

激光实际大气水平传输湍流畸变波前的功率谱分析

II: 波前相位与格林伍德频率*

李新阳 姜文汉 王春红 鲜 浩 吴旭斌

(中国科学院光电技术研究所, 大气光学国家重点实验室, 成都 610209)

摘 要 分析了整体倾斜像差去除前后大气湍流畸变波前相位的功率谱。在激光实际大气水平传输实验中, 利用 61 单元自适应光学系统的哈特曼波前传感器, 测量和分析了大气湍流畸变波前相位的功率谱。还建立了一种根据实际测量的波前相位功率谱数据估测自适应光学系统变形镜需要控制带宽大小和大气湍流格林伍德(Greenwood)频率的方法。

关键词 自适应光学, 大气湍流, 功率谱, 波前整体倾斜, 格林伍德频率。

1 引 言

大气湍流造成的传输光束波前畸变是个困扰了光学界几百年的难题。现代自适应光学技术实时地探测和补偿波前畸变, 可以从根本上解决这个问题^[1]。自适应光学系统中用一面动态范围很大的高速倾斜反射镜(简称倾斜镜)专门校正整体倾斜像差, 然后再用一面动态范围较小的变形反射镜(Deformable Mirror, 简称变形镜)校正其他高阶像差, 倾斜镜和变形镜是控制解耦的和互相独立的。对于科尔莫戈罗夫(Kolmogorov)大气湍流, 不考虑波前整体平移, 整体倾斜像差校正前后的波前相位方差分别为:

$$\sigma_{\varphi}^2 = 1.0299(D/r_0)^{5/3}, \quad (1)$$

$$\sigma_{\varphi}^2 = 0.134(D/r_0)^{5/3}, \quad (2)$$

式中 D 为望远镜主孔径, 而 r_0 是度量大气湍流强度的弗里德(Fried)常数:

$$r_0 = [0.423 \sec(\zeta) k^2 \int_0^L C_n^2(z) dz]^{-3/5}, \quad (3)$$

其中 ζ 为天顶角, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为信标波长, $C_n^2(z)$ 为传输路径上的大气折射率常数, L 为传输路径长度。通常认为自适应光学系统中倾斜镜需要的控制带宽大小与大气湍流的泰勒(Tyler)频率和波前整体倾斜像差的时间功率谱特性有关, 而变形镜需要的控制带宽大小与

* 国家科委 863 高科技项目。

收稿日期: 1999-02-08; 收到修改稿日期: 1999-03-31

大气湍流的格林伍德频率指标和波前相位的时间功率谱特性有关^[24]。目前常用的格林伍德频率指标是在没有考虑去除整体倾斜像差影响的情况下得出的^[3]，但倾斜镜闭环后去除了波前整体倾斜像差，剩余波前相位的时间功率谱将发生变化。国内外许多文献均指出，在某些实验条件下，大气湍流畸变波前相位的时间功率谱特性与科尔莫戈罗夫湍流理论不完全符合^[513]。作者在激光近地面水平大气湍流传输实验中也发现了类似的现象。本文讨论如何在这种情况下准确确定自适应光学系统变形镜需要的控制带宽大小的问题。以下所提到的功率谱都是指时间功率谱。

2 理论分析

2.1 波前相位功率谱的理论分析

对于科尔莫戈罗夫湍流，Greenwood 和 Fried 详细分析了为补偿大气湍流引起的波前畸变和波前校正器需要的功率谱特性。这相当于分析了大气湍流畸变波前相位的功率谱^[2, 3]。分析结果认为波前相位功率谱的高频段是频率的 $-8/3$ 次方关系[附录(A4)式]：

$$F_{\text{FH}}(f) = 0.0 - 326 \sec(\zeta) k^2 f^{-8/3} \int_0^L C_n^2(z) V(z)^{-3} dz. \quad (4)$$

其中功率谱的单位是 rad^2/Hz ， f 为时间频率， $V(z)$ 为传输路径上的横向风速。Greenwood 认为功率谱低频段的特性与望远镜主口径和校正器件的空间分辨率有关。去除整体倾斜后波前相位功率谱的低频段是频率的 $4/3$ 次方关系[附录(A5)式]：

$$F_{\text{FL}}(f) = 0.132 \sec(\zeta) k^2 D^4 f^{-4/3} \int_0^L C_n^2(z) V(z)^{-3} dz. \quad (5)$$

