

# 处理金属闪耀光栅的多次基尔霍夫积分法

齐文宗 李志刚 唐玉国 李福田

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

**摘 要** 在散射场[通过菲涅耳(Fresnel)反射系数决定于入射场]的边界条件、互易定理及等效场原理的支持下,完善了金属闪耀光栅的多次基尔霍夫(Kirchhoff)积分方法;并以利特罗(Littrow)安装及固定偏向角安装的理想金属导体闪耀光栅对不同波长平面电磁波衍射效率的计算实例,探讨了此方法的稳定性与自治性。

**关键词** 多次基尔霍夫积分, 利特罗安装, 固定偏向角安装, 互易定理, 等效场原理。

## 1 引 言

早在 1972 年, Palmer 及 LeBrun<sup>[1]</sup>就以多次散射理论为基础,提出了处理理想导体闪耀光栅异常现象的多次基尔霍夫积分方法,并以此为基础计算了微波频域电磁波( $\lambda = 3.81$  mm 及  $\lambda = 11.87$  mm)在  $30^\circ \sim 60^\circ \sim 90^\circ$  的  $d/\lambda = 2.83$  的闪耀光栅上的、各级衍射效率随入射角及衍射角变化的情况,并与实验结果进行了对比。

近年来,由于镀膜理论及技术的发展,真空镀膜的闪耀光栅已逐渐应用到紫外及远紫外频域。而在此频域,实际材料的光学常数及菲涅耳复反射率与理想导体之间存在很大的差异,各理想导体光栅理论亟需完善与发展。

在研究光栅的诸理论中,积分理论一直具有物理图像清晰、理论过程严谨的特点。但与模式理论<sup>[2, 3]</sup>、微分理论<sup>[4, 5]</sup>等其他光栅理论相比,由于积分理论(特别是多次散射积分理论)计算过程复杂,计算量巨大,加之以往计算机运算速度的限制,很少有人从事此领域更深入的研究工作。

在计算机技术高度发达的今天,作者不仅在理论上进一步研究了多次散射积分理论,并以普通 PII-350 微型机上得到的数值计算结果为例,探讨了此理论的稳定性与自治性,为进一步分析紫外频域金属光栅衍射特性做出了贡献。

## 2 边界条件

处理平面型反射式金属及电磁介质光栅时,以往的模式法、微分法及 Petit 所阐述的积分法<sup>[4]</sup>,都是直接将入射电磁波场及各级衍射电磁波场作为平面波场处理,并由麦克斯韦方程获得如下的边界条件:

对于面型轮廓为  $y = f(x)$  的光栅表面所分开的 1、2 两区间的电磁场  $u$  ( $s$  偏振代表  $E_s$ 、

p 偏振代表  $H_z$ ),  $u_1 = u_2$ , 且对 s 偏振:

$$\left. \frac{du}{dn} \right|_{y=f(x)}^1 = \left. \frac{du}{dn} \right|_{y=f(x)}^2, \quad (1)$$

而对 p 偏振:

$$\left. \frac{1}{\epsilon_1} \frac{du}{dn} \right|_{y=f(x)}^1 = \left. \frac{1}{\epsilon_2} \frac{du}{dn} \right|_{y=f(x)}^2. \quad (2)$$

在利用多次散射积分方法处理光栅时, 按实际情况将每一次入射电磁波看作平面波或球面波, 而将每一次相应的散射电磁波作为球面波处理。其在光栅表面上的散射场  $\mathbf{E}_s$ 、 $\mathbf{B}_s$  与入射场  $\mathbf{E}_{in}$ 、 $\mathbf{B}_{in}$  之间的关系, 由矢量反射场形式的纯散射场<sup>[6]</sup>的边界条件来确定:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_s^s &= \gamma_s \mathbf{E}_{in}^s, & \mathbf{B}_s^s &= \mathbf{n}_r \times \gamma_s \mathbf{E}_{in}^s, \\ \mathbf{E}_s^p &= -\mathbf{n}_r \times \gamma_p \mathbf{B}_{in}^p, & \mathbf{B}_s^p &= \gamma_p \mathbf{B}_{in}^p, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, 上标 s、p 表示偏振态;  $\mathbf{n}_r = \mathbf{n}_0 - 2\mathbf{n}'(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}_0)$ ,  $\mathbf{n}_0$  为入射波矢方向,  $\mathbf{n}'$  为散射表面局域法线方向;  $\gamma_s$ 、 $\gamma_p$  为相应的 s 偏振、p 偏振态的菲涅耳反射率因子, 取如下形式:

$$\gamma_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad \gamma_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4)$$

