第 20 卷　第 3 期
2000 年 3 月

光　学　学　报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 20, No. 3
March, 2000

# 自适应算法在极光系统参数估算中的应用

常鸿森
(华南师范大学物理系, 广州 510631)

**摘　要**　讨论带参数的自适应时域方法计算极光系统的参数, 以一个有理形式函数模型来代表系统函数, 采用可以在线实时应用的递推自适应算法来确定该模型的参数。利用这种方法处理测量所得的极光亮度数据, 与用互谱方法计算的氧原子[ $OI_{32}$ ] 跃迁时 O( $^1S$ ) 态的平均有效寿命符合得很好。

**关键词**　自适应算法,　递推,　极光,　参数估计,　模型。

传统的极光系统辨识方法是在频域中进行的

$$I_O(j\omega) = H(j\omega)I_N(j\omega), \tag{1}$$

式中 $I_O(j\omega)$ 和 $I_N(j\omega)$ 分别是极光 557.7 nm 和 391.4 nm 分量在角频率 $\omega$ 处的复数值, $H(j\omega)$ 为传递函数。把实测数据 $I_O(n)$ 和 $I_N(n)$ 用非参数谱分析法转为频域复数据, 结果

$$H(j\omega) = G_{ON}(j\omega)/G_{NN}(j\omega), \tag{2}$$

式中 $G_{NN}(j\omega)$ 为谱密度函数, $G_{ON}(j\omega)$ 为互谱密度函数[1]。非参数谱分析方法在选择记录长度、窗口参数等方面掺入了主观因素; 在傅里叶变换和数据截断中引入了误差, 结果是在分辨率与偏差之间作折衷, 而当谱密度很小时估计不稳定。故淘汰序列的傅里叶变换, 直接用观察数据在时域以自适应算法计算系统参数有其优越性, 这种方法允许在线实时地确定系统参数。

## 1　理论模型和公式推导

以等时间间隔 $T$ 取样的序列 $\{I_O(n)\}$ 和 $\{I_N(n)\}$ 以卷积方式相关连

$$I_O(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)I_N(n-k), \tag{3}$$

其中 $h(n)$ 为单位样值响应。对(3)式无限序列使用带参数的有理函数模型展开(互质)

$$h(z) = n(z)/d(z), \tag{4}$$

其中 $n(z) = n(0) + n(1)z + \cdots + n(p)z^p$, $d(z) = 1 + d(1)z + \cdots + d(q)z^q$, (4)式等价于

$$I_O(n) = \frac{n(L)}{d(L)}I_N(n), \tag{5}$$

式中 $L$ 是单位延迟算子。适当选择阶次 $p$、$q$, 有理函数式的模型与实际系统函数的误差能被

收稿日期: 1998-09-13; 收到修改稿日期: 1998-12-25

减小到任意值。至此, 参数估计问题简化为估算有理式模型分子、分母多项式的系数。

系统的参数估算需在时域内使用带噪声的极光亮度信号来估算, 其估算过程如图 1 所示。

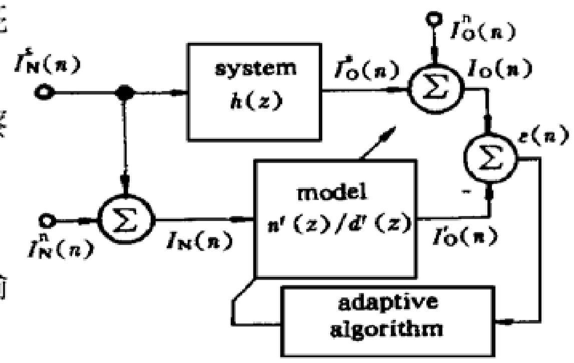


Fig. 1 Adaptive strategy

图中 $I_O^S(n)$ 和 $I_N^S(n)$ 是真实的亮度信号(非观察值), $I_O^n(n)$ 和 $I_N^n(n)$ 是噪声, 则

$$I_O(n) = h(L)I_N(n) + [I_O^n(n) - h(L)I_N^n(n)], \tag{6}$$

(6) 式等号右边第一项为模型(氧原子发射)的亮度输出。根据(5)式, 模型的输出可以写成

$$I_O'(n) = \frac{n'(L)}{d'(L)} I_N(n), \tag{7}$$

某量冠上 ′ 符号, 表示对这个量的估计(下同), 定义参数矢量 $\boldsymbol{P}$ 和数据矢量 $\boldsymbol{D}(n)$

$$\boldsymbol{P}^T = \{n(0), \cdots, n(p), d(1), \cdots, d(q)\}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{D}^T(n) = \{I_N(n), \cdots, I_N(n-p), -I_O(n-1), \cdots, -I_O(n-q)\}, \tag{9}$$

根据以上定义, (6) 式可用矢量运算的形式表示

$$I_O(n) = \boldsymbol{P}^T \cdot \boldsymbol{D}(n) + \epsilon(n), \tag{10}$$

式中 $\epsilon(n)$ 为(6)式的残差。(3) 式的参数矢量最小二乘法估算[2]可以得到递推形式的结果

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{P}'^R(n) &= \boldsymbol{P}'^R(n-1) + \boldsymbol{G}^R(n)\boldsymbol{D}(n)[I_O'(n) - \boldsymbol{D}^T(n)\boldsymbol{P}'^R(n-1)], \\ \boldsymbol{G}^R(n) &= \boldsymbol{G}^R(n-1) - \frac{\boldsymbol{G}^R(n-1)\boldsymbol{D}(n)\boldsymbol{D}^T(n)\boldsymbol{G}^R(n-1)}{1 + \boldsymbol{D}^T(n)\boldsymbol{G}^R(n-1)\boldsymbol{D}(n)}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