未去除整体倾斜像差的波前相位功率谱的低频段是频率的 $-2/3$ 次方关系[附录(A6)式]：

$$F_{\text{FL}}(f) = 0.215 \sec(\zeta) k^2 D^2 f^{-2/3} \int_0^L C_n^2(z) V(z)^{-3} dz. \quad (6)$$

一般用(4)、(6)两式表示未去除整体倾斜的波前相位功率谱，用(4)、(5)两式表示去除整体倾斜后的波前相位功率谱^[3, 4]。但国内王英俭、李新阳等人的实验结果^[58]以及国外 Greenwood、Kibblewhite 等人的实验结果^[913]显示，去除整体倾斜后的波前相位功率谱低频段是频率的 $-2/3$ 次方，而不是 $4/3$ 次方关系。注意到 Greenwood 在分析功率谱时假设系统的空间分辨率极高，子孔径尺寸 $d \rightarrow 0$ 。而实际自适应光学系统的波前探测器子孔径直径和驱动器的间距均不为零。主孔径 D 上的整体倾斜去除后，子孔径 d 内的倾斜量并没有去掉。事实上，哈特曼-夏克(H-S)探测器的原理就是测量子孔径内的平均波前倾斜，所以探测到的波前必然受到子孔径大小的影响。用子孔径直径 d 替换(6)式中的主孔径直径 D ，得到子孔径尺寸一定时去除整体倾斜后波前相位功率谱的低频为：

$$F_{\text{FL}}(f) = 0.215 \sec(\zeta) k^2 d^2 f^{-2/3} \int_0^L C_n^2(z) V(z)^{-3} dz, \quad (7)$$

因为功率谱高频段的谱形不受子孔径尺寸的影响，分别用(4)、(7)两式表示子孔径尺寸一定时去除整体倾斜后波前相位功率谱的高频段和低频段。

2.2 利用波前相位功率谱估计变形镜需要的控制带宽和大气湍流的格林伍德频率

不考虑系统中的时间延迟，一个理想自适应光学系统中变形镜的闭环传递函数为：

$$H(f, f_{3\text{dB}}) = [1 + (jf/f_{3\text{dB}})]^{-1}, \tag{8}$$

其中 $f_{3\text{dB}}$ 为闭环带宽。经变形镜闭环校正后的波前残余方差为:

$$\sigma_{\phi}^2(f_{3\text{dB}}) = \int_0^{\infty} |1 - H(f, f_{3\text{dB}})|^2 F_{\phi}(f) df. \tag{9}$$

为了简便, Greenwood 假设波前相位功率谱的低频段与高频段都是频率的 $-8/3$ 次方关系。在这个近似条件下, 得到闭环校正后的残余波前相位方差与变形镜闭环带宽 $f_{3\text{dB}}$ 的关系为^[3]:

$$\sigma_{\phi}^2(f_{3\text{dB}}) \approx \int_0^{\infty} |1 - H(f, f_{3\text{dB}})|^2 F_{\text{GH}}(f) df = (f_G/f_{3\text{dB}})^{8/3}, \tag{10}$$

$$f_G = [0.102k^2 \int_0^L C_n^2(z) V^{8/3}(z) dz]^{3/8}, \tag{11}$$

其中 f_G 为格林伍德频率。其物理意义很明显: 当变形镜的闭环带宽达到 f_G 时, 校正后波前相位的残余方差等于 1 个相位弧度平方: $\sigma_{\phi}^2(f_G) = 1 \text{ rad}^2$ 。格林伍德频率是衡量大气湍流畸变时间特性的重要指标。Greenwood 认为实际变形镜的控制带宽一般需要达到 4 倍格林伍德频率, 这时的校正残余方差为 $\sigma_{\phi}^2(4f_G) = 0.1 \text{ rad}^2$, 波前均方根值约 1/20 波长, 时间校正残差造成的施特雷尔(Strehl)比下降约 90%。这个校正精度完全可以满足系统实际需要。