其中,  $\theta_i$ 、 $\theta_t$  为相应光栅材料的入射角及折射角。它们的相互关系由  $\tilde{n}_{12} \sin \theta_i = \sin \theta_t$  式确定, 而  $\tilde{n}_{12} = n_{12} + ik_{12}$  为相应介质材料的复折射率。

### 3 处理金属闪耀光栅的多次基尔霍夫积分法

#### 3.1 基本思想

首先, 入射电磁波将闪耀光栅的金属表面逐点激发为二次波源。各二次波源向空间各点(包括闪耀光栅同一槽内的相对表面)辐射球面波, 各二次波源辐射的振幅与相位通过纯散射场的边界条件取决于入射电磁波在此边界点的振幅与相位; 空间任一点的复振幅分布为各二次波源球面波复振幅的叠加(积分)场。如此即完成了单次散射场量的描述, 此即单次基尔霍夫积分法的基本思想。

单次基尔霍夫积分方法不能预计光栅的异常散射现象, 这是由于它忽略了多次散射现象的存在: 各二次波源的积分叠加场在闪耀光栅同一槽内的相对表面还将激发出三次波源; 各三次波源的积分叠加场在闪耀光栅同一槽内的相对表面还将激发出四次波源……。而空间任一点的复振幅分布, 应为各表面上各次波源所辐射的球面波复振幅的线形叠加(求和)场。理论分析及具体计算都表明, 一般情况下, 只计及三次散射就可以说明光栅衍射效率的异常现象并具有足够的精度。

#### 3.2 积分公式

图 1 为闪耀光栅单个槽形的结构及闪耀表面  $\Lambda_2$  上单次散射的示意图。其中  $d$  为光栅的单槽宽度,  $\alpha$  为闪耀表面  $\Lambda_2$  与光栅平面之间的夹角,  $\beta$  为“非闪耀”表面  $\Lambda_1$  与光栅平面之间的夹角,  $\mathbf{n}_1$ 、 $\mathbf{n}_2$  分别为  $\Lambda_1$ 、 $\Lambda_2$  的法线方向,  $\xi_0$ 、 $\eta_0$  分别为  $\Lambda_1$ 、 $\Lambda_2$  表面的长度,  $\mathbf{P}_0$ 、 $\mathbf{P}$  分别为入射平面波及衍射平面波的波矢方向, 其入射角及衍射角分别为  $\theta_i$ 、 $-\theta_r$ 。图 2 为前三次散射过程的示意图。

首先给出未考虑阴影屏蔽效应时, 仅依纯散射场的边界条件(2)式及基尔霍夫积分求得的图 1、图 2 所示金属闪耀光栅的前三次散射场的基本公式:

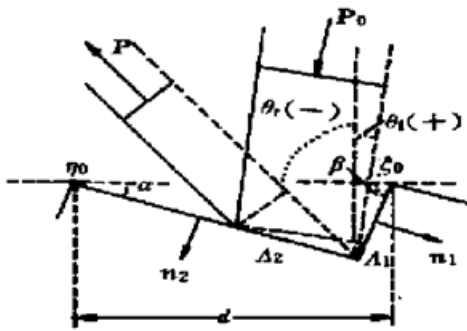


Fig. 1 Grating groove geometry with ray incident from  $P_0$  and diffracted to  $P$

