

# 光栅投影式轮廓测量中两种误差的分析

郝煜栋 赵 洋 李达成

(清华大学精密仪器系, 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084)

**摘 要** 以像点位移的概念阐述了光学投影式轮廓测量法的原理和关键任务, 详细分析了从相位到像点位移和从像点位移到高度的两项不可忽略的误差源, 并给出了误差补偿方法。数值仿真和实验结果证明了这些方法的有效性。

**关键词** 光栅投影, 轮廓测量, 像点位移。

将特定的光学图样(通常是光栅)投影在物体表面, 通过分析从另一个角度观测到的变形图样获得物体的三维形貌是一种常用的宏观轮廓测量方法。以此为基础, 现已发展了移相法、傅里叶变换法、空域相移法、莫尔法等多种相位测量算法以及不胜枚举的叠相还原(或称相位解截断、相位去包裹)算法<sup>[1]</sup>。对于条纹投影轮廓测量法的误差分析文献相对较少, 可能是因为目前研究者大多把重点放在算法的研究上。对于相位测量误差的研究基本上沿用了干涉图分析的研究结果。Biancardi 等人<sup>[2]</sup>是较早报道系统标定的研究者, 他们分析了投影条纹周期  $p$  以及投影、摄像系统空间几何参数  $L$ 、 $d$  (参见图 1) 的偏差导致的系统误差, 还首次指出了“视差”效应。Liang 和 Su<sup>[3]</sup>用仿真的方法研究了  $p$ 、 $L$ 、 $d$  的误差, 得出了与 Biancardi 等人相似但更为全面的结论。Saldner 和 Huntley<sup>[4]</sup>在一篇报道中较详尽地介绍了仪器标定过程, 并给出了一些有价值的实验误差数据。本文首先引入像点位移的概念, 并以此阐述了光学图样投影式轮廓测量法的原理和关键任务, 然后详细分析了从相位到像点位移和从像点位移到高度的两项误差源, 并给出了误差补偿方法。

## 1 像点位移原理

光学投影式轮廓测量法从二维图像获取被测物体的三维信息, 可以用“像点位移”的概念来阐述。像点位移可以这样理解: 如图 1 所示, 从空间一点  $P$  射出的光线与  $x-y$  平面(即参考平面)交于  $B$  点, 并成像于探测器平面  $x'-y'$  上的  $B'$  点; 如果存在被测物体, 该光线与物体表面交于  $C$  点,  $C$  点成像于  $A'$  点。在探测器看来, 由于被测物体的存在, 像点由  $B'$  移动到  $A'$ ,  $A'B'$  就是像点位移。 $A'B'$  对应于参考面上的  $AB$  ( $A'B' = AB \times M$ ,  $M$  为摄像机的成像放大率; 为了讨论方便  $AB$  也称为像点位移), 而  $AB$  与  $C$  点的高度(即  $C$  点到参考面的距离  $CG$ ) 有确定的函数关系。因此通过测量像点位移就可以获得物体的高度信息。基于三角法的光学图



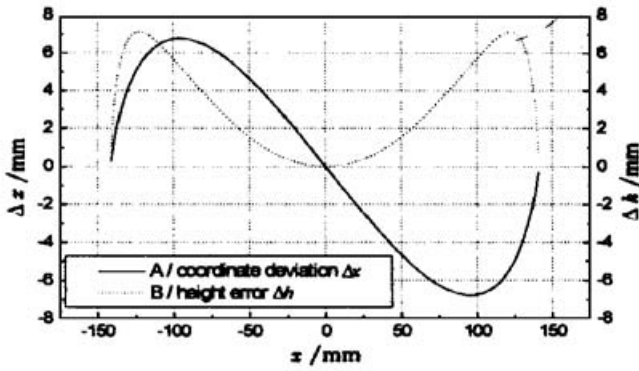


Fig. 2 Coordinate deviation-induced height error

这种方法思路简单，计算量小，一般都能保证足够的精度。在物体边缘处虽然有最大 0.60 mm 的误差，但这一误差是因为物体轮廓在此处有连续而不可导的奇异点。在边缘以外的误差在 0.05 mm 以下。