但是应注意到, 如果波前相位功率谱的高低频段都是频率的 $-8/3$ 次方, 未补偿的波前相位方差 σ_{ϕ}^2 将为无穷大, 这在物理上是不成立的。根据前面 2.1 节的分析, 整体倾斜去除前后波前相位功率谱的低频段都是频率的 $-2/3$ 次方, 而不是 $-8/3$ 次方关系, 所以 Greenwood 的近似处理将有误差。在一定大气湍流条件下, 分别用(9)式的准确积分计算和(10)式计算得到的控制带宽与波前相位校正残余方差的关系如图 1 所示。在校正残余方差 $\sigma_{\phi}^2 = 1 \text{ rad}^2$ 的条件下, 按(10)式计算出的控制带宽比按功率谱准确积分计算出的控制带宽大得多, 这就是功率谱低频段 $-2/3$ 次方与 $-8/3$ 次方的差异造成的。在 $\sigma_{\phi}^2 = 0.1 \text{ rad}^2$ 的条件下, 这种差异对控制带宽的影响小了很多。

图 2 是在校正残余方差 $\sigma_{\phi}^2 = 1 \text{ rad}^2$ 的条件下, 对不同的大气湍流强度, 分别按(10)式与按功率谱准确积分计算出的控制带宽比较, 结果差异很大。注意到当湍流减弱到 r_0 接近 8 cm 时, 根据(2)式可知去除整体倾斜后的波前方差将逐渐小于 1 rad^2 , 需要的控制带宽将迅速降低为零。

图 3 是在校正残余方差 $\sigma_{\phi}^2 = 0.1 \text{ rad}^2$ 的条件下, 同样比较几种情况下计算出的控制带宽。对包含整体倾斜像差的情况, 积分计算的结果与公式计算结果比较接近。人们关心的是整体倾斜像差被倾斜镜完全补偿后变形镜所需要的控制带宽大小。当 r_0 分别为 10 cm 和 20 cm 时, 准确积分计算结果仅是按(10)式计算结果的约 1/2 和 1/5。湍流越弱这种差异越大。可见按照格林伍德频率计算公式得出的对变形镜控制带宽的要求偏高, 实际系统中变形镜需要的控制带宽小得多。Greenwood 本人也在文献[3]中指出, 格林伍德频率指标会有所偏大, 只能作为对控制带宽的一个很保守的估计。

理论上如果知道大气湍流的 C_n^2 和风速 V , 可以利用(11)式计算出格林伍德频率指标, 然

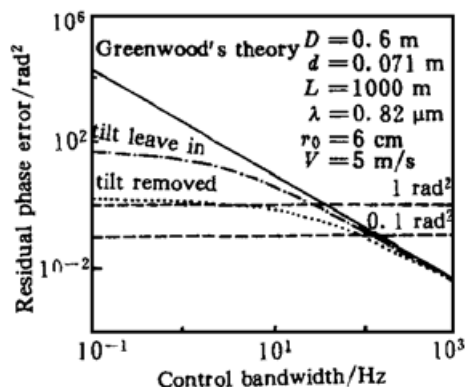


Fig. 1 The relationship between control bandwidth and residual phase error. Solid line: Greenwood's theory. Dash dot line: tilt leave in. Dot line: tilt removed

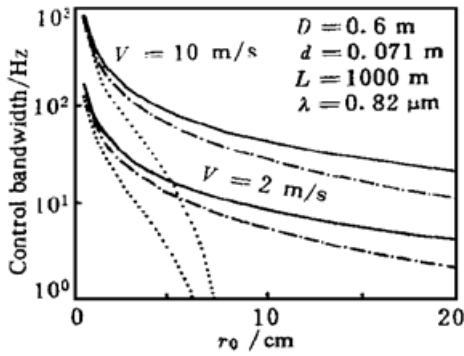


Fig. 2 The relationship between control bandwidth and atmospheric turbulence r_0 while residual phase error is 1 rad^2 . Solid line: Greenwood's theory. Dash dot line: tilt leave in. Dot line: tilt removed

