

连续面型高效率光栅分束器件的设计

周光亚¹⁾ 赵小林¹⁾ 张 彤²⁾ 王宗光³⁾ 陈益新⁴⁾

1), 上海交通大学信息存储研究中心, 上海 200030

2), 上海市计量测试技术研究院, 上海 200040

3), 上海交通大学应用化学系, 上海 200030

4), 上海交通大学应用物理系, 上海 200030

摘 要 阐述了用虚源法设计连续面型光栅分束器件的原理, 提出了一种局部搜索遗传算法, 并将其用于优化器件的性能。局部搜索遗传算法结合了局部搜索算法和遗传算法的优点, 可以有效地克服遗传算法的“早熟收敛”现象, 具有更强的全局收敛能力。用文中给出的方法可以得到具有较好均匀性的、高衍射效率的连续面型光栅分束器件。

关键词 衍射光学, 衍射光栅, 遗传算法, 模拟退火算法。

1 引 言

光栅分束器件的作用是将一束输入的单色光分成多束强度相等的光束。这种光栅在一物成多像^[1]、激光相干合成^[2]、光学互连与光计算^[3]等领域有着广泛的应用, 因而成为衍射光学研究的一个热点。最早提出也是最简单的一类光栅分束器件是二元相位的 Dammann 光栅^[1]。这类光栅虽然也可以得到较好的均匀性, 但其衍射效率仅能达到 83%~84%^[4], 为进一步提高效率, 必须采用多相位台阶或连续相位^[5]的光栅。近年来, 随着连续面型衍射光学器件制作工艺的发展, 尤其是激光直接写入技术^[6]的出现, 性能更为理想的连续面型光栅分束器件引起了人们极大的兴趣。对于连续面型光栅分束器件的设计, 目前人们已提出了多种方法^[5, 7], 其中大部分的方法都包含有两个优化步骤, 即第一步主要以优化效率为主, 第二步则以优化均匀性为主。优化算法从本质上又可分成两大类, 第一类包括梯度下降法、迭代傅里叶变换法^[8](缩写为 IFTA)等, 这类算法计算量小, 收敛速度快, 但它们不具备跳出局部极小值的能力。第二类算法包括模拟退火法^[9]和遗传算法^[10], 这类算法虽然计算量较大, 但它们都具有寻找全局极小值的能力。在实际应用模拟退火算法时, 控制算法进程的参数十分重要, 例如, 初始温度、衰减函数、马尔柯夫链的长度等, 这些参数选择不当, 模拟退火算法仍然会停留在局部极小。而对于遗传算法, 其保证全局收敛的条件是所选的种群必须足够大, 这一点在处理实际问题时往往较难满足, 因此对某些问题, 遗传算法会出现“早熟收敛”(Premature Convergence)现象^[11]。

本文对常规的遗传算法作了修改,将局部搜索算法引入其中,改进后的遗传算法具有更强的全局收敛能力。用该算法设计连续面型光栅分束器件,仅需一个优化步骤,所得到的器件即可具有较为理想的均匀性和衍射效率。

2 连续面型光栅分束器件的设计原理

众所周知,周期性纯相位光栅的复振幅透过率 $T(x)$ 可以展开成傅里叶级数:

$$T(x) = \exp [j\Phi(x)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} t(n) \exp (jnKx), \quad (1)$$

傅里叶系数 $t(n)$ 为

$$t(n) = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \exp [j\Phi(x)] \exp (-jnKx) dx, \quad (2)$$

其中, Λ 为光栅周期, $\Phi(x)$ 为相位, $\Phi(x + \Lambda) = \Phi(x)$, $K = 2\pi/\Lambda$ 。光栅分束器件的作用是将入射光的能量均匀地分配到各所需的衍射级。假设所需的衍射级为 n_i , $i = 1 \sim N$, 可如下定义器件的衍射效率 η 和均匀性误差 σ :

$$\eta = \sum_{i=1}^N |t(n_i)|^2 = \sum_{i=1}^N I(n_i), \quad \sigma = \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^N \frac{[I - I(n_i)]^2}{I^2} \right\} / N}, \quad (3)$$

其中 $I = [\sum_{i=1}^N I(n_i)]/N$ 。连续面型光栅分束器件的设计即为:寻找最优的 $\Phi(x)$, 使衍射效率 η 达到极大和均匀性误差 σ 达到极小。

