

# 共焦显微镜中变距圆光栅函数掩模的研究\*

步 扬 王桂英 王之江 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 针对带有光瞳掩模的超分辨系统, 提出了一种基于极坐标的性能评价标准。同时根据衍射光学相关理论, 提出了变距圆光栅函数掩模花样。模拟计算结果表明, 在共焦系统中利用该掩模可以改变系统的点振幅响应, 从而提高分辨率, 并增强图像的反衬度。

**关键词** 光学超分辨, 切趾术, 变距圆光栅函数。

## 1 引 言

现代科技的迅速发展对成像分辨率提出了越来越高的要求。各种探针扫描显微术已经探测到了亚微米级甚至纳米级。但是进一步完善必须采用新的途径, 共焦显微术和变迹术相结合就是其中的一种<sup>[1]</sup>。它在获得高分辨率的同时, 也保留了经典光学显微术的诸多优点。在这些研究<sup>[2~6]</sup>中存在下述两个问题: 其一是如何评价系统分辨率的改进程度, 其二是如何选择和构造可实用的掩模函数。针对这些问题, 本文给出了超分辨光学系统中分辨率改善程度的评价标准, 接着分析了文献中所选掩模存在的问题, 提出了利用变距圆光栅函数制作光瞳掩模的思想, 建立了数学模型, 进行了模拟计算。在数值进行优化的基础上, 给出了模拟计算结果。

## 2 超分辨系统性能的评价标准

所谓超分辨, 指的是分辨率超过传统的瑞利衍射极限。光学系统分辨率的量度一般使用瑞利判据, 即一物点衍射图样的主极大落于另一物点衍射图样的第一极小上, 则表明刚好分辨。也就是说, 系统的艾里斑大小反映了该系统分辨能力的高低。由于光学系统的轴对称性, 定义基于极坐标的超分辨因子为

$$F_s = (\Delta r_0 / \Delta r_s) \times 100\%, \quad (1)$$

其中:  $\Delta r_0$  为无掩模时艾里斑的半宽度,  $\Delta r_s$  为有变迹掩模时艾里斑的半宽度,  $F_s$  表征了系统分辨率的优劣,  $F_s$  越大, 系统超分辨能力也就越好。

当分辨率提高时, 系统点扩展函数的旁瓣(各个次极大数值)也在同步增长。为了表征旁瓣的影响, 定义  $N$  阶旁瓣因子为

\* 国家自然科学基金(No. 69777004 和 No. 69637030)资助项目。

收稿日期: 1999-01-14; 收到修改稿日期: 1999-04-15

$$F_{SLN} = (S_{N \max} / C_{\max}) \times 100\%, \tag{2}$$

其中:  $S_{N \max}$  为第  $N$  阶次极大的强度或者振幅值,  $C_{\max}$  为主极大的强度或者振幅值。变迹术的目的就是通过使用光瞳掩模而使超分辨因子尽可能大, 同时使旁瓣因子尽可能小, 从而提高成像分辨率, 改善成像质量。下面进行理论分析, 并给出基于该理论的模拟计算结果。

### 3 变距圆光栅函数

根据 Frieden 的理论<sup>[2]</sup>, 只要体系满足: 1) 物体的扩展度有限, 其辐射场为完全相干或者完全非相干; 2) 物体和像之间通过卷积相关联; 3) 整个光学系统没有像差, 那么, 理论上就存在超分辨光瞳掩模使得系统能够成任意精度的像。

在一般光学系统中, 透镜具有圆对称性, 采用平面极坐标系。设点扩散函数为  $a(r)$ , 光瞳函数为  $U(\beta)$ , 光瞳函数和点扩散函数之间的关系为:

$$a(r) = \int_{-\beta_0}^{\beta_0} U(\beta) \exp(j\beta r) d\beta, \tag{3}$$

式中  $\beta$  为  $(2\pi/\lambda R) \times$  光瞳坐标,  $\lambda$  为光波的波长,  $R$  为高斯像面的距离,  $\beta_0$  则定义了光瞳的尺寸。在理想情况下, 系统的点扩散函数应为