### 3 投影条纹误差

在交叉光轴结构中，投影在参考平面上的条纹不是均匀的。不失一般性，仅考虑一维情况，如图 4 所示，垂直于  $PO$  的直线  $x'$  (在  $x-z$  坐标系中为  $z = dx/L$ ) 上的条纹是均匀分布的，即相位为线性的

$$\Phi(x') = kx',$$

由  $P$  点射出的一条光线与  $x$  轴和  $x'$  轴分别交于  $(x, 0)$  和  $(x_0, y_0)$ ，这两点具有相同的相位值。由此得出  $x$  轴上的相位分布

$$\Phi = ax / (bx + c), \tag{4}$$

其中  $a = kL \sqrt{d^2 + L^2}$ ,  $b = -d$ ,  $c = d^2 + L^2$ 。

显然  $\Phi(x)$  是双曲线，如果用线性函数

$$\Phi = (a/c)x \tag{5}$$

近似，其相对偏差为

$$\epsilon = (\Phi - \Phi) / \Phi = (b/c)x = [d / (d^2 + L^2)]x, \tag{6}$$

$\epsilon$  与  $x$  成正比，而且只与  $x$  和  $P$  点坐标有关。当  $d = 300$  mm,  $L = 1000$  mm,  $x \in (-100$  mm, 100 mm) 时，在测量范围边缘相对误差达到最大  $\epsilon_{\max} = 2.76\%$ 。这样的误差是不可接受的。如果以二次方程

$$\Phi = \Phi(1 + \epsilon) = (a/c)x + (ab/c^2)x^2 \tag{7}$$

近似，最大相对误差将减小到约 0.076%。因此，用二次方程近似完全能满足精度要求。

我们进行了实验验证。图 5(a) 所示为实验中交叉光轴结构在参考面上的相位分布用线性、二次、三次多项式拟合的误差曲线。其中纵轴表示

$$\Delta k = (\Phi_e - \Phi) / 2\pi, \tag{8}$$

式中  $\Phi_e$  和  $\Phi$  分别表示实测相位和拟合相位值。显然，线性拟合的误差很大，而二次和三次方程拟合误差小得多，二者相差不大。图 5(b) 为对  $k_e = \Phi_e / 2\pi$  进行线性、二次、三次和四次多项式拟合的整体标准差的变化曲线。显然，用二次方程拟合参考相位可以在精度和计算速度方面得到平衡的优势。这一思想已经成功地应用于作者提出的非线性小数重合法<sup>[6]</sup>中。

