

改善轴向分辨率的光瞳滤波器*

邓小强 王桂英 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 给出了一种新型滤波器。它既能提高系统的轴向分辨率又不影响其横向分辨率。利用这种滤波器还可以控制远场旁瓣强度的最大值与主瓣强度最大值之比 (M), 从而获得较好的超分辨效果。还根据扩展的结果分析了光瞳滤波器的中间区对轴向分辨率的影响。

关键词 超分辨, 光瞳滤波器, 轴向分辨率。

1 引 言

Sheppard 等人^[1]提出一种新型光瞳滤波器, 他们认为该滤波器既能提高系统的轴向分辨率又不影响其横向分辨率。本文作者通过研究发现: 该滤波器确实具有这样一种性质, 它既能将系统轴向分辨率提高 1.5 倍, 且又不影响其横向分辨率。但是该滤波器的一个致命弱点就在于其旁瓣能量太大。根据超分辨理论, 影响轴向超分辨效果的三个因素^[2, 3]是: 第一零点值的位置 (u_0); 有滤波器时与无滤波器时焦点强度最大值之比, 即斯特耳比 (S); 旁瓣强度最大值与主瓣强度最大值之比 (M)。也就是说从超分辨理论来看, Sheppard 等人提出的光瞳滤波器的 M 值太大, 从而影响了超分辨效果, 也影响了实用性。

本文正是针对这一缺点, 重新分析了轴上光强分布, 并找到一种既有上述新型滤波器的特点, 又能获得较小的 M 值的滤波器。

2 理论分析

根据 Born^[4]和 McCutchen^[5]的理论, 在单色光照明条件下, 具有光瞳函数为 $P(\rho)$ 的系统, 焦点附近的振幅分布为:

$$U(u, v) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp(-ju\rho^2/2) J_0(v\rho) \rho d\rho, \quad (1)$$

上式已经作了归一化处理。其中 ρ 为归一化半径, $J_0(v\rho)$ 为零阶贝塞尔(Bessel)函数。 v 对应接收面上的径向坐标 r , u 对应以焦点为原点的轴上坐标 z , 其表达式如下:

$$v = kr \sin \alpha, \quad (2)$$

$$u = 4kz(\sin \alpha/2)^2, \quad (3)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda$, $\sin \alpha$ 代表数值孔径。

* 国家自然科学基金(批准号 69637030)及面上基金(69777004)资助课题。

收稿日期: 1999-02-05; 收到修改稿日期: 1999-03-29

令 $t = \rho^2$, 则(1)式变为:

$$U(u, v) = \int_0^1 Q(t) \exp(-jut/2) J_0(vt) dt, \quad (4)$$

其中 $Q(t) = P(\rho)$ 。因此, 在焦面上(即 $u = 0$ 时)振幅为:

$$U(v, 0) = \int_0^1 Q(t) J_0(vt) dt. \quad (5)$$

而轴上振幅表达式为:

$$U(0, u) = \int_0^1 Q(t) \exp(-jut/2) dt, \quad (6)$$

在焦面上, 对离焦点距离很小的情况, 可以将(5)式展开成级数^[1, 6], 因此:

$$\begin{aligned} U(v, 0) &= \int_0^1 Q(t) (1 - v^2 t/4 + \dots) dt = \\ &I_0 - v^2 I_1/4 + \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$I_n = \int_0^1 Q(t) t^n dt, \quad (8)$$

代表光瞳函数的 n 阶矩。

假定为衍射受限系统, 而且光瞳函数为实函数。此时, I_n 为实数, 因此焦平面强度为:

$$I(v, 0) = I_0^2 - v^2 I_0 I_1/2 + \dots$$

将上式用 I_0 归一化, 则有:

$$I(v, 0) = 1 - (1/2)v^2(I_1/I_0) + \dots \quad (9)$$

由(9)式可知要提高横向分辨率就应增大 I_1/I_0 的值, 即相对增大光瞳外侧的透过率。

对轴上振幅, 由于超分辨因子 M 的限制需要考察 u 在较大范围内的变化, 因此再将(6)式展开成级数形式是不合适的。把(6)式积分因子中的复数项用三角函数表达式改写成如下形式:

$$\begin{aligned} U(0, u) &= \int_0^1 Q(t) \cos(ut/2) dt - j \int_0^1 Q(t) \sin(ut/2) dt = \\ &\operatorname{Re}[U(0, u)] - j \operatorname{Im}[U(0, u)], \end{aligned} \quad (10)$$

