

本征不对称光纤法布里-珀罗干涉仪 的理论模型

毕卫红

(燕山大学光电子工程系, 秦皇岛市 066004)

摘 要 应用光学和数学理论导出本征不对称光纤法布里-珀罗干涉仪中反射光与透射光的数学模型及低反射率法布里-珀罗干涉腔长度的变化与干涉光光强的数学模型, 并指出当 $r_1' = t_1 t_1' r_2 = r$, 且 $t_1 t_1' = 1 - r_1^2 \approx 1$, 则法布里-珀罗腔反射光间的干涉近似为两束等幅光的干涉; 文章还给出了光电转换器输出与法布里-珀罗干涉腔长度变化的数学模型。这些模型为不对称光纤法布里-珀罗干涉仪的使用提供理论依据。

关键词 光纤, 干涉, 数学模型。

1 引 言

随着科学技术的飞速发展, 对超精密测量技术的要求越来越高, 而对它的体积则要求越来越小。其中灵巧结构传感器是未来航天飞行器以及民用建筑、桥梁等大型工程结构检测的重要发展方向^[1]。其主要特点是在结构材料内埋置传感器, 实时监测和调整工程结构的载荷及工作状态。光纤传感器是最有希望实现灵巧结构的传感器。它具有体积小、易弯曲、抗电磁干扰等优点, 具有很大的开发和应用价值。在光纤传感器中, 干涉型精度最高。干涉型光纤传感器按其结构分, 有麦克耳孙、马赫-曾德尔、萨尼亚克(Sagnac)和法布里-珀罗(F-P)型。法布里-珀罗型因只用一根光纤而受到研究者的广泛研究和应用。法布里-珀罗干涉型传感器又分为非本征型和本征型两种(图1)。非本征型法布里-珀罗光纤传感器制作简单, 近年来国

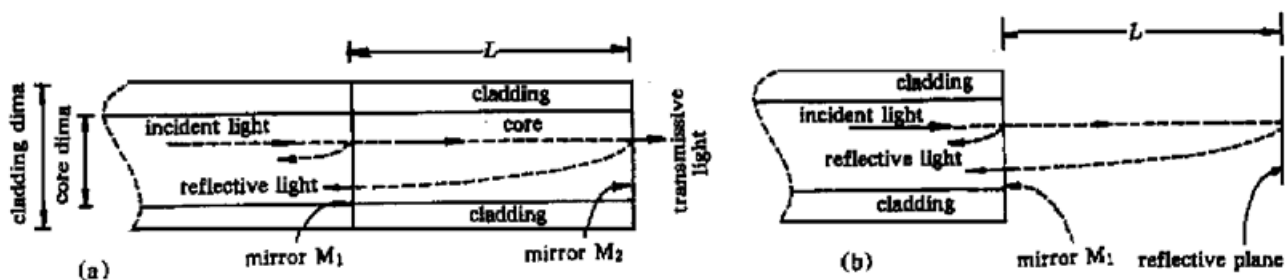


Fig. 1 The F-P interferometric optical fiber head

(a) intrinsic optical fiber F-P cavity; (b) nonintrinsic optical fiber F-P cavity

内的研究多限于这一种^[2],但这种传感器的缺点是其空气腔易受环境干扰。而本征法布里-珀罗光纤传感器是由全光纤构成的,其光纤法布里-珀罗腔是由一段光纤及在其两端镀上反射镜构成。若两反射面的反射率不相等则为不对称法布里-珀罗干涉仪,否则为对称的。这种干涉仪的优点是环境影响很小,且传感头体积非常小,但它制作工艺难度较高。近年来,国外已有文献采用法布里-珀罗干涉结构构成传感器,如本征法布里-珀罗干涉压力传感器^[3]等。虽然不对称光纤法布里-珀罗干涉仪被广为应用,但人们采用的均是在法布里-珀罗腔两反射面反射率相等这一条件下的公式。而实际上两反面的反射率是不同的,有时为了某种特殊需要,特意设计两反射面的反射率不等的法布里-珀罗腔^[3],即不对称法布里-珀罗腔。本文采用在单模光纤端面镀膜^[4]的方法构成法布里-珀罗干涉腔,导出光纤法布里-珀罗干涉腔中反射光与透射光的数学模型和低反射率法布里-珀罗干涉腔长度变化与干涉光光强的数学模型,为光纤法布里-珀罗干涉仪的使用提供理论依据。