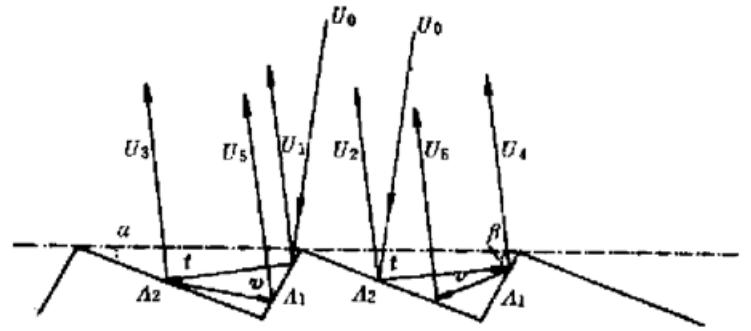


Fig. 2 Various multiple diffraction terms from the grating grooves. Incident field  $U_0$  on  $\Lambda_1$  at right gives rise to  $U_1, U_3$  and  $U_5$  (single, double, and triple diffractions). Incident field  $U_0$  on  $\Lambda_1$  at left gives rise to  $U_2, U_4$  and  $U_6$

$$U_1 = K_1 \gamma_\alpha(\beta + \theta_i) \int_0^{\xi_0} \exp(ik\xi A) [\cos(\beta + \theta_i) + \cos(\beta + \theta_r)] d\xi, \quad (5)$$

其中  $A \equiv \sin(\beta + \theta_i) + \sin(\beta + \theta_r)$ ;

$$U_3 = \frac{ik^2 d K_1}{4} \int_0^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A \cos(\alpha - \theta_r) + iI_B] \exp[ik\eta \sin(\alpha - \theta_r)] d\eta, \quad (6)$$

其中  $I_A = \gamma_\alpha(\beta + \theta_i) \int_0^{\xi_0} H_1(kt) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{t}) + iH_0(kt) \cos(\beta + \theta_i) \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_i)] d\xi$ ,

$$I_B = \gamma_\alpha(\beta + \theta_i) \int_0^{\xi_0} F(kt) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{t}) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) + iH_1(kt) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) \cos(\beta + \theta_i) \times \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_i)] d\xi,$$

而  $F(x) \equiv \frac{1}{2} [H_2(x) - H_0(x)]$ ;

$$U_5 = \frac{k^3 d K_1}{16} \int_0^{\xi_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_1, \mathbf{v}) [I_C \cos(\beta + \theta_r) + iI_D] \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_r)] d\xi, \quad (7)$$

其中  $I_C = \int_0^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A H_1(kv) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{v}) + I_B H_0(kv)] d\eta$ ,

$$I_D = \int_0^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A F(kv) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{v}) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{v}) + I_B H_1(kv) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{v})] d\eta.$$

其中, 根据光栅效率公式归一化得到的系数  $K_1 = \frac{\cos(\beta + \theta_i)}{2d \cos \theta_i}$ ;  $\gamma_\alpha(\theta)$  为  $\alpha$  偏振态、入射角为  $\theta$  情况下相应光栅材料的菲涅耳反射率因子;  $H_0(x)$ 、 $H_1(x)$ 、 $H_2(x)$  分别为 0 阶、1 阶、2 阶汉开尔函数, 定义为:  $H_n(x) = J_n(x) - iY_n(x)$ , 而  $J_n(x)$  及  $Y_n(x)$  分别为第一及第二类的整数  $n$  阶贝塞耳函数;  $\mathbf{t}$ 、 $\mathbf{v}$  分别为电磁波在光栅槽内两次散射间的位移矢量(如图 2 所示);  $k = 2\pi/\lambda$  为入射及散射电磁波的波数,  $\lambda$  为波长;  $\gamma_\alpha(\mathbf{n}, \mathbf{t})$  及  $\gamma_\alpha(\mathbf{n}, \mathbf{v})$  中  $(,)$  表示两矢量间夹角。根据以上各式及互易定理求解  $U_2$ 、 $U_4$ 、 $U_6$  的方法可参见文献[1], 此处不再赘述。

依据公式  $U \approx \sum_{n=1}^6 U_n$  即可求得相应入射角及衍射角条件下的各级衍射谱的强度分布。

### 3.3 等效平面波场替换原理

文献[1]中没有处理  $\theta_i$  (或  $\theta_r$ )  $< \alpha - \pi/2$  或  $\theta_i$  (或  $\theta_r$ )  $> (\pi/2) - \beta$  时, 即有阴影存在情况下的衍射场分布。因为闪耀光栅微型槽的每一反射平面的横向尺度与入射平面波长可比拟, 并且在平面电磁波入射情况下各级衍射谱的探测满足远场条件, 所以可利用以下的等效平面波场替换原理求解阴影情况下的远场衍射场分布。

