本文有关强激光的描述和传输变换进行十分有益的讨论, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Parent A, Morin M, Lavigne P. Propagation of super-gaussian field distribution. *Opt. & Quant. Electron.*, 1992, **24**(9) : 1071~ 1079
- [2] Gori F. Flattened gaussian beams. *Opt. Commun.*, 1994, **107**(5, 6) : 335~ 341
- [3] Bagini V, Borghi R, Gori F *et al.*. Propagation of axially symmetric flattened Gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(7) : 1385~ 1394
- [4] Santarsiero M, Aiello D, Borghi R *et al.*. Focusing of axially symmetric flattened Gaussian beams. *J. of Mod. Opt.*, 1997, **44**(3) : 633~ 650
- [5] Borghi R, Santarsiero M. Modal decomposition of partially coherent flat-topped beams produced by multimode lasers. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(5) : 313~ 315
- [6] Collins S A. Lens-system diffraction integral written terms of matrix optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(7) : 1168~ 1177
- [7] Erdelyi A, Magnus W, Oberhettinger F *et al.*. *Tables of Integral Transforms*. New York: McGraw-Hill. 1954. Vol. I, 185
- [8] Casperson L W, Hall D G. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(12) : 3341~ 3348
- [9] Lü B, Zhang B, Cai B. Propagation and diffraction of apertured higher-order Gaussian beams. *J. of Mod. Opt.*, 1993, **40**(9) : 1731~ 1743

Propagation Characteristics of Flattened Gaussian Beams*

Luo Shirong Lü Baida Zhang Bin

(*Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064*)

(Received 26 January 1999; revised 5 May 1999)

Abstract The flattened Gaussian beam is regarded as a whole beam, and its propagation through a paraxial optical $ABCD$ system has been studied in detail. The general closed-form propagation expressions have been derived for the unapertured case, whereas for the apertured case numerical integral is applicable. Typical numerical examples have been given, showing the equivalence of this method and the finite Laguerre-Gauss function expansion.

Key words flattened Gaussian beam, propagation formula, paraxial optical $ABCD$ system.

* The project was supported by National Hi-Tech ICF Foundation of China under the Contract NO. 863-416-2-1.2.