2 不对称光纤法布里-珀罗干涉腔的数学模型

2.1 不对称光纤法布里-珀罗腔的反射光和透射光光强与相位的数学模型

理想法布里-珀罗干涉腔是由两个平行放置的镀有相同反射率的反射膜平板构成的^[5]。不对称光纤法布里-珀罗干涉腔是在一段光纤的两个端面上镀上一定反射率的反射膜,且两反射率不等。光射入光纤法布里-珀罗干涉腔后光的反射与折射的示意图如图2所示。

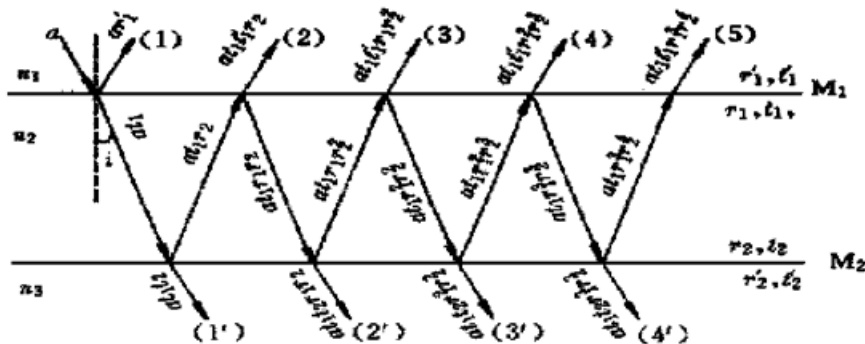


Fig. 2 The reflection and refraction of the incident light in Fabry-Perot cavity

图中入射光的振幅为 a , 频率 ω , 初相为 ϕ_0 ; 干涉腔的反射面 M_1 的介质1侧反射比为 r_1' , 介质2侧反射比为 $r_1, r_1 = -r_1'$; 反射面 M_2 的介质2侧反射比为 r_2 , 介质3侧反射比为 $r_2', r_2 = -r_2'$; 由介质1到介质2的透射比为 t_1 , 由介质2到介质1的透射比为 t_1' , 由介质2到介质3的透射比为 t_2 。由图2可知, 反射光(或透射光)中任何两束光的光程差或相位差是相同的, 设第一次反射光的初相为 ϕ_1 , 第一束透射光的初相为 ϕ_2 , 任两束光间的相位差为 ϕ , 则反射光合成振幅的复数形式为

$$A_R = ar_1' \exp [j(\omega t + \phi_1)] + at_1 t_1' r_2 \exp [j(\omega t + \phi_1 + \phi)] + at_1 t_1' r_1 r_2^2 \exp [j(\omega t + \phi_1 + 2\phi)] + at_1 t_1' r_1^2 r_2^3 \exp [j(\omega t + \phi_1 + 3\phi)] + \dots = \left[ar_1' + at_1 t_1' r_2 \exp (j\phi) \frac{1}{1 - r_1 r_2 \exp (j\phi)} \right] \exp [j(\omega t + \phi_1)]; \quad (1)$$

透射光的合成振幅为

$$A_T = at_1 t_2 \exp [j(\omega t + \phi_2)] + at_1 t_2 r_1 r_2 \exp [j(\omega t + \phi_2 + \phi)] + at_1 t_2 r_1^2 r_2^2 \exp [j(\omega t + \phi_2 + 2\phi)] + at_1 t_2 r_1^3 r_2^3 \exp [j(\omega t + \phi_2 + 3\phi)] + \dots =$$

$$\left[\frac{at_1t_2}{1 - r_1r_2 \exp(j\phi)} \right] \exp [j(\omega t + \phi)]; \quad (2)$$