轴上光强度为:

$$I(0, u) = \{\operatorname{Re}[U(0, u)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[U(0, u)]\}^2. \quad (11)$$

3 数值计算

首先考虑不加光瞳滤波器的情形, 此时 $Q(t)$ 为:

$$Q(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, 1], \\ 0 & \text{其它.} \end{cases} \quad (12)$$

由(8)式可得其横向特性, 即:

$$I_0 = 1, \quad I_1 = 1/2, \quad I_1/I_0 = 1/2, \quad (13)$$

而其轴上强度表达式为^[4]:

$$I(0, u) = \sin^2(u/4)/(u/4)^2. \quad (14)$$

轴上 (u 大于零) 强度的第一个零点值由 $u/4 = \pi$ 来决定, 即 $u = 12.6$ 处出现第一零值点。因此要达到提高轴向分辨率又不以牺牲横向分辨率为代价, 就必须找到这样一种光瞳: 在横向其 $I_1/I_0 = 1/2$, 而在轴向其第一个零点值出现在 $u < 12.6$ 处, 且 u 值越小越好, 此外还要使 M 尽可能的小, S 尽可能的大。

对无光瞳滤波器的情形进行分析, 会发现要使其横向分辨率不变, 滤波器光瞳的内外两部分应该有相同的透过率。由文献[7]可知, 要提高纵向分辨率就应使滤波器的内外两侧的透过率与中间区的透过率相反, 即内外两侧透过率相对大, 而中间区的透过率相对小。

考虑以下光瞳滤波器:

$$Q(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) & t \in [0, 0.25] \cup [0.75, 1] \\ -0.25 \cos(2\pi t) & t \in [0.25, 0.75] \\ 0 & \text{其它.} \end{cases} \quad (15)$$

如图 1 所示, 上式表达的光瞳函数的确符合上面的两个定性条件。定量考虑其横向特性有:

$$I_0 = 5\pi/4, \quad I_1 = 5\pi/8, \quad I_1/I_0 = 1/2. \quad (16)$$

(16) 式表明该光瞳不影响系统横向分辨率, 而其轴上强度表达式如下:

$$I = |U(0, u)|^2 = \{\text{Re}[U(0, u)]\}^2 + \{\text{Im}[U(0, u)]\}^2, \quad (17)$$

其中:

$$\text{Re}[U(0, u)] = (1 - \frac{16\pi^2}{u^2})^{-1} [\frac{2}{u} \sin(u/2) + \frac{10\pi}{u^2} \cos(u/8) - \frac{10\pi}{u^2} \cos(3u/8)],$$

$$\text{Im}[U(0, u)] = (1 - \frac{16\pi^2}{u^2})^{-1} [-\frac{2}{u} + \frac{2}{u} \cos(u/2) + \frac{10\pi}{u^2} \sin(u/8) + \frac{10\pi}{u^2} \sin(3u/8)].$$

计算结果如图 2 所示, 其第一零值点出现在 $u_0 \approx 8.8$ 处, $M = 33.70\%$, $S = 15.83\%$ 。这一结果表明, (15) 式所代表的光瞳滤波器确有提高轴向分辨率的能力, 而且其斯特耳比、及旁瓣强度比 M 都较好。

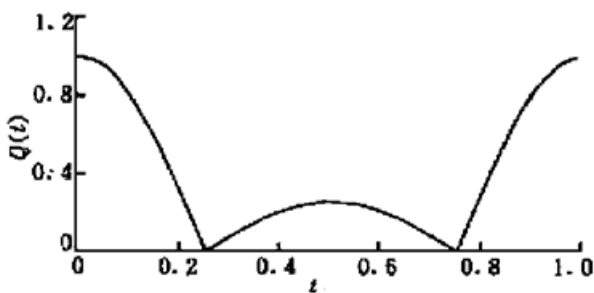


Fig. 1 Transmittance distribution of the pupil filter denoted by Eq. (15)