根据 Prongué 等人^[12]提出的虚源法,首先假定一组系数 $t'(i)$:

$$t'(i) = \begin{cases} a_i \exp (j\Phi), & i = 1 \sim N, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $a_i \exp (j\Phi)$ 对应于所需衍射级 n_i ($i = 1 \sim N$) 的傅里叶系数,由(1)式可得光栅的复振幅透过率 $T'(x)$:

$$T'(x) = \sum_{i=1}^N a_i \exp (j\Phi) \exp (jn_i Kx) = r(x) \exp [j\Phi(x)], \quad (5)$$

$r(x)$ 为光栅复振幅透过率的模,即 $r(x) = |T'(x)|$ 。一般来说,上式中 $r(x) \neq 1$ 。将此光栅转化成纯相位光栅,即 $T(x) = \exp [j\Phi(x)]$ 。为计算此纯相位光栅的各衍射级的强度,将光栅的一个周期划分成 M 个单元,每个单元内的相位近似为均匀分布,由(2)式, $t(n)$ 可以表示为

$$t(n) = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \sum_{m=1}^M \exp (j\Phi_m) \text{rect} \left(\frac{x - m\Delta x + \Delta x/2}{\Delta x} \right) \exp (-jnKx) dx. \quad (6)$$

Φ_m 为第 m 个单元的相位, Δx 为单元的长度, $\Delta x = \Lambda/M$ 。通过变换 $x' = x/\Lambda$, 由(6)式可得到

$$t(n) = \frac{1}{M} \text{sinc} \left(\frac{n}{M} \right) \exp (j\frac{n\pi}{M}) \sum_{m=1}^M \exp (j\Phi_m) \exp (-j2\pi \frac{mn}{M}), \quad (7)$$

因此,纯相位光栅 $T(x)$ 各衍射级的强度为

$$I(n_i) = |t(n)|^2 = \frac{1}{M^2} \text{sinc}^2 \left(\frac{n}{M} \right) | \text{FFT} \{ \exp (j\Phi_m) \} |^2. \quad (8)$$

其衍射效率 η 和均匀性误差 σ 可由(3)式得到,光栅的设计即为确定一组虚源的振幅 a_i 和相位 Φ , 使衍射效率 η 达到极大和均匀性误差 σ 达到极小。

在优化设计中,衍射效率 η 和均匀性误差 σ 往往是两个相互矛盾的因素,为得到一个合适的解,本文采用了一个新的组合代价函数

$$\text{cost} = C \cdot R(\eta) + \sigma, \quad (9)$$

其中,

$$R(\eta) = \begin{cases} 0, & \eta \geq \eta_d, \\ \eta_d - \eta, & \eta < \eta_d. \end{cases}$$

优化设计的目标即为使组合代价函数 cost 达到极小值。上式中, C 为惩罚系数, $R(\eta)$ 为惩罚项, 既当衍射效率 η 小于设计所需的值 η_d 时, 代价函数引入一线性惩罚因子作为惩罚。应用此代价函数的意义可以理解为: 在满足衍射效率 $\eta > \eta_d$ 的条件下, 寻找使均匀性误差 σ 达到极小的解, 与其它代价函数^[13]相比, 其优点是可以较为直接地控制优化的结果。

上述方法可以方便地推广到二维情形。

3 局部搜索遗传算法

遗传算法是一类以达尔文自然进化论为基础的求解复杂全局优化问题的算法, 它具有良好的并行性, 并且只利用函数的适应值信息, 而并不需要其它信息, 因此遗传算法可广泛地应用于目标函数不可微分、极其复杂或无解析表达等的优化问题。但是, 在用遗传算法处理实际问题时, 当所选择种群的规模不够大, 种群缺乏足够的多样性, 遗传算法也会收敛于局部极小, 即早熟收敛。为克服遗传算法的这一缺陷, 人们已提出了多种方法, 例如, 将模拟退火算法与遗传算法相结合等^[14, 15]。本文在此基础上作了进一步的推广, 提出了一种局部搜索遗传算法, 该算法过程如下:

- 1) $k := 0$, 随机选择初始种群 P_0 。
- 2) 重复以下步骤直至算法收敛准则满足。
 - i) 计算种群 P_k 中每一个体的适应值;
 - ii) 按适应值的大小选取父本种群 F_k ;
 - iii) 对种群 F_k 进行杂交、变异操作形成中间种群 M_k ;
 - iv) 对种群 M_k 中每一个体进行局部搜索操作形成新一代种群 P_{k+1} ;
 - v) $k := k + 1$;
- 3) 输出最优结果。