反射光的光强为

$$I_R = A_R \times A_R^* = a^2 r_1'^2 + \frac{a^2 (t_1 t_1' r_2)^2 - 2a^2 t_1 t_1' r_1' r_2^2 + 2a^2 t_1 t_1' r_1' r_2 \cos \phi}{1 + (r_1 r_2)^2 - 2r_1 r_2 \cos \phi}; \quad (3)$$

透射光的光强为

$$I_T = A_T \times A_T^* = \frac{(at_1t_2)^2}{1 + (r_1 r_2)^2 - 2r_1 r_2 \cos \phi} \quad (4)$$

由于 $t_1 t_1' = 1 - r_1^2$, $r_1 = -r_1'$, 则式(3)、式(4)变形为

$$I_R = \frac{a^2 (r_1'^2 + r_2^2 + 2r_1' r_2 \cos \phi)}{1 + (r_1' r_2)^2 + 2r_1' r_2 \cos \phi} \quad (5a)$$

$$I_T = \frac{a^2 (1 - r_1^2)}{1 + (r_1' r_2)^2 + 2r_1' r_2 \cos \phi} \quad (5b)$$

式(5)为法布里-珀罗腔两反射面反射率为任意值时的数学模型。

2.2 低反射率光纤法布里-珀罗腔长与反射光波相位的关系

低反射率光纤法布里-珀罗腔是指法布里-珀罗腔的反射率 $r_1 r_2 \ll 1$ 。若(3)式中 $r_1' = t_1 t_1' r_2 = r$, 且 $t_1 t_1' = 1 - r_1^2 \approx 1$, 则法布里-珀罗腔光的干涉可近似为两束等幅光的干涉, 反射光的强度为

$$I_R = 2a^2 r^2 (1 + \cos \phi) = 2I_0 R (1 + \cos \phi), \quad (6)$$

式中 $I_0 = a^2$ 为入射光的光强, $R = r^2$ 。由(6)式可以看出当 a 与 r 不变时反射光的光强为两束光的相位差 ϕ 的函数。

由(6)式得到反射光强 I_R 与入射光强 I_0 、反射率 R 及任两束反射光相位差 ϕ 的关系, 而相位差 ϕ 与光程差 Δ 、光程差 Δ 与光纤法布里-珀罗腔长的关系为

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad \Delta = 2nL \cos \alpha, \quad (7)$$

式中 λ 为光波的波长, n 为法布里-珀罗腔光纤的折射率, L 为光纤法布里-珀罗腔的长度, α 为两反射面间反射光与反射平面法线的夹角。则

$$\phi = \frac{4n\pi}{\lambda} L \cos \alpha. \quad (8)$$

由(8)式可知, 任两束反射光间相位差与光纤法布里-珀罗腔的长度成正比。当光纤法布里-珀罗腔的长度变化时, 相位差 ϕ 也随之变化, 由(6)式得反射光的光强也随之变化。因此, 法布里-珀罗光纤传感器的设计是使被测量的变化转换为光纤法布里-珀罗长度 L 的变化, 则通过测量反射光强的变化进而测出被测量的变化。

2.3 光纤法布里-珀罗干涉腔反射光强与单模光纤法布里-珀罗干涉腔的长度变化规律

法布里-珀罗干涉式传感器是将被测量的变化转为光纤的长度的变化, 进而达到改变光波相位的目的。当光纤受纵向(或横向)的机械作用时, 光纤的长度、芯径、纤芯折射率都将发生变化, 则光纤中的相位也随之变化。由(8)式推得, 光波通过长度为 L 的光纤法布里-珀罗腔后的相位延迟:

$$\phi = \frac{2\pi n}{\lambda} (2L) = \beta L, \quad (9)$$

式中 $\beta = 4\pi n/\lambda$ 为光波在光纤法布里-珀罗腔中的传播常数。

当光纤法布里-珀罗腔在外界因数作用下长度发生变化时, 光纤中光波的相位变化为

$$\Delta\phi = (\beta\Delta L + L\Delta\beta) \cos\alpha = [\beta L(\Delta L/L) + L(\partial\beta/\partial n)\Delta n + L(\partial\beta/\partial b)\Delta b] \cos\alpha, \quad (10)$$