在自由空间传播的平面电磁波  $E = A \exp(ik_x x + k_y y)$  在任一平面  $y - lx + c = 0$  上的复振幅分布等价于  $E_1 = A \exp(ik_{1x} x + k_{1y} y)$  在此平面上的复振幅分布, 其中

$$k = k_1, \quad (k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, k_1 = \sqrt{k_{1x}^2 + k_{1y}^2}), \tag{8}$$

$$\theta = \theta_1, \tag{9}$$

如图 3 所示。

在真空中自由传播的平面电磁波, 在没有遇到电磁介质时, 其散射场为 0, 此时标量形式的散射场可以用:

$$E_s = E - E_1 = E + (-E_1) \tag{10}$$

来定义, 并且其数值为 0。特将此时的  $-E_1$  定义为入射平面电磁波场  $E$  的等效波场  $E_e$ 。

当平面电磁波被一吸收系数无穷大的理想金属平面散射时, 从数学形式上来讲, 散射场仍然用(10)式来定义, 只不过此时入射电磁波场  $E$  的等效波场  $E_e(-E_1)$  由于存在于透射区(即理想金属的内部)而为 0; 考虑到入射电磁波的偏振态时, 则理想金属表面的散射场可以写为:

$$E_s = \pm (E + E_e), \tag{11}$$

其正号代表 p 偏振态, 负号代表 s 偏振态。

在处理实际金属及强吸收的电磁介质表面时, 忽略透射波的存在, 并考虑到能量守恒原理及散射场的边界条件, 此时矢量形式的散射场可以定义为:

$$\begin{aligned} E_s^s &= \gamma_s(E_{in}^s + E_{e, in}^s), & B_s^s &= n_r \times [\gamma_s(E_{in}^s + E_{e, in}^s)], \\ E_s^p &= -n_r \times [\gamma_p(B_{in}^p + B_{e, in}^p)], & B_s^p &= \gamma_p(B_{in}^p + B_{e, in}^p). \end{aligned} \tag{12}$$

由于所处理的平面闪耀光栅的入射场及衍射场均为平面电磁波场, 故可以根据几何光学判据来判断入射波场及其等效波场是否存在, 并得到以下的散射表面上的等效入射平面波场替换原理:

- 1) 当入射平面波场不被任何阴影所屏蔽而直接作用于散射表面上时, 因为入射波场及其等效波场关于所考查的金属或非透明电磁介质表面对称分布, 所以其等效波场由于所考查散射表面的阴影屏蔽而为 0。
- 2) 当入射平面波场相对金属或非透明电磁介质散射表面局域法线的入射角大于  $\pi/2$ , 即入射波场被所考查散射表面的阴影屏蔽而为 0 时, 其等效波场必然存在, 此时的入射波场对散射表面的作用可以用其等效波场替换。
- 3) 当入射平面波场并非被散射表面自身而是被其他的非透射体所屏蔽时, 所考查散射

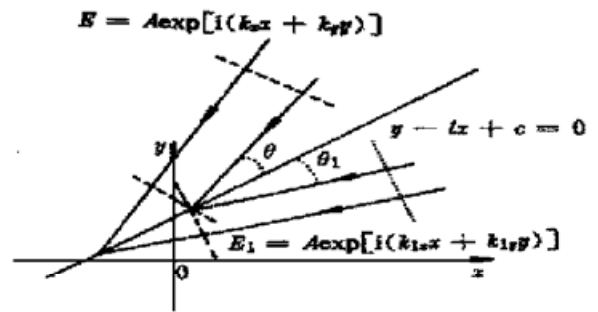


Fig.3 The plane wave field  $E$  and its equivalent field  $E_1$  on the plane  $y - lx + c = 0$

表面上的入射波场及其等效波场均为 0。

由互易定理, 以上的等效平面波场替换原理也可以处理衍射平面波场问题。由此即可给出考虑到阴影屏蔽效应的、处理实际金属或非透明介质闪耀光栅的、求解  $U_1$ ,  $U_3$ ,  $U_5$  的具体计算公式如下:

$$U_1 = K_1 \gamma_\alpha(\beta + \theta_i) \int_{\xi_1}^{\xi_0} \exp(ik\xi A) [\cos(\beta + \theta_i) + \cos(\beta + \theta_r)] \psi(\theta_i) \psi(\theta_r) d\xi, \quad (13)$$