由上述算法结构可见, 由遗传算法的杂交、变异等操作所形成的个体并不直接进入下一代种群, 而是作为局部搜索过程的起始值, 局部搜索过程在其附近找出一个更好的个体, 并由这些新个体构成遗传算法的下一代种群。局部搜索过程的步骤如下:

- 1) $x := x_0$, $x_{\text{best}} := x_0$ 。
- 2) 重复以下步骤直至过程停止准则满足。
 - i) 在 x 附近随机地选择一新个体 y ;
 - ii) 若某一接受条件满足, 则 $x := y$;
 - iii) 若适应值 $F(x) > F(x_{\text{best}})$, 则 $x_{\text{best}} := x$;
- 3) 输出 x_{best} 。

上述步骤 2) ii) 中的接受条件可以用来区分局部搜索过程的类型, 例如, 对于梯度搜索算法, 接受条件为: $F(y) > F(x)$; 而对于模拟退火算法, 若 $F(y) > F(x)$, 则接受新个体 y , 否则以概率 $\exp\{[F(y) - F(x)]/T\}$ 接受, T 为模拟退火的温度, 它在遗传算法的同一代中保持不变, 而随着进化代数的增加逐渐减小, 即 $T_{k+1} = \beta \cdot T_k$, 式中: k 为进化代数, β 是一个常数因子, 它决定模拟退火算法中温度随进化代数的增加而衰减的大小, β 可取 0.9~1。局

部搜索过程在搜索达到了某一预置的步数后结束。

二进制位串编码是遗传算法中常见的编码技术,它们比较直观,容易产生和操作,同时在理论上也容易处理,例如,模式定理就是针对二进制位串证明的。但是,在局部搜索遗传算法中,若采用二进制位串编码,则必须增加两个额外的编码、译码过程。为减少计算量,本文采用浮点数编码的遗传算法,同时对遗传算子也作了相应的修改。把个体编码为一列浮点数的向量并不排除一点或多点杂交,但杂交位置只允许选在各个分量之间,修改后的杂交算子为,随机地交换两配对个体的部分对应分量。修改后的变异算子为,以一定的概率对个体的每一个分量进行变异,若发生变异,则将该分量替换为其定义域中的一个随机值。

在遗传算法中引入局部搜索算法,可以极大地增加种群的多样性,从而使混合算法具有较强的避免早熟收敛及避免局部极值的全局优化能力。

4 设计实例

本文主要考察奇数输出和偶数输出两种情形的光栅分束器件,分别对应于图 1 中(a)、(b)所示的两种情形。对于奇数输出情形,所需的衍射级为 $-N \sim N$,由对称性,可假设虚源的振幅 $a_{-i} = a_i$, 相位 $\varphi_{-i} = \varphi_i$, 自变量的数目可减少为 $2(N+1)$ 个。首先选取参数 $C = 100$, $\eta_0 = 0.99$, 来设计一个 1×9 输出的光栅分束器件,局部搜索遗传算法和标准遗传算法的收敛特性如图 2 所示。局部搜索算法分别采用了爬山法及模拟退火算法。其搜索的步数均为 20, 三种算法所用的种群规模 N_s 、杂交率 p_c 、变异率 p_m 均相同: $N_s = 50$; $p_c = 0.65$; $p_m = 0.01$ 。由图可见,将遗传算法和局部搜索算法相结合确实可以提高算法的效率和寻找全局最优的可靠性。

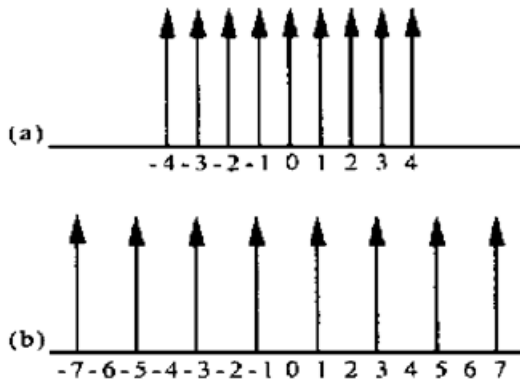


Fig. 1 Diffraction orders of (a) an odd-numbered fan-out grating, (b) an even-numbered fan-out grating