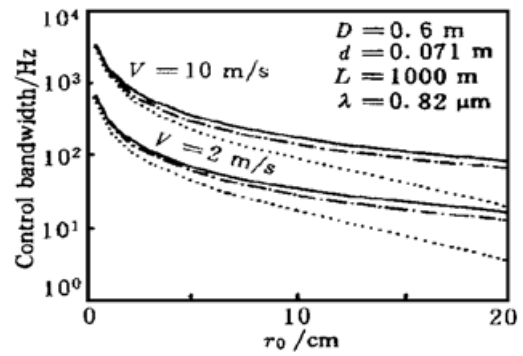


Fig. 3 The relationship between control bandwidth and atmospheric turbulence r_0 while residual phase error is 0.1 rad^2 . Solid line: Greenwood's theory. Dash dot line: tilt leave in. Dot line: tilt removed

后再根据该频率确定出变形镜需要的控制带宽大小。在实际工作中常常无法准确知道大气湍流的参数，但却可以测量得到大气湍流畸变波前相位的功率谱。上面的分析表明，可以根据波前相位功率谱确定出变形镜需要的控制带宽。具体做法是：首先按照(8)式对去除整体倾斜像差后的波前相位功率谱数据计算积分，得到校正残余方差与变形镜闭环带宽的关系曲线 $\sigma_{\varphi}^2(f_{3\text{dB}})$ ，然后按照任意给定的校正残差条件，如 $\sigma_{\varphi}^2 = 0.1 \text{ rad}^2$ ，从曲线中确定出变形镜需要的控制带宽。这种确定变形镜需要控制带宽大小的方法比按格林伍德公式计算的方法更加准确，而且还有不受波前相位功率谱谱形变化影响的优势。这一点在实际工作中尤其重要。

在研究大气湍流的实验中，经常发现波前相位功率谱的测量结果与理论分析结果不一致。这时仍然用根据理论推导出的(11)式计算格林伍德频率指标显然是不合适的。按照上面的分析，如果对包含整体倾斜像差的波前相位功率谱计算出关系曲线 $\sigma_{\varphi}^2(f_{3\text{dB}})$ ，给定校正残余方差 $\sigma_{\varphi}^2 = 0.1 \text{ rad}^2$ 的条件，确定出需要的控制带宽 $f_{3\text{dB}}$ ，就可以近似认为大气湍流的格林伍德频率指标 $f_G \approx f_{3\text{dB}}/4$ 。根据图3，这样估计出的格林伍德频率指标略为偏小。但这种方法不需要知道大气湍流的准确参数，而且适用于任意的功率谱谱形。

3 实验结果分析

3.1 实验系统

建立了一套61单元自适应光学望远镜系统，系统参数如表1所示^[58]。在激光近地面1 km水平大气传输实验中，利用系统中的哈特曼-夏克波前传感器，在不同的大气湍流条件下采集了大量波前斜率数据。其中整体倾斜像差的功率谱特性已在文献[5]中做了详细分析，这里着重讨论去除整体倾斜像差后波前相位的功率谱特性，分析大气湍流的格林伍德频率和系统变形镜需要的控制带宽。首先对每一个测量数据按照事先的标定进行定标，然后对波前斜率数据用前35阶泽尼克(Zernike)模式复原出主孔径上的波前相位，在主孔径上均匀选择若干个采样点，用快速傅里叶变换(FFT)方法分别计算出波前相位功率谱，取各个点功率谱的平均作为这个数据的波前相位功率谱估计。各个点的功率谱大致相同，取平均可降低探测噪声和快速傅里叶变换计算噪声的影响。经过合理选择采样频率和数据采样长度，功率谱频率分析的动态范围从百分之一赫兹直到上千赫兹。

Table 1. Parameters of the 61 element adaptive optical telescope system

telescope	dimension $D = 0.6$ m
deformable mirror	61 actuators PZT, hexagon arrangement
Hartmann-Shack wavefront sensor	48 subapertures, $d = 0.071$ m. Square arrangement
CCD sample frequency	2900 frames per second max
beacon laser	diode laser, $\lambda = 0.82$ μ m, 1 W.
propagation path	horizontal 1000 m near ground, half on water, half on land

3.2 波前相位功率谱的实验结果分析

1998 年 10 月到 11 月间共采集了 24 个有效的波前相位斜率数据, 数据采样长度都是 8192 帧, 采样频率不等。为了分析方便, 按采集时间和湍流相对强弱把数据分为 3 组。第一组 7 个数据估测的大气 r_0 平均为 4.6 cm; 第二组 7 个数据的平均 r_0 为 13 cm; 第三组 10 个数据平均 r_0 为 24 cm。实验时横向风速较小, 但没有准确的测量数据。