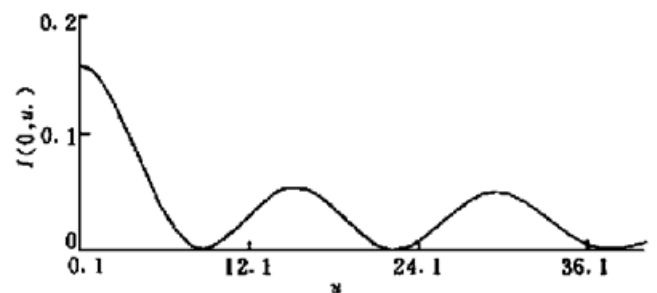


Fig. 2 Axial intensity distribution of the system with the pupil filter denoted by Eq. (15)

4 扩展和讨论

将(15)式所示的光瞳滤波器函数的中间部分加以改变, 以讨论在保证横向分辨率不变的

情况下, 光瞳的中间部分透过率的变化对轴向分辨率三个因子的影响。如图 3 所示的光瞳滤波器 $Q_1(t)$ 、 $Q_2(t)$ 、 $Q_3(t)$ 。其中 $Q_1(t)$ 是将(15) 式所示的滤波器 $t \in [0.25, 0.75]$ 区间的透过率函数换成常数量 0.25; 而 $Q_2(t)$ 则是将(15) 式的 $t \in [0.25, 0.75]$ 部分的透过率函数的幅值改变为 0.15, 即在此区间 $Q_2(t) = -0.15 \cos(2\pi t)$; $Q_3(t)$ 则是将(15) 式中的 $t \in [0.25, 0.75]$ 区间的透过率变为 0。容易证明 $Q_1(t)$ 、 $Q_2(t)$ 、 $Q_3(t)$ 代表的光瞳滤波器均满足 $I_1/I_0 = 1/2$ 。

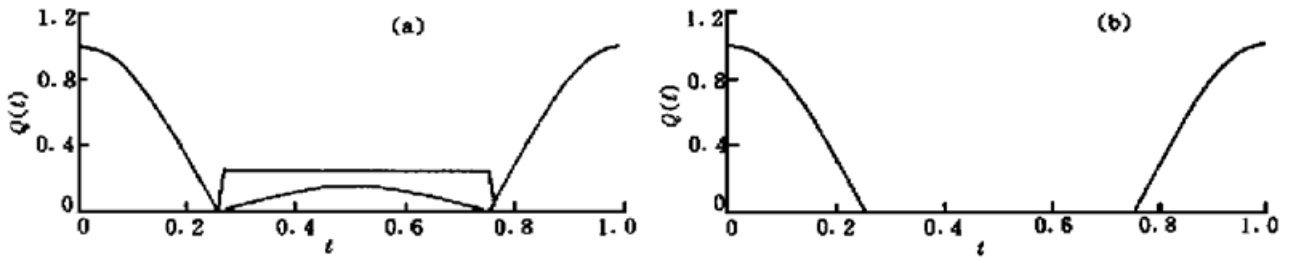


Fig. 3 New pupil filters by changing the transmittance of the midzone of filter denoted by Eq. (15), (a) Transmittance distribution of $Q_1(t)$ and $Q_2(t)$, midzone of $Q_1(t)$ being a line and midzone of $Q_2(t)$ being a curve; (b) Transmittance distribution of $Q_3(t)$

以上三个光瞳滤波器轴上强度的计算结果如图 4 所示。由计算结果可知, 对 $Q_1(t)$, $u_0 \approx 9.5$, $M = 25.76\%$, $S = 19.64\%$; 对 $Q_2(t)$, $u_0 \approx 8.4$, $M = 47.86\%$, $S = 13.40\%$; 对 $Q_3(t)$, $u_0 \approx 7.7$, $M = 81.19\%$, $S = 10.13\%$ 。通过图 2 中 $Q(t)$ 和图 4 中 $Q_1(t)$ 、 $Q_2(t)$ 、 $Q_3(t)$ 的比较可以看出, (15) 式代表的光瞳滤波器有较强的超分辨能力, 而且其 S 值较大, M 值较小。同时还能推断: 中间区的透过率越小, 其提高轴向分辨率的能力越强。当然象所有其它超分辨的途径一样, 随着分辨率的提高, 轴向斯特耳比会下降, 其旁瓣强度比反而会上升。因此, 适当地选择中间区的透过率函数, 即能找到 u_0 、 M 、 S 三者的最佳组合。