式中 b 为光纤芯的半径, 第一项表示由光纤长度变化 ΔL 引起的相位延迟(应变效应); 第二项表示折射率变化引起的相位延迟(光弹效应); 第三项则表示光纤的半径改变所产生的相位延迟(泊松效应)。

根据弹性力学^[6]可证明

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n}{\lambda} \left[1 - \frac{1}{2}n^2[(1-\mu)p_{12} - \mu p_{11}] + \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\lambda}{4an} \right]^2 \frac{1}{[1 - (\lambda/4an)^2]^{1/2}} \right] \right] \Delta L \cos\alpha = \frac{4\pi n \cos\alpha}{\lambda} (k_l + k_a) \Delta L, \quad (11)$$

式中 μ 称为横向变形系数(泊松比), p_{12} 、 p_{11} 为光弹系数,

$$k_l = 1 - \frac{1}{2}n^2[(1-\mu)p_{12} - \mu p_{11}],$$

为光纤应变系数, 是应变效应与光弹效应共同作用的和; k_a 为第二中括号内的表达式, 是由泊松效应产生的。由泊松效应引起的相位变化约占总量变化的0.001左右, 可以忽略不计; 由应变效应和光弹效应产生的光纤中光波的相位延迟可表示为

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n}{\lambda} k_l \Delta L \cos\alpha. \quad (12)$$

对于单模硅光纤(光纤直径为5 μm), 当光源的波长为0.6328 μm 时, k_l 为0.7912。由式(12)可知, 相位差的变化规律与光纤法布里-珀罗腔长度的变化成正比。

对于如图1所示的光纤法布里-珀罗腔, 设其初始长度为 L_0 , 由(8)式与(12)式得

$$\phi = \phi_0 + \Delta\phi = \frac{4n\pi}{\lambda} (L_0 + k_l \Delta L) \cos\alpha = \left(\frac{4n\pi}{\lambda} L_0 + \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L \right) \cos\alpha. \quad (13)$$

将(13)式代入(6)式得

$$I_R = 2I_0R \left[1 + \left(\cos \frac{4n\pi L_0}{\lambda} \cos \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L - \sin \frac{4n\pi L_0}{\lambda} \sin \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L \right) \cos\alpha \right]. \quad (14)$$

当 $l_0 = \frac{\lambda}{8n}(2m+1)$, ($m = 0, 1, 2, \dots$), $\alpha = 0^\circ$ 时, 式(14)可近似等效为

$$I_R = 2I_0R(1 - \sin \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L). \quad (15)$$

由(15)式可见, 除常量外, 干涉信号中包含有光纤长度变化分量。令

$$\begin{aligned} I_d &= 2I_0R, \\ I_s &= 2I_0R \sin \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L. \end{aligned} \quad (16)$$

则(15)式变为:

$$I_R = I_d + I_s.$$

滤掉直流分量 I_d , 再经光电转换后得

$$u_s = kI_s = U_a \sin \frac{4\pi n k_l}{\lambda} \Delta L, \quad (17)$$

式中 k 为光电转换常数, $U_a = 2I_0Rk$ 。对(17)式只需进行反正弦变换即可得到光纤长度的变化 $\Delta L = \arcsin u_s$, 进而得到被测量。