$$A \equiv \sin(\beta + \theta_i) + \sin(\beta + \theta_r). \quad (14)$$

在式(13)、(14)两式中, 当  $\theta_i > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\theta_i = \pi - 2\beta - \theta_r$ , 且  $\psi(\theta_i) = -1$ ; 而当  $\theta_r > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\theta_r = \pi - 2\beta - \theta_i$ , 且  $\psi(\theta_r) = -1$ 。否则取:  $\psi(\theta_i) = 1$ ,  $\psi(\theta_r) = 1$ 。当  $\theta = \min(\theta_i, \theta_r) \leq \alpha - \pi/2$  时, 则令:  $\xi_1 = \eta_0 \sin(\alpha - \theta - \pi/2) / \sin(\beta + \theta - \pi/2)$ 。否则取:  $\xi_1 = 0$ 。

$$U_3 = \frac{ik^2 dK_1}{4} \int_{\eta_1}^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A \cos(\alpha - \theta_r) + iI_B] \exp[ik\eta \sin(\alpha - \theta_r)] \psi(\theta_i) \psi(\theta_r) d\eta, \quad (15)$$

$$I_A = \gamma_\alpha(\beta + \theta_i) \int_{\xi_1}^{\xi_0} H_1(kt) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{t}) + iH_0(kt) \cos(\beta + \theta_i) \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_i)] d\xi, \quad (16)$$

$$I_B = \gamma_\zeta(\beta + \theta_i) \int_{\xi_1}^{\xi_0} F(kt) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{t}) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) + iH_1(kt) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) \cos(\beta + \theta_i) \times \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_i)] d\xi, \quad (17)$$

而 
$$F(x) \equiv \frac{1}{2} [H_2(x) - H_0(x)]. \quad (18)$$

在(15)式~(18)式中, 当  $\theta_i > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\theta_i = \pi - 2\beta - \theta_r$ , 且  $\psi(\theta_i) = -1$ ; 而当  $\theta_r < \alpha - \pi/2$  时, 则可令:  $\theta_r = 2\alpha - \pi - \theta_i$ , 且  $\psi(\theta_r) = -1$ 。否则取:  $\psi(\theta_i) = 1$ , 且  $\psi(\theta_r) = 1$ 。当  $\theta_i < \alpha - \pi/2$  时, 则令:  $\xi_1 = \eta_0 \sin(\alpha - \theta_i - \pi/2) / \sin(\beta + \theta_i - \pi/2)$ ; 而当  $\theta_r > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\eta_1 = \xi_0 \sin(\beta + \theta_r - \pi/2) / \sin(\alpha + \pi/2 - \theta_r)$ 。否则取:  $\xi_1 = 0$ ,  $\eta_1 = 0$ 。

$$U_5 = \frac{k^3 dK_1}{16} \int_{\xi_1}^{\xi_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_1, \mathbf{v}) [I_C \cos(\beta + \theta_r) + iI_D] \exp[ik\xi \sin(\beta + \theta_r)] \psi(\theta_i) \psi(\theta_r) d\xi \quad (19)$$

$$I_C = \int_0^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A H_1(kv) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{v}) + I_B H_0(kv)] d\eta, \quad (20)$$

$$I_D = \int_0^{\eta_0} \gamma_\alpha(\mathbf{n}_2, \mathbf{t}) [I_A F(kv) \cos(\mathbf{n}_2, \mathbf{v}) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{v}) + I_B H_1(kv) \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{v})] d\eta, \quad (21)$$

在(19)~(21)式及与其相关的(16)、(17)式中, 当  $\theta_i > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\theta_i = \pi - 2\beta - \theta_r$ , 且  $\psi(\theta_i) = -1$ ; 而当  $\theta_r > (\pi/2) - \beta$  时, 则令:  $\theta_r = \pi - 2\beta - \theta_i$ , 且  $\psi(\theta_r) = -1$ 。否则取:  $\psi(\theta_i) = 1$ ,  $\psi(\theta_r) = 1$ 。当  $\theta_i < \alpha - \pi/2$  时, 则令:  $\xi_1 = \eta_0 \sin(\alpha - \theta_i - \pi/2) / \sin(\beta + \theta_i - \pi/2)$ ; 而当  $\theta_r < \alpha - \pi/2$  时, 则令:  $\zeta_1 = \eta_0 \sin(\alpha - \theta_r - \pi/2) / \sin(\beta + \theta_r - \pi/2)$ 。否则取:  $\xi_1 = 0$ ,  $\zeta_1 = 0$ 。

