

环程光程随机扰动时光纤环形腔的有效带宽

胡宗福

(上海铁道大学电信系, 上海 200331)

摘 要 对由环境引起的环程光程扰动对光纤环形腔的影响作了详细的理论分析。在扰动为各态历经扰动假设下的理论分析表明: 小的慢与快变化扰动的影响是不同的, 慢变化扰动影响与入射光时间相干性相同, 使有效带宽增大; 而快变化扰动对有效带宽的影响很小。然而对大的慢或快变化扰动, 都会使环形腔失去它的带通和带阻特性。实验结果证实了这一结论。

关键词 光纤环形腔, 环程扰动, 有效带宽。

1 引 言

光纤环形腔与法布里-珀罗腔有类似的特性^[1]。光纤的传输损耗很小, 较长腔长的光纤环形腔有很窄的带宽, 因而它的优势是高分辨本领。它可以用作滤波器^[2]、水听器^[3]和光谱分析仪直接测量单频激光的线宽^[4]。然而入射光时间相干性^[5]、腔长调制^[6]都会使它的实际分辨本领下降。增大入射光的相干长度、减小腔长调制速率可以使它们的影响减小。但环境扰动引起的环程光程扰动的影响是难以避免的。固体传播介质的光纤环形腔, 它的环程相移受环境的影响较大, 但它的窄带宽优势促使人们去克服环程光程扰动的影响。用特殊措施稳定的光纤环形腔稳定激光的中心频率, 稳定度可达600 kHz/h^[7]。然而目前对环程光程扰动影响仍只有定性的解释, 本文将对环程光程扰动对有效带宽的影响作定量分析和实验研究。

2 环程光程扰动影响的理论分析

产生环程光程随机扰动的原因很多, 对光纤环形腔, 如腔长扰动、折射率扰动和偏振态扰动都会产生环程光程的随机扰动。环程光程扰动很复杂, 有随机的扰动, 也有周期的扰动。对周期扰动, 如果它的周期不等于腔的环程时间, 不同时刻的环程光之间的相移也同样有偏差, 许多不同周期的周期扰动的综合结果也可近似地看作随机扰动。扰动来自许多不相关的因素, 可以假设环程光程扰动是各态历经高斯随机过程。本文把各态历经时间大于腔响应时间(腔有效带宽的倒数)的扰动称为慢变化环程光程扰动; 各态历经时间小于环程时间的扰动称为快变化环程光程扰动。环程光程扰动影响环形腔特性, 是因为环形腔的工作原理是多光束干涉, 扰动使各次循环光波之间不同相, 所以它们的叠加不能达到干涉极大, 而表现为腔的有效带宽增大。

2.1 环程光程随机扰动影响的理论分析

交叉耦合环形腔如图1所示。设腔长为 L ，光纤对光波场的损耗系数为 α 。耦合器的功率耦合系数为 K ，固有功率损耗系数为 γ 。设环程光程扰动随机变量为 $\Delta L(t)$ ，则 $\Delta\tau(t) = \frac{\Delta L(t)}{V}$ 为环程时间随机变量。从1端口入射的稳频单模激光可表示为：

$$E(t) = E_0 \exp \{-i[\omega t + \Phi(t)]\}, \quad (1)$$

E_0 为幅值常数， ω 为入射光的中心频率， $\Phi(t)$ 为随机初相位，它决定着入射光的时间相干性。用考虑光源时间相干性影响类似的方法(只考虑单一偏振态)^[8]，可以得到有环程光程扰动时光纤环形腔内循环光波场 $E_3(t)$ ：

$$E_3(t) = E_0 \sqrt{(1-\gamma)(1-K)} \exp(-i\omega t) \times \sum_{n=0}^{\infty} [R \exp(i\theta)]^n \exp[-i\omega\Delta\tau(t-n\tau)] \times \exp\{-i\Phi(t-n\tau) - \Delta\tau(t-n\tau)\} \exp[-\alpha\Delta L(t-n\tau)], \quad (2)$$