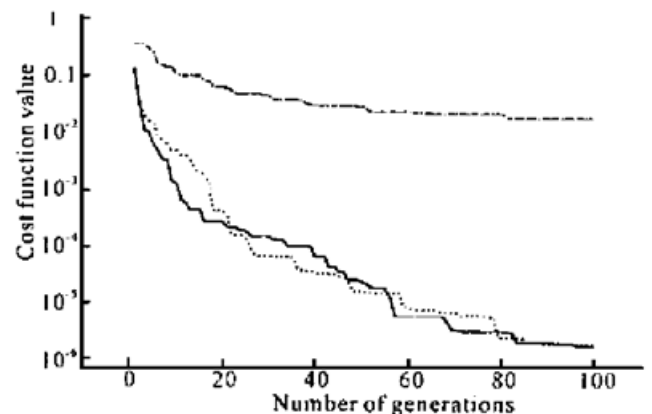


Fig. 2 Convergence properties of two local-search-based genetic algorithms and a canonical genetic algorithm. — GA with hillclimbing, GA with SA (Simulated Annealing) algorithm, —— canonical GA

优化结果如表 1 所示,所得器件的衍射效率达 99.03%,均匀性误差为 4.5×10^{-6} ;连续面型光栅分束器件一个周期内的相位轮廓如图 3 中的虚线所示。本文同时也使用参数 $C = 100$, $\eta_0 = 0.980, 0.985, 0.990, 0.992, 0.994$ 来对此光栅分束器件进行设计,设计所得的最小均匀性误差 σ_{\min} 与所需衍射效率的关系如图 4 所示。由图可见,对 1×9 输出的光栅分束器件,在保证一定均匀性的情况下,设计所能达到的最大衍射效率为 99% 左右。

Table 1. The optimal result of a 1×9 continuous-surface-relief fan-out grating for $C = 100$ and $\eta_d = 0.99$

desired order n_i	0	1	2	3	4
amplitude: a_i	1.4283	1.4009	1.3258	1.4993	1.5000
phase: φ	1.1437	4.9567	0.3383	1.1678	2.7119
intensity: $I(n_i)$	0.1100342	0.1100342	0.1100350	0.1100344	0.1100335
diffraction efficiency η : 99.03%	uniformity error σ : 4.5×10^{-6}				

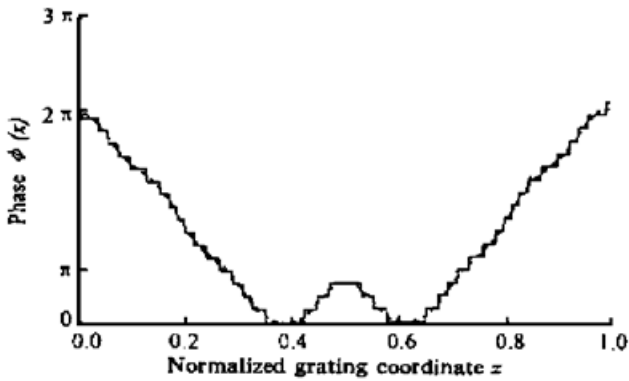


Fig. 3 The phase profile of the optimal 1×9 fan-out grating (dash line). — continuous, — multilevel

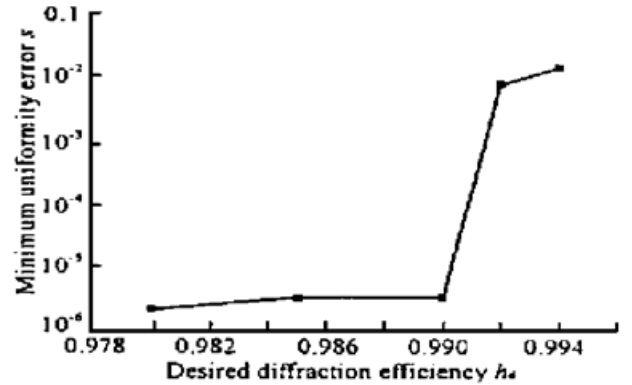


Fig. 4 The obtained minimum uniformity error σ_{\min} v. s. desired diffraction efficiency η_d