$$a(r) = K \delta(r), \quad |r| \leq r_0 \tag{4}$$

式中  $r_0$  为视场大小,  $K$  为一常数。理论分析表明<sup>[2]</sup>, 如果存在一系列函数, 其傅里叶变换满足: 1) 在有限大小区域内满足完备性和正交性, 2)  $\delta(r)$  在其上的展开式满足收敛条件, 那么, 由这一系列函数叠加而成的  $U(\beta)$  所对应的  $a(r)$  就能满足(4)式, 从而实现任意精度的成像。在这方面, 已经有了很多报道<sup>[2~6]</sup>。其中, Frieden 的工作比较突出。他选用的函数集为椭圆扁长球函数集, 理论上可以将分辨率提高到极限。但是, 由于此时旁瓣变得非常突出, 抑制了成像对比度, 使得实际分辨率并不能无限提高。如果不抑制光照度, 其超分辨因子最多为 128%, 加入并优化权重因子可以提高到 135%。但由于像的反衬度急剧降低, 所以仍是得不偿失<sup>[2]</sup>。而且其函数表达式复杂, 实际制作的精度要求也很高。这就极大地限制了该变迹术的实际应用。

根据矩形函数和光栅函数的特征, 本文提出了变距圆光栅函数作为掩模函数。由于矩形函数的傅里叶变换为核函数(sinc), 而核函数的主瓣宽度同矩形函数的宽度成反比关系, 且 sinc 函数的旁瓣值下降较快, 加上权重因子调制的 sinc 函数就可以使艾里斑变小, 使得超分辨因子变大, 从而提高了分辨率。而对于光栅函数, 其透射度的周期性变化将使能量从零阶分量向高阶分量转移。如果改变光栅函数的周期性, 使其间距和宽度都可变。如初始时可以

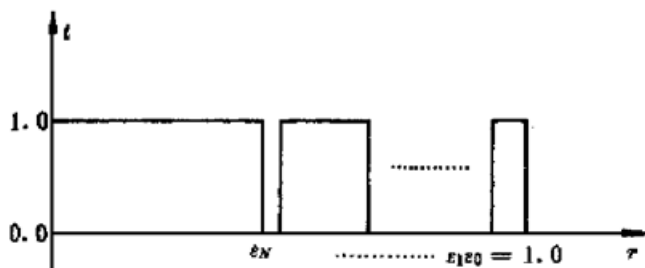


Fig. 1 The normalized circle grating function with different spacings. The interval points are  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N$  respectively

取任意数值, 最后根据一定的评价标准对其进行优化, 就能够在保证主瓣有足够能量的同时, 使旁瓣的能量向四周扩散, 使得旁瓣因子变小, 从而提高了成像对比度。基于此而构成的变距圆光栅函数就可能使点扩散函数的超分辨因子变大, 同时使旁瓣因子变小, 这样既提高了分辨率, 又增强了成像对比度。其归一化函数如图 1 所示, 由于光学系统的轴对称性, 可考虑一维形式; 又

由于函数的偶对称性, 仅画出了正半轴部分。

图 1 中, 纵坐标为透过率  $t$ , 其值在 1.0 和 0.0 之间跃变, 横坐标  $r$  为归一化光瞳尺寸, 其中  $\epsilon_0 = 1.0$ ,  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_N$  为变距圆光栅函数中阶跃点的归一化系数, 考虑到透过率的变换, 其对应的数学解析式为

$$U(\beta) = \begin{cases} 1, & \epsilon_{2m}\beta_0 > \beta \geq \epsilon_{2m+1}\beta_0 \\ 0, & \epsilon_{2m+1}\beta_0 > \beta \geq \epsilon_{2m+2}\beta_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $\beta_0$  为透镜等效光瞳的尺寸,  $\epsilon_n$  系数集满足  $0 < \epsilon_N < \epsilon_{N-1} < \dots < \epsilon_2 < \epsilon_1 < \epsilon_0 \equiv 1.0$ ,  $m$  为整数, 且  $m \geq 0$ 。根据(5) 式,  $U(\beta)$  所确定的点扩散函数  $a(r)$  为

$$a(r) = \sum_{n=0}^N (-1)^n C \pi \beta_0^2 \epsilon_n \left[ \frac{2J_1(k\beta_0 r \epsilon_n / z)}{k\beta_0 r \epsilon_n / z} \right], \quad (6a)$$