式中， τ 为腔长不变时的环程时间， $R = \sqrt{KK_r}$ ， $K_r = (1-\gamma) \exp(-2\alpha L)$ ， $\theta = \omega\tau + \frac{\pi}{2}$ ，因为 $\Delta L \ll L$ ， $\Delta\tau(t) \ll \tau$ ，所以

$$\begin{aligned} \exp[-\alpha\Delta L(t-n\tau)] &\approx 1, \\ \exp\{-i\Phi(t-n\tau) - \Delta\tau(t-n\tau)\} &\approx \exp[-i\Phi(t-n\tau)]. \end{aligned}$$

(2)式近似为：

$$E_3(t) \approx E_0 \sqrt{(1-\gamma)(1-K)} \exp(-i\omega t) \sum_{n=0}^{\infty} [R \exp(i\theta)]^n \times \exp[-i\omega\Delta\tau(t-n\tau)] \exp[-i\Phi(t-n\tau)]. \quad (3)$$

令 $T_p = \langle E_3(t) E_3^*(t) \rangle / \langle E_0 E_0^* \rangle$ 表示腔的带通特性， $\langle \rangle$ 表示时间均值，

$$T_p = (1-\gamma)(1-K) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [R \exp(i\theta)]^n [R \exp(-i\theta)]^m \times \langle \exp\{-i[\Phi(t-n\tau) - \Phi(t-m\tau)]\} \rangle \langle \exp\{i[\omega\Delta\tau(t-n\tau) - \omega\Delta\tau(t-m\tau)]\} \rangle. \quad (4)$$

设入射光的谱分布为洛伦兹(Lorentzian)型，它的随机初相位的自相关函数 C_L 与入射光的频宽 $\Delta\nu$ 有关系式^[5]：

$$C_L(s\tau) = \langle \exp\{-i[\Phi(t) - \Phi(t-s\tau)]\} \rangle = \exp(-\pi\Delta\nu s\tau),$$

(4)式中 $\langle \exp\{i\omega[\Delta\tau(t-n\tau) - \Delta\tau(t-m\tau)]\} \rangle$ 是腔长扰动随机变量的自相关函数。它与入射光的随机初相位自相关函数的形式完全一样，都是随机相位的自相关。

2.2 有慢变化环程光程随机扰动时腔的特性

首先讨论慢变化环程光程随机振动对光纤环形腔输出特性的影响。设环程光程扰动随机变量的方差：

$$\sigma^2 = \langle [\omega\Delta\tau(t)]^2 \rangle = \langle [\omega\Delta\tau(t-n\tau)]^2 \rangle, \quad (5)$$

环程光程随机变量与入射光波场随机初相位 $\Phi(t)$ 有近似相同的统计特性^[5]，所以令

$$x_1 = \omega\Delta\tau(t), \quad x_2 = \omega\Delta\tau(t-s\tau),$$

则高斯随机变量 x_1 和 x_2 的联结概率密度：

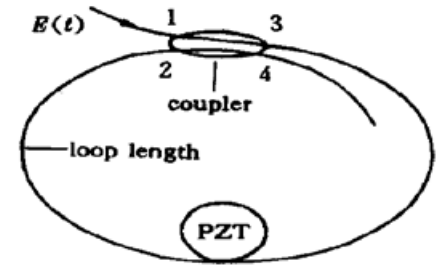


Fig. 1 The schematic of a cross-coupling fiber-optic ring resonator. PZT is a loop length modulator

$$P(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[-\frac{x_1^2 - 2\rho x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \right], \quad (6)$$

$\rho = \langle \dot{x}_1(t)x_2(t-s\tau) \rangle / \langle [x_1(t)]^2 \rangle$ 是扰动产生的环程相位随机变量的自相关函数。时间相差 $s\tau$ 的两束循环光的随机相位的统计均值为:

$$\begin{aligned} \langle \exp \{ i\omega [\Delta\tau(t) - \Delta\tau(t-s\tau)] \} \rangle &= \overline{\exp [i(x_1 - x_2)]} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} P(x_1, x_2) \exp [j(x_1 - x_2)] dx_1 dx_2 = \exp [-\sigma^2(1-\rho)]. \end{aligned} \quad (7)$$