其余各参量的定义及求解  $U_2$ 、 $U_4$ 、 $U_6$  的方法如(7)式后所述。

## 4 计算结果及讨论

利用 C 语言编制了等间隔采样计算理想导体光栅各级次衍射效率的程序, 并以此完成了以下的计算。

图 4 为  $\alpha = 6^\circ$ ,  $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ$  的理想导体闪耀光栅, 在入射角及衍射角均为  $10^\circ$  的 -1 级利特罗安装条件下, p 偏振态平面电磁波入射时, -1 级衍射效率的前三次散射项之  $|U_2|$ 、 $|U_4|$ 、 $|U_6|$  随每次积分采样点数变化的曲线。通过此图可以分析此理论的稳定性。

从曲线斜率变化趋势可以看出, 随着积分步长的缩小即采样点数的增加,  $U_2$ 、 $U_4$ 、 $U_6$  都将稳定地收敛, 只不过由于多次积分过程导致  $U_6$  比  $U_4$ 、 $U_4$  比  $U_2$  收敛得都更加缓慢。模拟计算过程表明, 由于积分过程的复杂性, 目前普通的个人计算机还不具备通过普通的多次积分数值计算方法稳定获得  $U_5$  及  $U_6$  数值的能力; 此外, 由于计算过程复杂性导致的累积误差不可避免, 无限增加采样点数的方法必然行不通。因此, 如何高效而精确求解此理论中的高次散射项也是一个值得继续探讨的问题。

但由于在大多数情况下,  $U_6$  与  $U_4$ 、 $U_4$  与  $U_2$  的比值都远远小于 1, 所以在实际求解各级衍射谱的衍射效率过程中, 可以适当放宽对高次散射项计算精度的要求, 并结合此理论的自恰性完成对计算结果的分析与评价。

合理选择采样点数是保证计算精度及提高计算效率的关键。由于光栅效率的计算涉及的波长范围很大(如 -1 级利特罗安装条件下  $0 < \lambda/d < 2$ , 而  $2 \sin \theta = \lambda/d$ ), 如仅为保证计算精度, 在短波长或小角入射条件下( $2 \sin \theta = \lambda/d \rightarrow 0$  时), 原则上可依光学采样定理决定采样间距为  $\lambda/10$  或  $\lambda/5$  等(如对闪耀角为  $2^\circ$  的闪耀光栅来说, 在  $\theta = 0.2^\circ$  时, 选采样间距为  $\lambda/10$ , 则闪耀表面上的采样点数应为 1431, 这样的计算量对于目前的计算机来讲是难以完成的)。而在大角入射条件下, 因为  $\lambda/d \rightarrow 2$ , 采样点距同样为  $\lambda/10$  的采样点数却降为 5, 却又远远不能满足积分计算的精度要求。所以在以下的计算中, 作者排除了具有较大误差的极短波长入射及衍射情况后, 采用了固定采样点数的计算方法。

图 5、图 6 分别给出闪耀角为  $2^\circ$  时的 -1 级利特罗安装条件下, 及闪耀角为  $8^\circ 38'$  时的  $45^\circ$  固定偏向角安装条件下的自然平行光(综合考虑 p 偏振态及 s 偏振态平面电磁波情况)的总衍射效率分布曲线的计算结果。由此二图可以看出, 在误差许可范围内, 本理论具有比较好的自恰性(由能量守恒原理及光栅的边界条件, 理想导体光栅的总衍射效率应为 1, 此即光栅理论的自恰性)。

图 5、图 6 中总衍射效率偏离 1 的原因主要为: 受计算机时及累积误差限制而存在的多种计算误差及所忽略的  $U_7$ 、 $U_8$ ……等四次以上散射项所造成的“截断”误差。具体计算表明, 在每次积分采样点数控制在 40~80 之间时, 在很大波长范围内的总衍射效率的误差可以控制在可以接受的范围, 即 5%~10% 以内。