对于偶数输出的光栅分束器件, 所需的衍射级为 $-(2k-1), \dots, -1, 1, \dots, 2k-1$, k 为正整数。同样由对称性, 可假设虚源的振幅 $a_{-(2k-1)} = a_{2k-1}$, 相位 $\varphi_{-(2k-1)} = \varphi_{2k-1}$, 自变量的数目可减少为 $2k$ 个。本文选取参数 $C = 100$, $\eta_d = 0.9550$, 对 1×8 输出的光栅分束器件作了设计。设计结果如表 2 所示, 所得器件的衍射效率达 95.51%, 均匀性误差为 6.2×10^{-6} 。连续面型光栅分束器件一个周期内的相位轮廓如图 5 中的虚线所示。关于图 6 所得的最小均

Table 2. The optimal result of a 1×8 continuous-surface-relief fan-out grating for $C = 100$ and $\eta_d = 0.9550$

n	1	3	5	7
amplitude: a_i	1.0563	1.1185	1.1581	1.0587
phase: φ	6.0324	5.5186	2.4566	0.7910
intensity: $I(n_i)$	0.1193867	0.1193871	0.1193878	0.1193857
diffraction efficiency η : 95.51%	uniformity error σ : 6.2×10^{-6}			

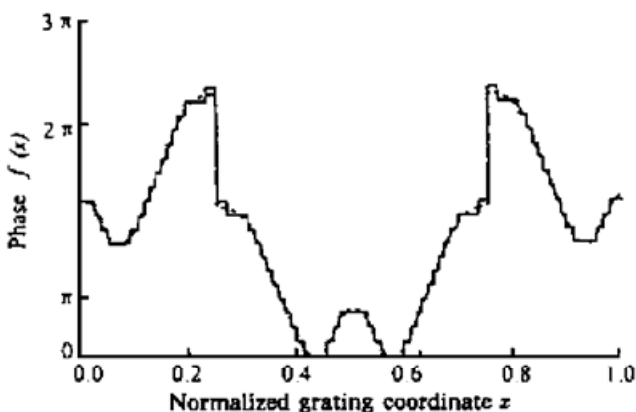


Fig. 5 The phase profile of the optimal 1×8 fan-out grating. — continuous, — multilevel

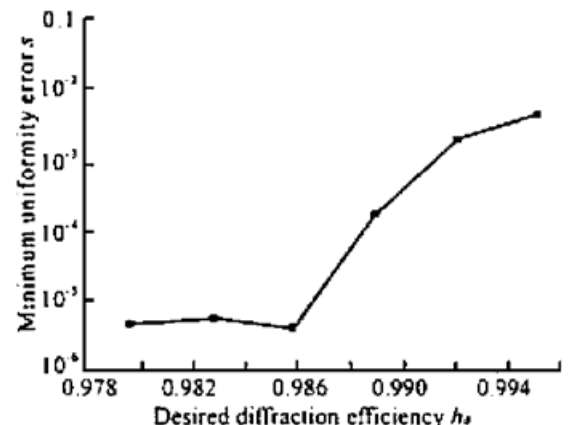


Fig. 6 The obtained minimum uniformity error σ_{\min} v. s. desired diffraction efficiency η_d

匀性误差 σ_{\min} 与所需衍射效率的关系, 由图可见, 对 1×8 输出的光栅分束器件, 在保证一定均匀性的情况下, 设计所能达到的最大衍射效率为 95.50% 左右。本文也对不同输出的光栅分束器件作了设计, 其优化结果如表 3 所示。

Table 3. Some optimum results of continuous-surface-relief fan-out gratings

fan-out	8	9	10	11	12	13	14	15
diffraction efficiency (%)	95.51	99.03	93.01	97.40	94.13	97.20	95.10	96.80
uniformity error σ :	6.2×10^{-6}	4.5×10^{-6}	3.5×10^{-5}	5.1×10^{-4}	3.8×10^{-5}	1.4×10^{-4}	3.4×10^{-5}	9.2×10^{-4}

连续面型光栅分束器件可以用激光直接写入等方法加工, 也可以先将连续面型量化为台阶状面型, 然后用光刻-反应离子刻蚀的方法加工。本文最后来考察一下后一种加工方法所引入的相位面型误差对器件的衍射效率及均匀性误差的影响。量化后器件的台阶状面型分别如图 3 和图 5 中的实线所示, 在 0 到 2π 之内的量化台阶数为 16, 光刻-反应离子蚀刻工艺所需的掩模数为 4, 对图 3 中实线所示的 1×9 输出的光栅分束器件, 其衍射效率为 97.96%, 均匀性误差为 1.16%, 对图 5 中实线所示的 1×8 输出的光栅分束器件, 其衍射效率为 94.68%, 均匀性误差为 2.07%。进一步增加量化台阶数, 可使器件的衍射效率及均匀性误差逐步逼近连续面型时的设计值。