进一步假设 $\Delta\tau(t)$ 有线性衰减的自相关函数:

$$\langle \omega\Delta\tau(t) \omega\Delta\tau(t-s\tau) \rangle = \sigma^2(1-s\tau/\tau_0), \quad (8)$$

τ_0 为环境稳定状态决定的衰减常数, (8)式代入(7)式可以得到:

$$\langle \exp \{ -i[\omega\Delta\tau(t) - \omega\Delta\tau(t-s\tau)] \} \rangle = \exp \left(-\frac{\sigma^2}{\tau_0} s\tau \right). \quad (9)$$

将(9)式代入(4)式得到有慢变化环程扰动时腔的带通特性:

$$T_p = \frac{(1-\gamma)(1-K)}{1-R^2} \times \frac{1 - R^2 C_L^2(\tau) \exp(-2\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0})}{[1 - RC_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0})]^2 + 4RC_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0}) \sin^2(\theta/2)}. \quad (10)$$

类似地可以求得4端口的带阻输出特性 $T_s = I_4/I_0$,

$$T_s = (1-\gamma) \left\{ 1 - \frac{(1-K)(1-K_r)}{1-R^2} \times \frac{1 - R^2 C_L^2(\tau) \exp(-2\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0})}{[1 - RC_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0})]^2 + 4RC_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0}) \sin^2(\frac{\theta}{2})} \right\}, \quad (11)$$

在上述公式中,慢变化环程光程随机扰动影响项 $\exp[-\sigma^2(\tau/\tau_0)]$ 总是与光源频宽影响项 $C_L(\tau)$ 以乘积的形式出现,所以慢变化腔长随机扰动的影响与光源频宽的影响完全一样。有慢变化环程光程随机扰动时环形腔的带阻特性 T_s 如图2所示。从图2可见慢变化环程光程随机扰动的影响与光源频宽的影响一样,使腔的谐振峰值下降,有效带宽增大,输出特性曲线变得平坦。进一步增大环程光程随机扰动量 σ 时,环形腔就失去了它的带阻特性。

2.3 有快变化环程光程随机扰动时腔的特性

对快变化的环程光程随机扰动,它的各态历经时间小于腔的环程时间 τ 时,随机变量 $\Delta\tau(t)$ 和 $\Delta\tau(t-\tau)$ 为统计无关的,有 $\overline{\Delta\tau(t)\Delta\tau(t-\tau)} = 0$, 上划线表示统计均值。那么有:

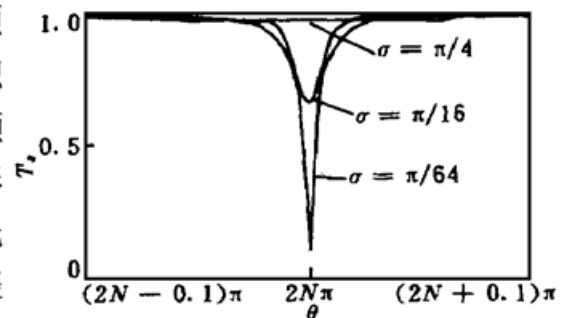


Fig.2 The band-stop characteristics of the resonator met with different slow round-trip optical length fluctuation σ . [$K = K_r = 0.99$, $\tau/\tau_0 = 0.05$, $C_L(\tau) = 1$]

$$\langle \exp \{ i\omega [\Delta\tau(t - n\tau) - \Delta\tau(t - m\tau)] \} \rangle = \begin{cases} 1 & m = n, \\ \exp(-\sigma^2) & m \neq n. \end{cases} \quad (12)$$

(12)式代入(4)式得有快变化环程扰动时腔的带通特性 T'_p 为:

$$T'_p = \frac{(1-\gamma)(1-K)}{1-R^2} \left\{ \frac{1-R^2 C_L^2(\tau)}{[1-RC_L(\tau)]^2 + 4RC_L(\tau) \sin^2 \theta/2} + 2[1-\exp(-\sigma^2)] \frac{R^2 C_L^2(\tau) - RC_L(\tau) \cos \theta}{[1-RC_L(\tau)]^2 + 4RC_L(\tau) \sin^2(\theta/2)} \right\}, \quad (13)$$