或

$$a(r) = C \pi \beta_0^2 \left[ \frac{2J_1(k\beta_0 r / z)}{k\beta_0 r / z} \right] + \sum_{n=0}^N (-1)^n C \pi \beta_0^2 \epsilon_n \left[ \frac{2J_1(k\beta_0 r \epsilon_n / z)}{k\beta_0 r \epsilon_n / z} \right], \quad (6b)$$

其中,  $C$  为一个常数,  $z$  为孔径和观察平面之间距离。因此, 只要确定了系数  $\epsilon_n$  的值, 即可确定光瞳函数  $U(\beta)$  和点振幅响应函数  $a(r)$ 。该数学模型满足 Frieden 的理论要求。

## 4 计算模拟及其结果

在具体计算过程中, 本文采用的坐标为归一化坐标。对最佳掩模方案的判断标准为: 使(1) 式所确定的超分辨因子值尽可能大, 同时使(2) 式确定的旁瓣因子值尽可能小。计算时, 首先在区间(0, 1) 的范围内任意取一组数值点 ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N$ ), 利用单型调优法<sup>[7]</sup> 求出该试探数据附近的评价函数极值点。多次取值, 直到最后得出该函数的最优点, 从而得出由(5) 式、(6) 式所确定的光瞳函数  $U(\beta)$  和点振幅响应函数  $a(r)$ 。根据此方法得出的计算结果如下:

1) 当  $N = 1$  时, 光瞳函数为典型的圆环状函数, 图 2 给出了当圆环的拦遮比从 0 到趋近于 1.0 时, 其超分辨因子与旁瓣因子的变化趋势图。图中横坐标为圆环的遮挡比  $\epsilon_1$ , 纵坐标为超分辨因子值和第一次极大强度旁瓣因子值。

由图 2 可以看出: 由于光瞳掩模, 系统的分辨率将得以提高, 但不会无限提高。例如,  $\epsilon_1 = 0.5$  时,  $F_s = 122\%$ ;  $\epsilon_1 = 0.99$  时,  $F_s = 156.41\%$ ;  $\epsilon_1 \rightarrow 1.0$  时,  $F_s \rightarrow 163\%$ , 此时分辨率为无掩模时的 1.63 倍。考虑到共焦显微系统可以使成像分辨率提

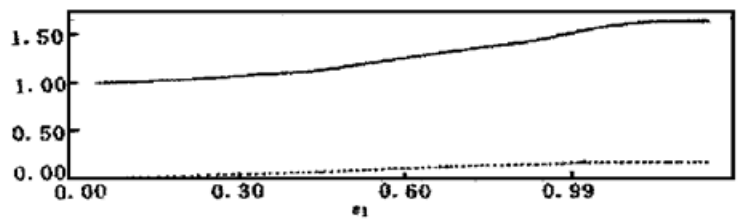


Fig. 2 The change of curve in the focal plane for different obscuration ratio  $\epsilon_1$ . The solid line is the  $F_s$  curve. The dot line is the intensity SLF curve

高 2 倍, 而且相干共焦系统的点扩散函数同单透镜的点扩散函数是平方关系, 因此该有掩模系统的分辨率能够被提高到 4 倍之多。但是由于透镜的光通量降低, 像的亮度将下降, 而且由于遮挡导致次极大变得比较显著(即旁瓣因子变大), 使得反差降低。例如, 当  $\epsilon_1 \rightarrow 1.0$  时, 尽管超分辨因子可以达到 163%, 但是, 其强度旁瓣因子值也同步增加了 10 倍, 系统的光通量也急剧降低并趋近于零。这就给探测系统增加了难度, 从而限制了实际应用效果。

2) 当  $N < 4$ , 即  $N = 2, 3$  时, 计算结果表明分辨率没有明显的提高, 系统综合效果不如  $N = 1$  时的情况。例如:  $N = 2$  时,  $F_s = 103.27\%$ , 这还不如  $N = 1, \epsilon_1 = 0.5$  时的情况。