首先对比未去除和去除了整体倾斜像差两种情况下的波前相位功率谱。由图 4 的 (a)、(b)、(d) 可见, 两种情况下功率谱的高频段基本相同。去除了整体倾斜后功率谱低频段的幅度降低, 近似是频率的 $-2/3$ 次方关系。包含整体倾斜的功率谱的低频段谱形显得比 $-2/3$ 次方陡, 这是因为数据采样长度还不够, 对功率谱低频特性反映不准确。24 个数据中共有 19 个数据是这种 $-2/3$ 次方的功率谱低频谱形, 这与前面的理论分析基本符合。由图 4(c) 可见, 当采样频率较高、大气湍流强度较小时, 仅能看到功率谱曲线的高频段, 整体倾斜去除前后功率谱变化不大。24 个数据中共有 5 个数据是这种情况。

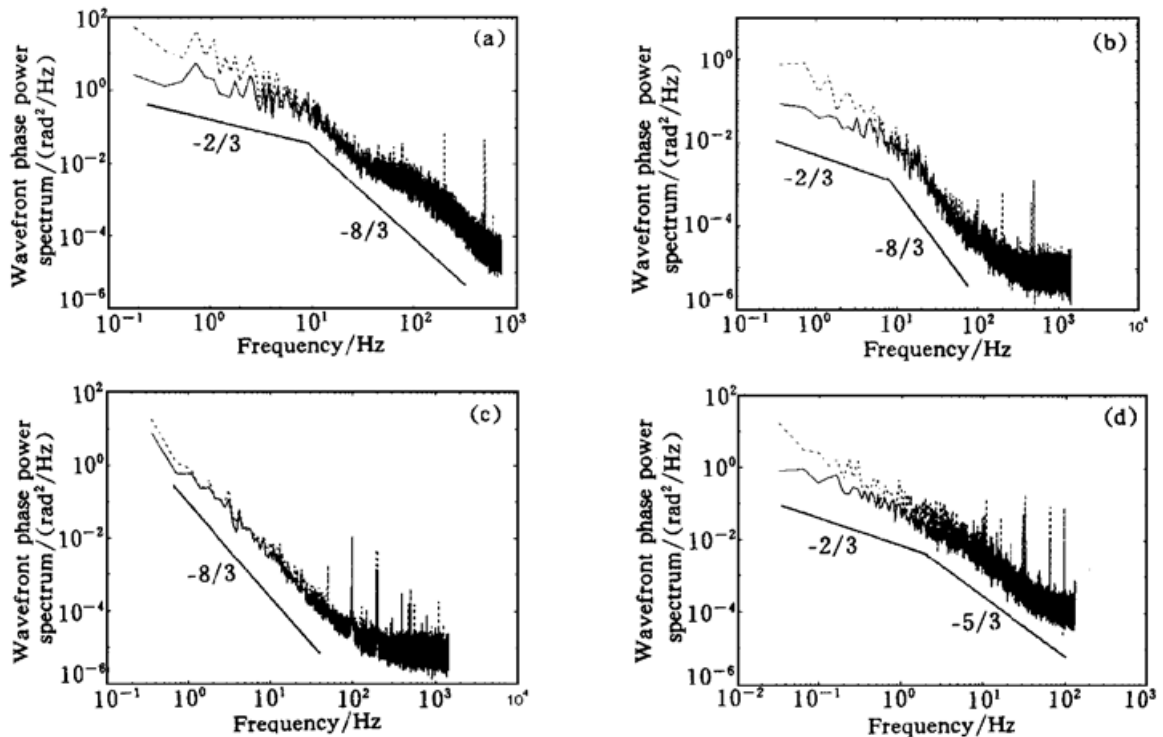


Fig. 4 Four typical shapes of wavefront phase power spectrum measured on 61 element adaptive optical system. Solid line: overall tilt removed. Dash line: overall tilt leave in. (a) Data # 3 of group 1, sample frequency= 1450 Hz, calculated $r_0 = 4.4$ cm, (b) Data # 10 of group 3, sample frequency= 2900 Hz, calculated $r_0 = 29$ cm, (c) Data # 1 of group 2, sample frequency= 2900 Hz, calculated $r_0 = 10.2$ cm, (d) Data # 8 of group 3, sample frequency= 290 Hz, calculated $r_0 = 27$ cm