类似地有带阻特性:

$$T'_s = (1-\gamma) \left(1 - \frac{(1-K)(1-K_r)}{1-R^2} \left\{ \frac{1-R^2 C_L^2(\tau)}{[1-RC_L(\tau)]^2 + 4RC_L(\tau) \sin^2(\theta/2)} + 2[1-\exp(-\sigma^2)] \frac{R^2 C_L^2(\tau) - RC_L(\tau) \cos \theta}{[1-RC_L(\tau)]^2 + 4RC_L(\tau) \sin^2(\theta/2)} \right\} \right), \quad (14)$$

T'_s 的带阻特性曲线如图3所示。比较图2与图3可见: 快和慢变化扰动对环形腔特性的影响是

不同的。大小不同的快变化环程光程振动时的环形腔输出特性曲线近似为相似形。小的快变化环程光程振动主要影响环形腔的谐振峰值; 而慢变化的环程光程振动既影响谐振峰值也影响腔的有效带宽。在(11)式中和(14)式中, 当 $\sigma^2 = 0$ 时, 它们即简化为无环程光程扰动时带阻特性公式。当 $\sigma > 2\pi$ 时, $\exp(-\sigma^2) \approx 0$, $T'_p = \frac{(1-\gamma)(1-K)}{1-R^2}$ 为常数, $\exp(-2\sigma^2 \frac{\tau}{\tau_0})$ 很小, 这时环形腔就失去了原有的带阻和带通特性。从上面的分析知道: 无论是快或慢变化的环程光程随机扰动, 大的环程光程随机扰动都会使腔失去带阻和带通特性, 这与入射光相干长度小于腔长时环形腔的特性是相似的。

2.4 环程光程随机振动时环形腔的有效带宽

对各态历经时间远大于环程时间的慢变化扰动, 由(10)式或(11)式可以求出光纤环形腔的有效带宽 $\Delta\nu_e$ 与自由光谱范围 $\Delta\nu_f$ 的比:

$$\frac{\Delta\nu_e}{\Delta\nu_f} = \frac{1 - C_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \tau/\tau_0) R}{\pi \sqrt{C_L(\tau) \exp(-\sigma^2 \tau/\tau_0) R}}. \quad (15)$$

很明显慢变化随机扰动和入射光的频宽、腔的损耗都使环形腔的有效带宽增大, 这与前面分析的结论完全一致。 $\exp(-\sigma^2 \tau/\tau_0)$ 、 $C_L(\tau)$ 和 R 分别代表着慢变化环程光程随机扰动、入射光频宽和腔损耗对腔有效带宽的影响, 当 $\exp(-\sigma^2 \tau/\tau_0)$ 小于 R 及 $C_L(\tau)$ 时, 腔长随机扰动就是增大有效带宽的主要原因。有效带宽随环程光程扰动量 $\exp(-\sigma^2 \tau/\tau_0)$ 的变化关系如图4所示。

对各态历经时间小于环程时间的快扰动情况, 由(13)式或(14)式用上述类似的方法可导出腔的有效带宽 $\Delta\nu'_e$ 与 $\Delta\nu_f$ 的比为

$$\frac{\Delta\nu'_e}{\Delta\nu_f} = \frac{1 - C_L(\tau) R}{\pi \sqrt{C_L(\tau) R}} \sqrt{\frac{1 + C_L(\tau) R [2 \exp(-\sigma^2) - 1]}{2 \exp(-\sigma^2) - 1 + C_L(\tau) R}}. \quad (16)$$

(16)式的第一部分是不考虑环程光程随机扰动时的有效带宽, 第二部分是快变化环程光程随机扰动的影响。对小的环程光程随机扰动, 此项大于1但是接近于1, 所以快变化的环程光程扰动对腔的有效带宽影响很小。有效带宽随环程光程扰动量的变化关系如图5所示。腔的有