最后给出文献[1]中的一个滤波器的计算结果: $u_0 \approx 8.4$, $M = 57.56\%$, $S = 11.11\%$, 轴向强度分布如图 5 所示。很明显在 u_0 相同的情形下, 前面提供的滤波器 $Q_2(t)$ 的超分辨效果较文献[1]中的滤波器好, 前者的 S 较后者高近 2.3 个百分点, 而 M 值低近十个百分点。因此可以说本文所提供的滤波器是对文献[1]提出的新型滤波器的一种改善和发展。

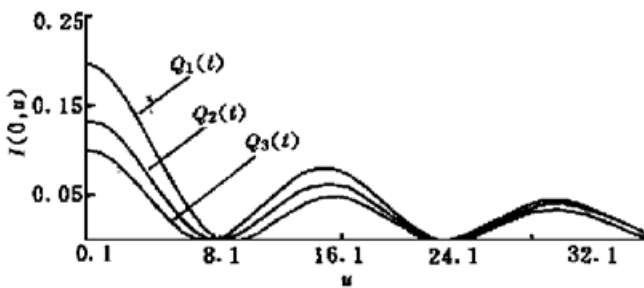


Fig. 4 Axial intensity distribution of the system with pupil filter $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ and $Q_3(t)$

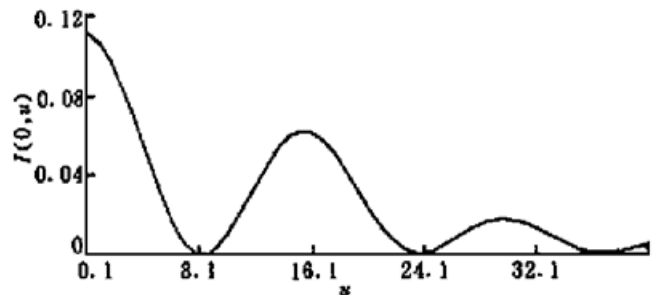


Fig. 5 Axial intensity distribution of the system with pupil filter given by reference [1]

参 考 文 献

- [1] Sheppard C J R, Hegedus Z S. Axial behavior of pupil-plane filters. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5** (5) : 643~ 647
- [2] Tasso R, Sales M, Morris G M. Diffractive superresolution elements. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(7) : 1637~ 1646
- [3] Ding Zhihua, Wang Guiying, Gu Min *et al.*. Superresolution with an apodization film in a confocal set-up. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(1) : 360~ 363
- [4] Born M, Wolf E. *Principle of Optics*. 5 th ed. London: Pergamon Press, 1975.
- [5] McCutchen C W. Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**(2) : 240~ 244
- [6] Tasso R, Sales M, Morris G M. Fundamental limits of optical superresolution. *Opt. Lett.*, 1997, **22** (9) : 582~ 584
- [7] Martinez-Corral M, Andres P, Ojeda-Castaneda J *et al.*. Tunable axial superresolution by annular binary filters, Application to confocal microscopy. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5, 6) : 491~ 498

Pupil Filters Improving Axial Resolution

Deng Xiaoqiang Wang Guiying Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 5 February 1999; revised 29 March 1999)

Abstract According to superresolution theorem of improving axial resolution, a new axial pupil filters are proposed. The pupil filters are neutral in the transverse direction and superresolving in the axial direction. The filters have small value of M , defined as the maximum value of sidelobes intensity relative to the central core, and relatively good effect of superresolution is attained. The new filters function based on these results are suggested and the superresolving function of midzone of the filters are discussed.

Key words superresolution, pupil filter, axial resolution.