结 论 将遗传算法和局部搜索算法相结合, 可以使混合算法具有较强的避免早熟收敛及避免局部极值的全局优化能力。应用虚源法和局部搜索遗传算法, 可以得到具有较好均匀性的、高衍射效率的连续面型光栅分束器件。

参 考 文 献

- [1] Dammann H, Gräter K. High-efficiency in-line multiple imaging by means of multiple phase holograms. *Opt. Commun.*, 1971, **3**(3): 312~ 315
- [2] Veldkamp W B, Leger J R, Swanson G J. Coherent summation of laser beams using binary phase gratings. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(5): 303~ 305
- [3] Morrison R L, Walker S L, Cloonan T J. Beam array generation and holographic interconnections in a free-space optical switching network. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(14): 2512~ 2518
- [4] Krackhardt U, Mait J N, Streibl N. Upper bound on the diffraction efficiency of phase-only fanout elements. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(1): 27~ 37
- [5] Gale M T, Rossi M, Schütz H *et al.*. Continuous-relief diffractive optical elements for two-dimensional array generation. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(14): 2526~ 2533
- [6] Gale M T, Rossi M, Pedersen J *et al.*. Fabrication of continuous-relief micro-optical elements by direct laser writing photoresists. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(11): 3556~ 3566
- [7] Sidick E, Knoesen A, Mait J N. Design and rigorous analysis of high-efficiency array generators. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(14): 2599~ 2605
- [8] Fienup J R. Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms. *Opt. Engng.*, 1980, **19**(3): 297~ 305
- [9] Turunen J, Vasara A, Westerholm J. Kinoform phase relief synthesis: a stochastic method. *Opt. Engng.*, 1989, **28**(11): 1162~ 1176
- [10] Johnson E G, Kathman A D, Hochmuth D H *et al.*. Advantages of genetic algorithm optimization methods in diffractive optic design. *Proc. SPIE*, 1993, **CR49**: 54~ 74

- [11] 徐宗本, 高 勇. 遗传算法过早收敛现象的特征分析及其预防. 中国科学, 1996, **E26**(4) : 364~ 375
- [12] Prongué D, Herzig H P, D ndliker R D *et al.*. Optimized kinoform structures for highly efficient fan-out elements. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(26) : 5706~ 5711
- [13] 羊国光. 用于衍射光学元件优化设计的遗传算法及其与模拟退火算法的比较. 光学学报, 1993, **13**(7) : 577~ 584
- [14] Djurisić A B, Elazar J M, Rakic A D. Simulated-annealing-based genetic algorithm for modeling the optical constants of solids. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(28) : 7097~ 7103
- [15] 郑学哲, 王 凌, 严瑛白等. 实现 ICF 均匀照明的二元光学器件的混合优化设计. 中国激光, 1998, **A25**(3) : 265~ 269

Design of High-Efficiency Continuous-Surface-Relief Fan-Out Gratings

Zhou Guangya¹⁾ Zhao Xiaolin¹⁾ Zhang Tong²⁾

Wang Zongguang³⁾ Chen Xiyin⁴⁾

- | | |
|---|---|
| { | 1), <i>Information Storage Research Center, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030</i> |
| | 2), <i>Shanghai Institute of Metrology and Test Technology, Shanghai 200040</i> |
| | 3), <i>Department of Applied Chemistry, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030</i> |
| | 4), <i>Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030</i> |

(Received 19 May 1998; revised 12 July 1999)

Abstract Virtual-source approach, a design method for continuous-surface-relief (CSR) fan-out gratings, is described in detail. A local-search-based genetic algorithm that combines a canonical genetic algorithm (GA) with a local search method is used to the optimization design of CSR fan-out gratings. The proposed algorithm incorporates advantages of both GA and local search techniques. It can overcome the premature convergence of a canonical GA and shows a stronger ability to locate the global minimum. Numerical results demonstrate that CSR fan-out gratings with high diffraction efficiency and good uniformity can be obtained by using the algorithm proposed hereinbefore.

Key words diffraction optics, diffraction gratings, genetic algorithm (GA), simulated annealing.