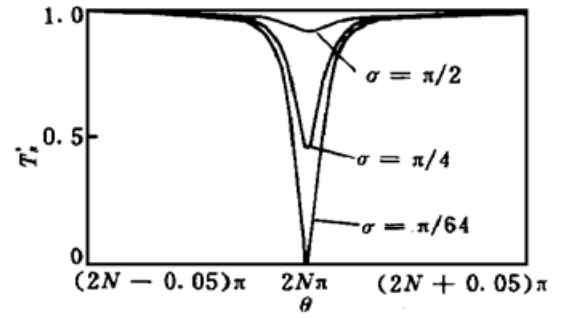


Fig.3 The band-stop characteristics of the resonator met with different quick round-trip optical length fluctuation σ . [$K = K_r = 0.99$, $C_L(\tau) = 1$]

效带宽随腔长扰动均方差的变化比慢变化小两个数量级。

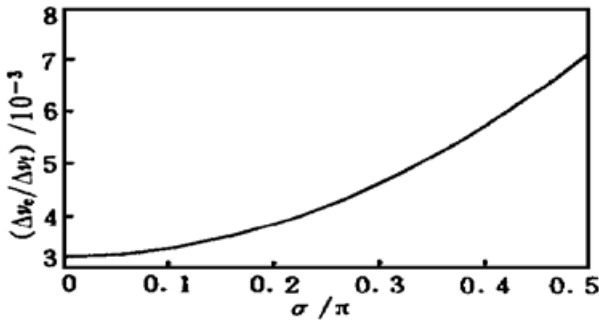


Fig. 4 The curve of $\Delta\nu_e/\Delta\nu_r$ versus the slow fluctuation σ .

[$K = K_r = 0.99, \tau/\tau_0 = 0.05, C_L(\tau) = 1$]

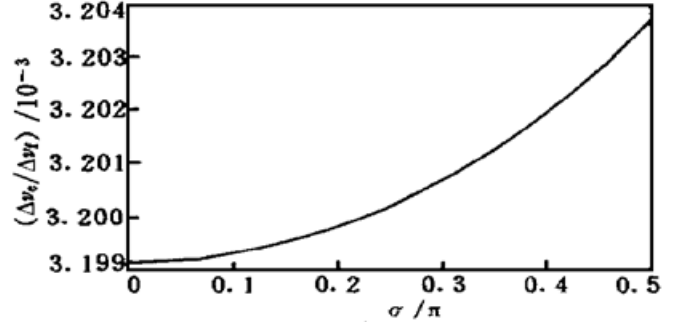


Fig. 5 The curve of $\Delta\nu_e/\Delta\nu_r$ versus the quick fluctuation σ . [$K = K_r = 0.99, C_L(\tau) = 1$]

将图4与图5进行比较并注意到两图纵坐标范围的巨大差别，可以看到：慢和快变化环程随机扰动对腔的有效带宽的影响是不同的。前者与入射光时间相干性一样影响着腔的特性，使有效带宽增大；后者对腔的有效带宽的影响很小。这与图2、图3的带阻特性的结果是一致的。

3 环程光程扰动影响的实验研究

还对环程光程扰动的影响进行了实验研究。将光纤环形腔的一部分光纤放在超声波清洗池内，观察超声波引起的环程扰动对腔的带阻输出特性的影响。

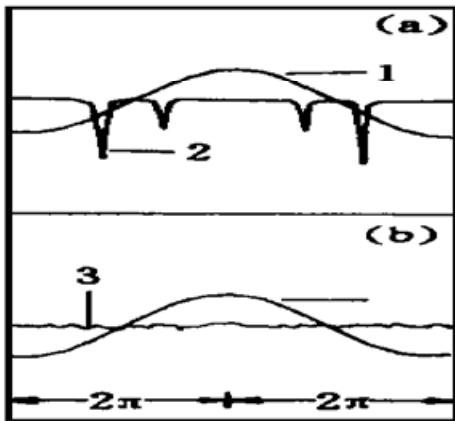


Fig. 6 Oscillogram of the resonator band-stop characteristics. The sinusoidal wave is the scanning voltage exerted on the PZT. (a) Before imposing supersonic fluctuation; (b) After imposing supersonic fluctuation