图 4(b)、图 4(c) 中功率谱高频端的平台是探测白噪声影响的结果。噪声水平在 10^{-5} rad^2 左右, 远小于有效数据, 对下面的分析没有明显影响。而图 4(a) 由于大气湍流强, 图 4(d) 由于采样频率低, 它们受噪声的影响均较小, 高频尾段仍是有效数据。由图 4 的(a)、(b)、(c) 可见, 波前相位功率谱高频段大都是频率的 $-8/3$ 次方关系, 这与前面的理论分析基本符合。图 4(a) 的功率谱高频段是 $-8/3$ 规律, 但分为两段, 这可能是由于复杂地形使传输路径上的湍流不一致造成的。第一组中有 5 个数据都是这种情况。图 4(d) 中功率谱高频段是频率的 $-5/3$ 次方关系, 共有 3 个数据是这种与理论不符的情况。Kibblewhite 等人在对多套天文望远镜上的实验数据分析时发现, 波前相位功率谱的高频段是频率的 -2 次方关系^[9], 也与理论不符。对这种实验结果与理论分析偏离的现象, 目前还没有得到很好的理论解释。

3.3 变形镜需要的控制带宽大小和格林伍德频率的实验测量结果

对于图 4 中的 4 个波前相位功率谱数据, 分别计算了整体倾斜像差去除前后的控制带宽与校正残余方差关系曲线如图 5、图 6 所示。按照校正残余方差 0.1 rad^2 的标准, 可以分别确定出每个数据需要的控制带宽。根据 2.3 节的分析, 从包含整体倾斜像差的功率谱数据中得到的控制带宽大约是 4 倍格林伍德频率, 而从去除了整体倾斜像差的功率谱数据中得到的是变形镜需要的控制带宽大小。例如对湍流最强的(a) 数据, 从图 5 中确定出 4 倍格林伍德频率大约是 330 Hz , 从图 6 中确定出变形镜需要的控制带宽大约是 220 Hz , 两者有明显差别。我们用这种方法计算了湍流最强的第一组 7 个测量数据的 4 倍格林伍德频率值, 最低 140 Hz , 最高 330 Hz , 平均 230 Hz , 因此平均格林伍德频率为 58 Hz 。而在校正残余方差 0.1 rad^2 的标准下, 变形镜需要的控制带宽最低 90 Hz , 最高 220 Hz , 平均 145 Hz , 比 4 倍格林伍德频率的要求小得多。如果适当放宽对校正残余方差的要求, 系统需要的控制带宽还会减小。因此可得出结论: 在 1 km 近地面水平大气传输实验中, 对于类似数据(a) 这种较强的湍流, 大气的格林伍德频率约为 60 Hz 左右, 变形镜需要的控制带宽约为 150 Hz 左右。由于格林伍德频率指标中没有考虑整体倾斜像差的影响, 当自适应光学系统中的倾斜镜已经校正了整体倾斜像差后, 变形镜需要的控制带宽比按格林伍德频率指标估计的值小得多。这是本文的一个重要结论。

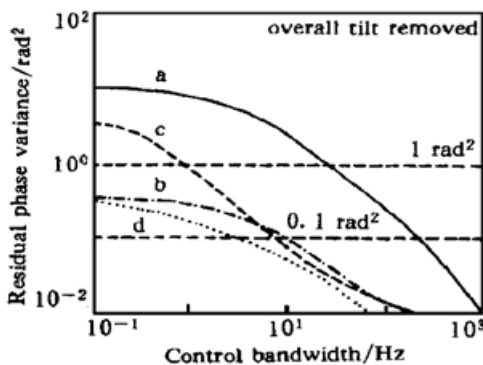


Fig. 5 The relationship between control bandwidth and residual phase variance when overall tilt leave in. Data a, b, c, d as same as in fig. 4