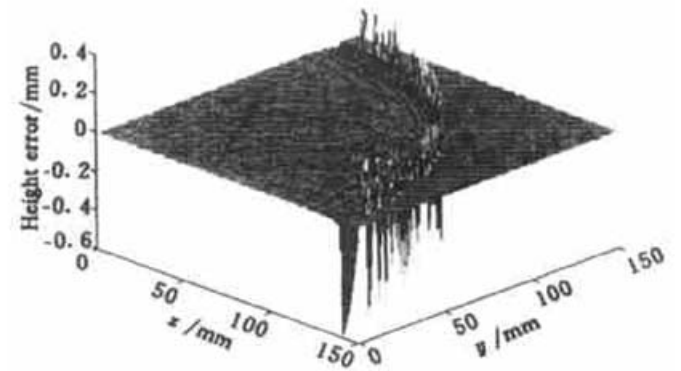


Fig. 3 Residual error after re-sampling

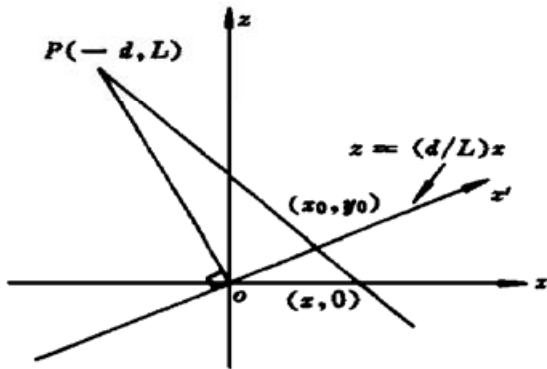


Fig. 4 Phase-coordinate relationship on reference

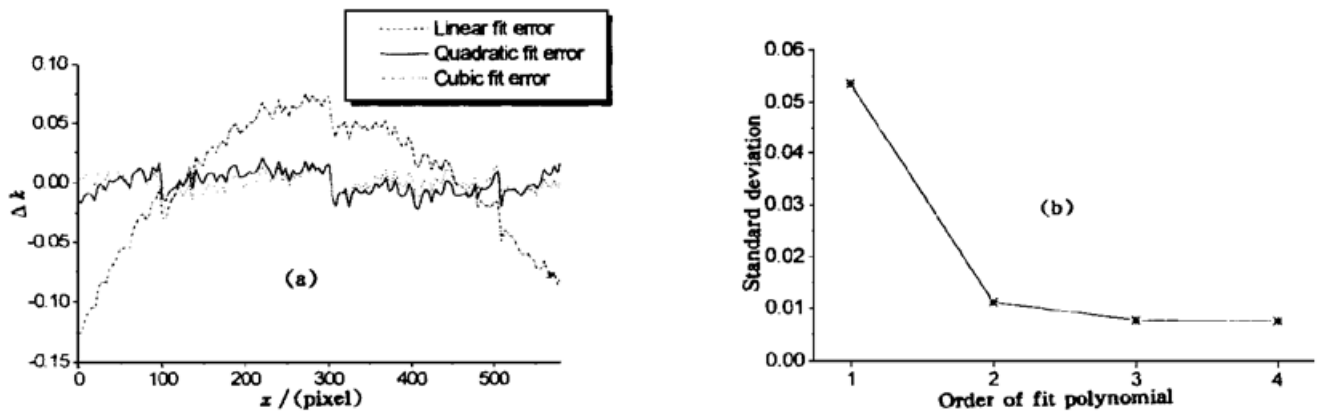


Fig. 5 Polynomial fitting of scaled reference phase using different orders

**结 论** 引入像点位移的概念可以更好地理解光学投影式轮廓测量法的原理和关键任务。本文详细分析了从相位到像点位移的投影条纹非均匀性和从像点位移到高度的坐标偏差两项误差源,并给出了有效的误差补偿方法。分析并减少这两项误差在不断提高测量精度、扩大测量范围以及使光学投影式轮廓测量实现自动化和实用化的过程中将会越来越重要。

### 参 考 文 献

- [1] 郝煜栋, 赵 洋, 李达成. 光学投影式三维轮廓测量技术综述. 光学技术, 1998, (3): 57~ 60, 64
- [2] Biancardi L, Sansoni G, Docchio F. Adaptive whole-field optical profilometry: A study of the systematic errors. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1995, **44**(1): 36~ 40
- [3] Liang Xiaoping, Su Xianyu. Computer simulation of a 3-D sensing system with structured illumination. *Opt. Lasers Engng.*, 1997, **27**(4): 379~ 393
- [4] Saldner H O, Huntley J M. Profilometry using temporal phase unwrapping and a spatial light modulator-based fringe projector. *Opt. Engng.*, 1997, **32**(2): 610~ 615
- [5] 李继陶, 苏显渝, 向立群. 激光三角法距离传感: 散斑的影响. 光电工程, 1997, **24**(2): 69~ 72
- [6] 郝煜栋, 赵 洋, 李达成. 非线性小数重合法及其在轮廓测量中的应用. 光学学报, 1999, **19**(11): 1518~ 1522

## Analysis of Two Errors in Grating Projection Profilometry

Hao Yudong    Zhao Yang    Li Dacheng

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Dept. of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 12 November 1998; revised 14 January 1999)

**Abstract** A new concept — image point displacement (IPD) is presented, on which the principles and key tasks in light pattern projection profilometry are re-interpreted and evaluated. Two non-negligible error sources from phase to IPD and from IPD to height are analyzed in detail. Some compensation approaches are proposed and verified by numerical simulation and experiments.

**Key words** grating projection, profilometry, image point displacement.