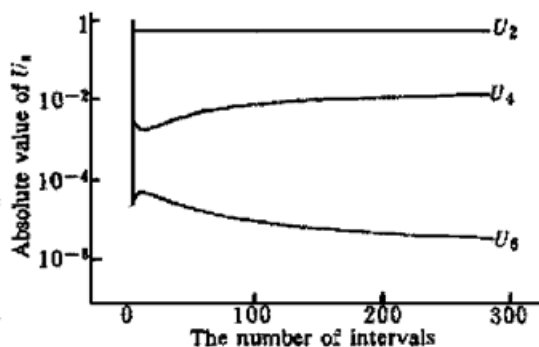


Fig. 4 The stability of multiple Kirchhoff integral algorithm. The absolute values of  $U_2$ ,  $U_4$ , and  $U_6$  change to the number of intervals in the course of every integral

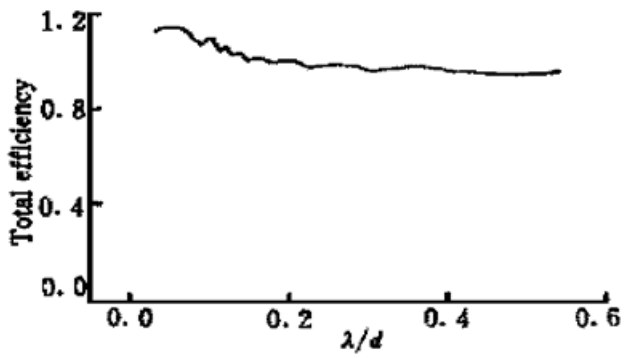


Fig. 5 The total efficiency curves of unpolarized light for a  $2^\circ$  blaze angle echelette grating and  $-1$  order Littrow mounting in the case of infinite conductivity

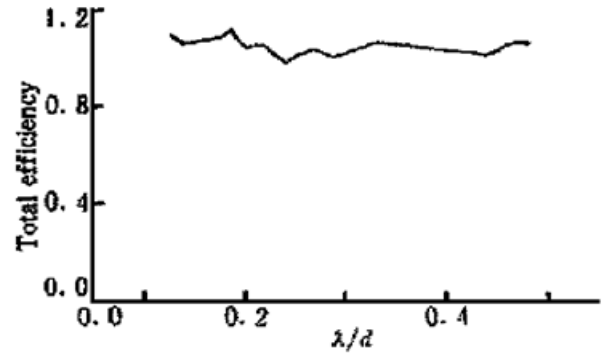


Fig. 6 The total efficiency curves of unpolarized light for a  $8^\circ 38'$  blaze angle echelette grating, perfectly conducting, used with  $45^\circ$  between incident and  $-1$  order diffracted beams

### 参 考 文 献

- [1] Palmer C H, LeBrun H W. Anomalous behavior of blazed gratings. *Appl. Opt.*, 1972, **11**(4) : 907~913
- [2] 杨宝成, 庄松林, 周学松. 矩形槽光栅的矢量模式理论. *光学学报*, 1989, **9**(3) : 270~276
- [3] Hugonin J P, Petit R, Cadilhac M. Plane-wave expansions used to describe the field diffracted by a grating. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **7**(5) : 593~598
- [4] Petit R. *Electromagnetic Theory of Gratings*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980.
- [5] 王淑红. 紫外光栅效率特性的理论与实验研究. 硕士学位论文, 中科院长春光机所, 1997.
- [6] Holzer J A, Sung C C. Scattering of electromagnetic waves from a rough surface: II. *J. Appl. Phys.*, 1978, **49**(3) : 1002~1011

## Multiple Kirchhoff Integral Method for Metal Blazed Gratings

Qi Wenzong Li Zhigang Tang Yuguo Li Futian

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

(Received 28 December 1998; revised 16 April 1999)

**Abstract** Supported by the boundary conditions of the scattering field related to the incident field through the Fresnel coefficients, and by the reciprocity theorem and the equivalent field principle, the multiple Kirchhoff integral method for metal blazed grating is developed. Under the conditions of Littrow mounting and fixed angular deviation mounting, illuminated by plane wave, the efficiency of ideal conductor blazed gratings is calculated. The stability and the self-consistency of this method are discussed.

**Key words** multiple Kirchhoff integral, Littrow mounting, fixed angular deviation mounting, reciprocity theorem, equivalent field principle.