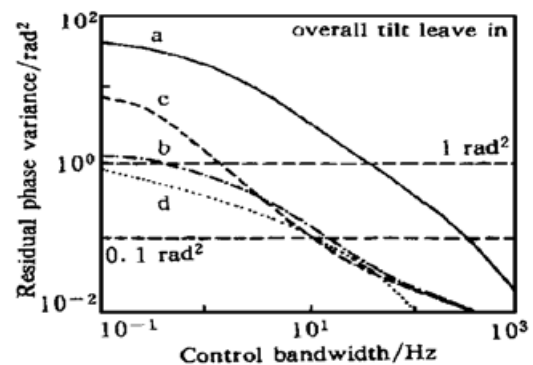


Fig. 6 The relationship between control bandwidth and residual phase variance when overall tilt removed. Data a, b, c, d as same as in fig. 4

结 论 利用 61 单元自适应光学系统的哈特曼波前传感器, 测量了水平大气湍流畸变波前相位的时间功率谱。实验结果显示, 去除整体倾斜像差前后波前相位功率谱的低频段基本符

合科尔莫戈罗夫湍流理论的 $-2/3$ 次方关系,但高频段的谱形除了有理论上的 $-8/3$ 次方关系外,还呈现出 $-5/3$ 次方关系。

本文提出了一种利用包含整体倾斜像差的波前相位功率谱估计大气湍流格林伍德频率指标,利用去除整体倾斜像差后的波前相位功率谱估计自适应光学系统变形镜需要的控制带宽大小的方法。这种方法不需要知道大气湍流的折射率结构常数和横向风速等特征参数,只需测量波前相位的时间功率谱然后进行计算,在实际系统中使用方便。这种方法已经成功地应用在 61 单元自适应光学系统的外场实验中,使之能够根据大气湍流强度等的变化及时调整变形镜的控制带宽。与文献[5]中讨论的确定倾斜镜控制带宽的方法相结合,可以使自适应光学系统主动适应环境的变化,提高校正效果。

感谢中国科学院安徽光学精密机械研究所龚知本、吴毅、王英俭、汪超等老师在实验工作中给予的支持和帮助。

参 考 文 献

- [1] Tyson R K. *Principles of Adaptive Optics*. San Diego, CA, USA: Academic Press Inc., 1991.
- [2] Greenwood D P, Fried D L. Power spectra requirements in adaptive optics systems. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66** (3): 193206
- [3] Greenwood D P. Bandwidth specification for adaptive optics systems. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(3): 390393
- [4] Parenti R R, Sasiela R J. Laser guide-star systems for astronomical applications. *J. Opt. Soc. Am.*, 1994, **11**(1): 288309
- [5] 李新阳,姜文汉,王春红等. 激光实际大气水平传输湍流畸变波前的功率谱分析 I: 波前整体倾斜与泰勒频率. *光学学报*, 2000, **20**(7): 883889
- [6] 王英俭,吴毅,汪超等. 激光实际大气传输湍流效应相位校正一些实验结果. *量子电子学报*, 1998, **15**(2): 164168
- [7] 李新阳,姜文汉,王春红等. 自适应光学系统控制效果分析的功率谱方法. *强激光与粒子束*, 1998, **10** (1): 610
- [8] 姜文汉,王春红,凌宁等. 61 单元自适应光学系统. *量子电子学报*, 1998, **15**(2): 193199
- [9] Kibblewhite E J, Chun M R. Design of tip-tilt and adaptive optics servos using measured angle of arrival and phase power spectrum. *Proc. SPIE*, 1998, **3353**: 522530
- [10] Levine B M, Martinsen E A, Wirth A *et al.*. Horizontal line of sight turbulence over near ground paths and implications for adaptive optics corrections in laser communications. *Proc. SPIE*, 1998, **3125**: 354365
- [11] Greenwood D P, Primmeman C A. Measurements of atmospheric phase and tilt, and comparison with theory. *ESO conference on very large telescopes and their instrumentation*. Garching, Germany, 1988. 675682
- [12] Max C E, Avicda K, Brase J M *et al.*. Design, layout, and early results of a feasibility experiment for sodium-layer laser guide-star adaptive optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1994, **11**(2): 813824