若被测量 ΔL 在较小的范围内变化时, (15)式等效为

$$I_R = 2I_0R \left(1 - \frac{4n\pi k_l}{\lambda} \Delta L\right); \quad (18)$$

(17) 式等效为

$$u_s = U_a \frac{4\pi n k_l}{\lambda} \Delta L. \quad (19)$$

3 实验原理结构与曲线

利用法布里-珀罗干涉腔构成的应变传感器的结构如图3、图4所示, 法布里-珀罗光纤传感头粘在 $8\ \Omega$ 扬声器的纸盆上, 扬声器接在正弦电压信号源上, 其频率为1000 Hz, 当幅度 U_m 由0 V、0.5 V、1.0 V、1.5 V 渐渐升高时, 传感器输出依次如图5、图6、图7、图8所示。实验结果表明本文(16)~(19)式所得结论是正确的。

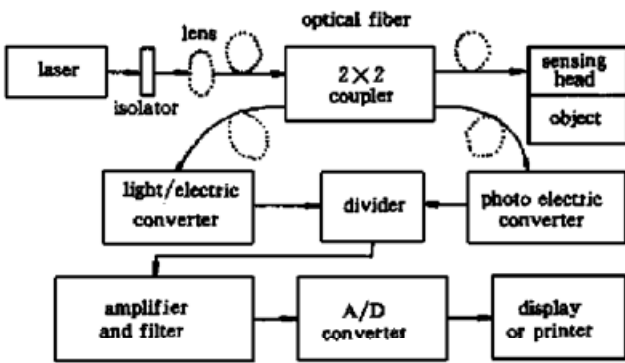


Fig. 3 Structure of optical fiber

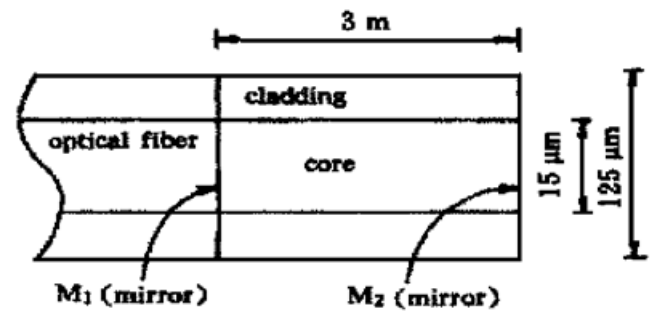


Fig. 4 Optical fiber sensing head

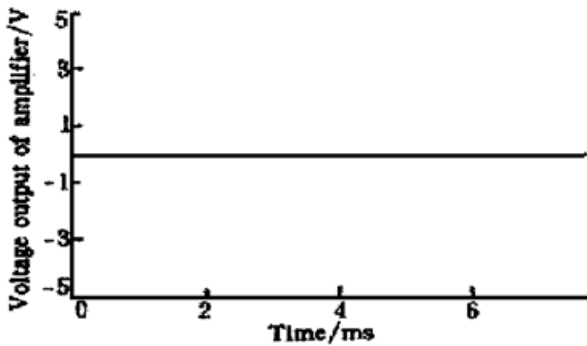


Fig. 5 The experimental result as $U_{\max} = 0\text{ V}$

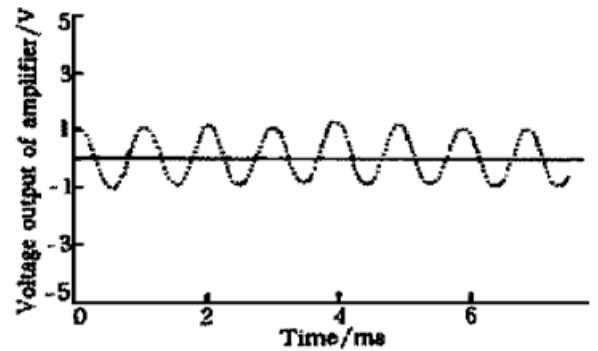


Fig. 6 The experimental result as $U_{\max} = 0.5\text{ V}$

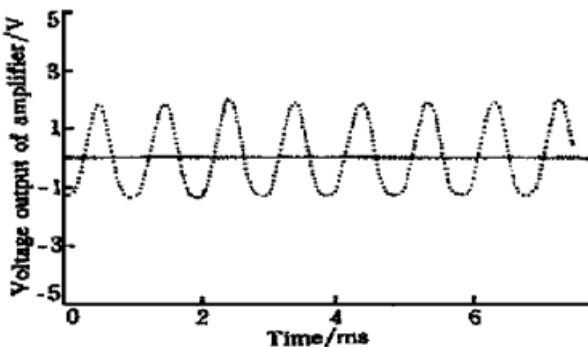


Fig. 7 The experimental result of the strain measured with fiber Fabry-Perot interferometer as $U_{\max} = 1.0\text{ V}$

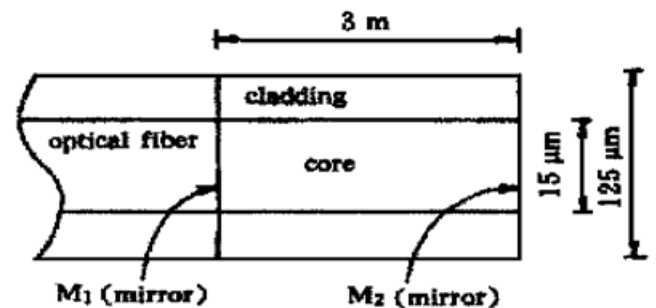


Fig. 8 The experimental result of the strain measured with fiber Fabry-Perot interferometer as $U_{\max} = 1.5\text{ V}$

结 论 本文推导了由具有不同反射率的反射面构成的光纤法布里-珀罗腔反射光及透射光光强与入射光强、反射光与相位差的关系,以单模光纤为例导出反射光强与低反射率光纤法布里-珀罗腔长变化的关系,所得结论中(15)式与(17)式是法布里-珀罗腔在传感应用中的基础;(18)式、(19)式是(15)式、(17)式的特殊情况。应用本文所设计的法布里-珀罗干涉仪构成传感器既充分利用法布里-珀罗结构简单的特点,又克服了以往信号处理复杂的缺点。所得结论可用于法布里-珀罗光纤传感器的理论探讨和实用研究。

参 考 文 献

- [1] 于荣金. 光子学与光子技术. 燕山大学学报, 1998, 22(1) ·18~ 22
- [2] 卢启柱. 干涉式光纤位移传感器. 仪表技术与传感器, 1998, (8) ·7~ 10