3) 当  $N = 4$  时, 经过计算以及优化过程, 发现能量变化比较明显。它包含能量迁移过程和能量反转过程。

i) 能量迁移过程。如图 3 所示。为了显示得更清楚, 本文采用的是光瞳函数的二维空间振幅分布曲线。图中横坐标为空间归一化尺度, 纵坐标为归一化振幅值。从图 3 中可以很清楚地看到能量迁移过程。在加上掩模之后[图 3(b)], 第一次极大振幅旁瓣因子为 10.63%, 第二次极大旁瓣因子值为 3.41%, 四阶、五阶等高阶次极大的旁瓣因子值就已经趋近于零。但是到了更高阶时, 其次极大值又反而增加了。相比未加掩模时[图 3(a)]第一次极大振幅旁瓣因子为 13.15%, 二阶旁瓣因子为 6.44%, 高阶次极大的旁瓣因子值逐渐递减, 并趋于零。这样, 加上掩模之后就使整个旁瓣的能量从中间向四周扩散开, 使得图像的对比度比未加掩模时要好。与此同时, 系统分辨率也得到了提高, 超分辨因子达到了 109.70%。这样, 在光通量没有显著减少的情况下, 采用该四级掩模在提高光学系统分辨率的同时, 还增加了图像的对比度, 提高了实际应用的效果。

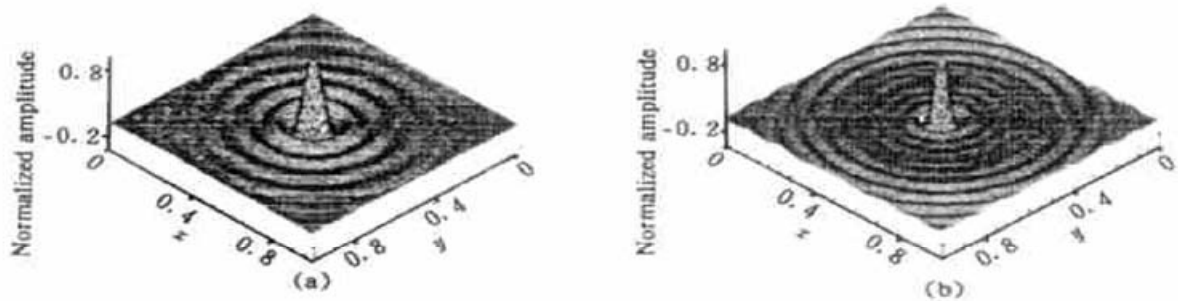


Fig. 3 The normalized amplitude point spread function distributions of (a) the system with clear aperture, (b) the system with a 4-ranks apodization film

ii) 能量反转过程。图 4 表示了采用四级掩模时, 能量反转过程中的点振幅分布曲线。未

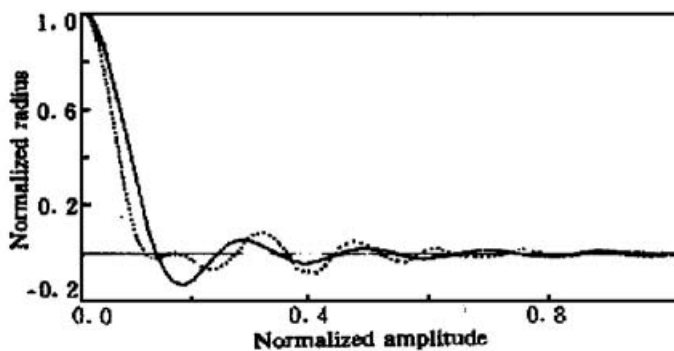


Fig. 4 The normalized amplitude point spread function distributions. The solid line represents the clear system, while the dot line represents the system with a 4-rank apodization film

采用强度分布曲线的原因依旧是为了更好地表现曲线的差异。图中横坐标为空间归一化半径, 纵坐标为归一化振幅值。考虑到光瞳函数的偶对称性, 只显示了其正半轴部分。从图 4 中可以看出, 加上四级掩模后, 系统的分辨率得到了提高, 超分辨因子达到了 119.61%。同时还出现了能量反转过程。未加掩模(图 4 实线)时, 振幅第二次极大是一个正值, 但是, 在加上了变迹掩模(图 4 虚线)后, 其振幅第二次极大却是一个负值。于是, 能量发生了反转。表 1 中的数值变化即反映了这一点。从表 1 还可以清楚地看到, 加上掩模后, 第一级旁瓣的能量还不到无掩模系统的 4%。第一、第二级旁瓣的能量和仍然比未加掩模时第一级旁瓣的能量要小。从而成像的对比度得以提高, 成像的质量得到保证。这样, 在采用变迹掩模之后, 既提高了图像的分辨率, 又增加了图像的对比度, 从而提高了整个系统的成像质量。