将约为腔长的二十分之一放入超声池内，用示波器观察加超声波之前和之后腔的带阻特性，摄得的图片如图6所示。曲线1是加在压电陶瓷(PZT)上的正弦电压信号，用来扫描光纤环形腔的带阻输出特性，曲线2是未加超声扰动时光纤环形腔的带阻输出特性；曲线3是加上超声扰动后，环形腔的输出，此时环形腔失去了它的带阻特性。需说明的是，所加的仍属于大的环程扰动，对较小扰动量的详细情况还有待进一步的研究。

结 论 本文对环境引起的环程扰动对光纤环形腔的影响作了详细的理论分析。在各态历经扰动的假设下，根据环形腔的两个时间参量，将扰动分为慢和快二种。理论分析表明：小的慢与快变化扰动的影响是不同的，慢变化扰动影响的结果与入射光时间相干性相同，使有效带宽增大，谐振峰值下降；而快变化扰动主要使谐振峰值下降，对有效带宽的影响很小。但对大的慢或快变化扰动，都会使环形腔失去它的带通和带阻特性。

将腔长的一部分放在超声池内施加扰动的实验研究证实了这一结论。

对一定大小的扰动，环程时间越长，腔的损耗越小，扰动的影响就越大。光纤环形腔的腔长一般较长，所以扰动对光纤环形腔的影响比腔长较短的法布里-珀罗腔大。对有源环形腔和激光谐振腔，有非常小的环程净损耗，扰动的影响就很大。所以本文的结果可以用来解释激光的实际线宽远大于理论线宽极限问题。

对光纤环形腔，它的环程时间一般是纳秒量级，所以快变化的环程光程随机扰动量可能很小。但环形腔的有效带宽为千赫兹量级，它对应的响应时间是毫秒级，所以慢变化的环程光程随机扰动的影响可能是主要的。由于环境的扰动，环程光程随机扰动是不可避免的，所

以对环程光程扰动的研究在理论和实验上都是有意义的。

参 考 文 献

- [1] Stokes L F, Chodorw M, Shaw H J. All-single-mode fiber resonator. *Opt. Lett.*, 1982, **7**(6) ·288~ 290
- [2] Kalli K, Jackson D A. Tunable fiber frequency shifter that uses an all-fiber ring resonator. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(17) ·1243~ 1245
- [3] Mouroulis P, Mcmahon G W. Fiber-optic ring resonator hydrophone. *Proc. Inst. Accoustics.*, 1984, **IPT-3**(1) ·31~ 36
- [4] Kalli K, Jackson D A. Ring Resonator optical spectrum analyzer with 20-kHz resolution. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(15) ·1090~ 1092
- [5] Ohtsuka Y. Optical coherence effects on a fiber-sensing F-P interferometer. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(23) ·4316~ 4320
- [6] Hsu K, Miller C M, *et al.*. Speed-of-light effects in high-resolution long-cavity fiber F-P scanning interferometer. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(3) ·235~ 237
- [7] Peng E T, Ahmed S F, Su C B. Frequency stabilization of a travelling wave semiconductor ring laser using a fiber resonator as a frequency reference. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1994, **6**(3) ·334~ 337
- [8] 胡宗福, 钱景仁, 沈会明. 光源的特性对光纤环形腔有效精细度的影响. *光学学报*, 1997, **17**(5) ·609 ~ 613

Effective Bandwidth of a Fiber-Optic Ring Resonator with Round-trip optical Length Fluctuation

Hu Zongfu

(Department of Telecommunication, Shanghai Tiedao University, Shanghai 200331)

(Received 25 May 1998; revised 4 December 1998)

Abstract The effects of round-trip optical length fluctuation (ROLF), assumed to be an ergodic random process, on a fiber-optic ring resonator (FORR) are analyzed in detail. The results show that the effects of small slow ROLF are the same as the temporal coherence of input light, which makes the FORR effective bandwidth to be broadened. But the effect of small rapid ROLF is different, its effect on the effective bandwidth is very small. However if the ROLF is great enough, the FORR will lose its bandpass and bandstop characteristics. These results are verified experimentally.

Key words fiber-optic ring resonator, round-trip optical length fluctuation, effective bandwidth.