- [3] Kao T W, Tayler H F. High-sensitivity intrinsic fiber-optic Fabry-Perot pressure sensor. *Opt. Lett.*, 1996, 21(8) ·15~ 19
- [4] 毕卫红, 强锡富, 陈卫东. 光纤端面镀膜反射率检测系统. 传感技术学报, 1998, 11(4) ·56~ 60
- [5] 胡鸿璋. 应用光学原理. 北京: 机械工业出版社, 1993. 27~ 37
- [6] 张 行. 高等弹性理论. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994. 101~ 124

Mathematical Model for Fiber-Optical Non-Symmetrical Fabry-Perot Interferometric Cavity

Bi Weihong

(Department of Photoelectronics, Yanshan University, Qinhuangdao City 066004)

(Received 5 April 1999; revised 14 June 1999)

Abstract The mathematical model for reflectance and transmission of the fiber-optical intrinsic unsymmetrical Fabry-Perot interferometer (IU FPI) is presented. The mathematical model for fiber-optical cavity longitudinal change of a low fineness IU FPI and intensity of the interferometric light is also presented. If $r_1 = t_1 t_1' r_2 = r$, and $t_1 t_1' = 1 - r_1^2 \approx 1$, then the interference of reflections from fiber optical IU FPI can be approximately regarded as interference of two beams with equal amplitude. In the same time, the mathematical model for output of optical-electronic converter and the interference intensity of two beams with equal amplitude is discussed. All the mathematical models are the foundation of fiber-optical IU FPI applications.

Key words optical fiber, interferometry, mathematical model.