4) 当进一步增大  $N$  时, 由于计算量迅速增加, 因此, 只计算到  $N \leq 10$  的情况。从计算结果来看, 此时的效果并不理想。例如: 当  $N = 6$  时, 超分辨因子为 94.96%, 分辨率反而下降

4) 当进一步增大  $N$  时, 由于计算量迅速增加, 因此, 只计算到  $N \leq 10$  的情况。从计算结果来看, 此时的效果并不理想。例如: 当  $N = 6$  时, 超分辨因子为 94.96%, 分辨率反而下降

Table 1. The  $F_{sl}$  data compare between the free-apodized system and the apodized system

	the first sidelobe		the second sidelobe	
	amplitude $F_{sl}$	intensity $F_{sl}$	amplitude $F_{sl}$	intensity $F_{sl}$
apodized system	- 2.62%	+ 0.07%	- 6.85%	+ 0.469%
free-apodized system	- 13.10%	+ 1.80%	+ 6.43%	+ 0.413%

了。因此, 比较而言, 当  $N \leq 10$  时,  $N = 4$  的效果是较好的。在这里, 如何采用新的计算方法来降低计算量, 也是一个新的课题。

**讨 论** 利用适用于轴对称系统的判定标准, 给出了适合制作掩模花样的变距圆光栅函数。通过对施加该掩模的共焦扫描系统的模拟计算, 证明了该掩模对进一步提高分辨率和图像反衬度是有效的。初步的原理实验也证实了这一点。精确的掩模制作和进一步的实验正在准备之中。但是, 计算和实验也表明该函数对于提高分辨率还是有限的。正如模拟计算给出的结果, 它不能像 Frieden 所提出的掩模函数一样, 使点扩散函数趋近狄拉克  $\delta$  函数, 从而使分辨率提高到极限程度。另外, 尽管该函数改变了旁瓣的分布, 但还没有从根本上消除旁瓣的影响。因此有必要去寻求更好的掩模形式。同时应该进一步寻求新的技术路线, 例如利用双掩模技术等, 以达到既提高系统的分辨率, 又能增强图像对比度的目的。

### 参 考 文 献

- [1] Ding Zihua, Wang Guiving, Wang Zhijiang. Superresolution using an apodization film in a confocal setup. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(1) : 1~ 6
- [2] Frieden R. On arbitrarily perfect imagery with a finite aperture. *Opt. Acta*, 1969, **16**(6) : 795~ 807
- [3] Boyer G R. Pupil filters for moderate superresolution. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(12) : 3089~ 3093
- [4] Boivin R, Biovin A. Optimized amplitude filtering for superresolution over a restrict field, I. Achievement of maximum central irradiance under an energy constraint. *Opt. Acta.*, 1980, **27**(5) : 587~ 610
- [5] Boivin R, Biovin A. Optimized amplitude filtering for superresolution over a restrict field, II. Application of the impulse-generating filter. *Opt. Acta.*, 1980, **27**(12) : 1641~ 1670
- [6] Boivin R, Biovin A. Optimized amplitude filtering for superresolution over a restrict field, III. Effects due to variation of the field extent. *Opt. Acta.*, 1983, **30**(5) : 681~ 688
- [7] 徐士良. C 语言常用算法集. 北京: 清华大学出版社, 1994. 258~ 261

## An Apodization Mask Based on Circle Grating Function with Different Space in Confocal Microscope

Bu Yang      Wang Guiying      Wang Zhijiang      Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Science, Shanghai 201800)

(Received 14 January 1999; revised 15 April 1999)

**Abstract** The performance evaluation criterion based on polar coordinates is presented for the system with superresolving pupil mask. Then a mask based on circle grating function with different spacings and a math model are presented. The computation simulation results show that in confocal optic system this mask can change the point amplitude response. It can improve the resolution, while increase the image contrast.

**Key words** optical superresolution, apodization film, circle grating function with different space.