附 录

根据 Greenwood 和 Fried 的分析和文献[2]中的(75)式、(77)式,在子孔径的直径 $d \rightarrow 0$ 的条件下,大气湍流畸变波前相位功率谱的归一化表达式为:

$$H_{\varphi}(x) = c_1 x^{-3}, \quad x \ll 1, \quad c_1 = (r_1/D)^2, \quad (\text{A1a})$$

$$H_{\varphi}(x) = c_2 x^3, \quad x \ll 1, \quad c_2 = [(r_1/D)^2 - 1/12]^2 + (3\pi^4)^{-1}, \quad (\text{A1b})$$

$$H_{\varphi}(x) = c_3 x^3, \quad x \ll 1, \quad c_3 = 1/4, \quad (\text{A1c})$$

其中归一化频率 $x = (f/f_0)$, $f_0 = (V/\pi D)$, V 为横向风速, D 为望远镜主孔径。根据文献[2]中的(71)式,归一化功率谱与功率谱间的关系为:

$$H_{\varphi}(x) = F_{\varphi}(f) 0.481 f_0 (r_0/D)^{\beta}, \quad (\text{A2})$$

假设 $r_0^{-\beta}(z) = 0.423k^2 C_n^2(z) dz$ 为传输路径中的一个薄段($z, z + dz$) 上的大气弗里德常数。首先考虑功率谱的高频段, 把(A1c)式代入(A2)式, 得到:

$$F_{\varphi}(f, z) = c_3 f^{-\beta} f_0^{\beta} (r_0/D)^{-\beta} / 0.481 = (c_3 \times 0.423 \pi^{-\beta} / 0.481) k^2 f^{-\beta} C_n^2(z) V^{\beta}(z) dz. \quad (\text{A3})$$

把(A3)式在传输路径(0, L)上积分并考虑天顶角 ζ , 得到整个传输路径上的功率谱为:

$$F_{\varphi}(f) = 0.0326 k^2 \sec(\zeta) f^{-\beta} \int_0^L C_n^2(z) V^{\beta}(z) dz. \quad (\text{A4})$$

功率谱低频段的谱形还与孔径上点的位置 r_1 有关。根据文献[4], 对于整个孔径平均的效果, 有 $(r_1/D)^2 = 1/6$, 代入(A1)式得到 $c_1 = 0.1667$, $c_2 = 0.01037$ 。那么对于去除整体倾斜像差和包含整体倾斜像差两种情况, 波前相位的功率谱分别为:

$$F_{\varphi}(f) = 0.132 k^2 \sec(\zeta) D^4 f^{\beta} \int_0^L C_n^2(z) V^{-\beta}(z) dz, \quad (\text{A5})$$

$$F_{\varphi}(f) = 0.215 k^2 \sec(\zeta) D^2 f^{-\beta} \int_0^L C_n^2(z) V^{\beta}(z) dz. \quad (\text{A6})$$

假设传输路径上的风速保持不变, 令未去除整体倾斜的波前相位功率谱的转折频率为 f_1 , 去除了整体倾斜的波前相位功率谱的转折频率为 f_2 , 根据文献[2]的(78)式, 有:

$$(f_1/f_0) = (c_3/c_1)^{2/\beta}, \quad f_1 = 0.390(V/D), \quad (\text{A7})$$

$$(f_2/f_0) = (c_3/c_2)^{4/\beta}, \quad f_2 = 0.705(V/D), \quad (\text{A8})$$

光束水平大气传输就近似满足这种条件。对于波前相位的功率谱在转折频率前后分段进行积分, 可以得到未去除和去除了整体倾斜两种情况下波前相位的方差(1)式和(2)式。

Power Spectra Analysis of the Disturbed Wavefront in Laser Beam Horizontal Atmospheric Propagation II: Wavefront Phase and Greenwood Frequency

Li Xinyang Jiang Wenhan Wang Chunhong Xian Hao Wu Xubing

(Key Laboratory of the Atmospheric Optics of National High Technology,

Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209)

(Received 8 February 1999; revised 31 March 1999)

Abstract By using the Hartmann-Shack wavefront sensor of the 61 element adaptive optical system, power spectra density (PSD) of the atmosphere disturbed wavefront, both overall tilt removed and leave in, was measured and analyzed. A method of calculating the Greenwood frequency and the needed control bandwidth of the deformable mirror of an adaptive optical system from measured PSDs was discussed.

Key words adaptive optics, atmospheric turbulence, power spectra density, wavefront overall tilt, Greenwood frequency.