(11) 式中的矩阵 $\boldsymbol{G}^R(n)$ 被称为增益矩阵, 定义为

$$\boldsymbol{G}^R(n) = \left[\sum_{k=0}^{N} \boldsymbol{D}(k)\boldsymbol{D}^T(k)\right]^{-1}. \tag{12}$$

通过(11)式对增益矩阵进行递推修正, 然后对参数矢量 $\boldsymbol{P}^R(n)$ 进行递推估算。

极光显现时, 混合型激发过程由下列微分方程表示[3]

$$\dot{I}_O(t) + I_O(t)/\tau_O = k_1 I_N(t) + k_2 X(t), \tag{13}$$

$$\dot{X}(t) + X(t)/\tau_X = k_3 I_N(t), \tag{14}$$

式中 $I_O(t)$ 和 $I_N(t)$ 分别是氧原子[OI$_{32}$]跃迁和 $N_2^+$ 第一负带 $B^2\Sigma_u^+ - X^2\Sigma_g^+$ 跃迁时产生的亮度信号。$X(t)$ 是间接激发过程的中间核素密度, $\tau_O$、$\tau_X$ 分别是 O($^1S$) 态和中间核素的平均有效寿命, $k_1$、$k_2$ 和 $k_3$ 是比例常数。(13) 式、(14) 式离散化后可得 $p = 1$, $q = 2$, 因而

$$k_1 = n(0), \tag{15}$$

$$k_2 k_3 = n(0) m_3 (m_1 - m_2)/2T, \tag{16}$$

$$\tau_O = T/(m_4 - m_1), \tag{17}$$

$$\tau_X = T/(m_4 - m_2), \tag{18}$$

其中 $m_0 = \left[1 - \frac{4d(2)}{d^2(1)}\right]^{1/2}$, $m_1 = \ln(1 + m_0)$, $m_2 = \ln(1 - m_0)$, $m_3 = \frac{n(0)d(1) - 2n(1)}{n(0)d(1)m_0} - 1$, $m_4 = \ln 2 - \ln[-d(1)]$。

## 2　数据采集及处理

1992 年 2 月, 在 Waskasiu(地理 53°55′N, 106°05′W) 使用一个带滤色转轮的光度计, 对 557.7 nm 和 391.4 nm 谱线亮度进行测量。光度计的光轴位于 198°地理方位角, 11°天顶角,

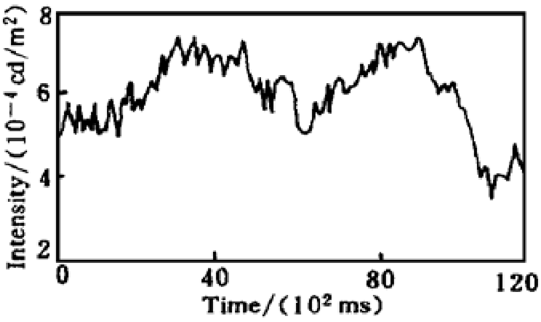


Fig. 2 Example of 557.7 nm data typical of those used in this study

视野为 4°，每通道的采样间隔 $T = 100$ ms。部分典型数据如图 2 所示。选 11 组不连续数据(2048 数据点/组)以两种方法计算 O($^1S$) 态的平均有效寿命，结果如表 1 所示。

从表 1 可见，两种方法计算的 $\tau_0$ 平均值相差不到 0.3%，标准差都小于平均值的 10%。这说明对 $\tau_0$ 值两种计算方法差别不大(但对其余三个参数情况并不这样)[4]。此法与常规的谱分析方法比较，除具有前述的优点外，还有计算过程简单，对计算机的存储、编程能力要求低等好处。由于此法直接在时域里处理测量数据，所以能很好地在线实时估算系统参数。

Table 1. The effective mean lifetime of O($^1S$)

| No. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | mean | std. D. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| adaptive-A | 0.83 | 0.85 | 0.85 | 0.75 | 0.79 | 0.75 | 0.74 | 0.81 | 0.73 | 0.70 | 0.62 | 0.765 | 0.067 |
| C-spectra | 0.80 | 0.86 | 0.84 | 0.72 | 0.80 | 0.74 | 0.79 | 0.79 | 0.66 | 0.75 | 0.62 | 0.763 | 0.070 |

作者衷心感谢 Saskatchewan 大学 Paulson 教授提供极光数据。

## 参 考 文 献

[1] Burns G B, Reid J S. A comparison of methods for calculating O($^1S$) lifetimes. *Aust. J. Phys.*, 1985, **38**(5): 647~656

[2] 张贤达. 现代信号处理. 北京: 清华大学出版社, 1995.

[3] Brekke A, Pettersen H. A possible method for estimating any indirect process in the production of the O($^1S$) atoms in aurora. *Planet. Space Sci.*, 1972, **20**(11): 1569~1576

[4] 常鸿森. 利用时域递归辅助变量法计算极光激发参数. 光谱学与光谱分析, 1998, **18**(4): 394~398

# Application of Adaptive Algorithm to Evaluation of Parameters in Auroral System

Chang Hongsen
(*Department of Physics, South China Normal University, Guangzhou* 510631)

(Received 13 September 1998; revised 25 December 1998)

**Abstract** The parameters in auroral system are calculated using an adaptive parametric time-domain approach. The adaptive algorithm, in which the system function is represented by a rational-form model, allows on-line real-time application. The data processing illustrates that the effective mean lifetime of O($^1S$) thus determined, resulted from the [OI$_{32}$] transition of atomic oxygen, is in accordance very well with the one evaluated in frequency-domain.

**Key words** adaptive algorithm, recursive, aurora, parameter evaluation, model.