

激光冷却铯原子喷泉频标的黑体辐射频移*

高 卫¹⁾ 柯熙政²⁾ 刘海峰²⁾

1), 中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学开放实验室, 上海 201800
2), 中国科学院陕西天文台, 西安 710600

摘 要 研究了激光冷却铯原子喷泉频标的黑体辐射频移(包括黑体辐射塞曼频移和黑体辐射斯塔克频移), 推导了频移的计算公式, 估算了室温下频移及其不确定度的大小, 分析了黑体辐射频移对频标准确度的影响。结果表明: 1) 室温下黑体辐射塞曼频移可达 10^{-15} 量级, 在评定铯原子喷泉频标准确度时, 需要对此项频移加以修正; 2) 在利用直流斯塔克效应估算黑体辐射斯塔克频移时, 由直流极化率常数 κ 的测量误差导致的黑体辐射斯塔克频移的修正误差约为 4×10^{-16} , 是黑体辐射斯塔克频移的主要误差来源。此项频移误差是决定铯原子喷泉频标准确度总体水平的主要因素之一。最后还提出建议, 通过设计更精密的测量铯原子超精细跃迁直流斯塔克频移的实验以提高直流极化率常数 κ 的测量准确度, 从而可以减小黑体辐射斯塔克频移误差。

关键词 激光冷却, 铯原子喷泉频标, 黑体辐射, 频移。

1 引 言

激光冷却与囚禁技术^[1]是一种有着广泛应用前景的原子操控技术, 基于激光冷却与囚禁技术的铯原子喷泉频标^[2]是近年来研制成功的一种新型频标, 它利用由近共振负失谐的偏振激光束和空间不均匀磁场形成的磁光阱(MOT), 直接从室温下的原子气室中捕获、冷却原子, 可得到密度在 $10^5/\text{cm}^3$ 以上、温度低达 μK 量级的冷原子源。然后通过调节垂直方向上激光频率的失谐向上发射冷原子团, 原子团在运动过程中将上下两次通过同一微波谐振腔, 从而完成 Ramsey 分离振荡场作用。由于采用 μK 量级温度的冷原子源, 相应的原子热运动的方均根速率只有每秒几厘米, 远远低于传统铯原子束频标中热束原子的速度, 因此与原子热运动速度有关的各项频移如二级多普勒频移都显著减小。另一方面, 由于采用了原子喷泉方法, 即利用单个微波腔完成分离振荡场作用, 原则上将消除腔相位差及由腔相位差引起的频移。可见铯原子喷泉频标克服了限制传统铯原子束频标准确度的两个主要因素, 即二级多普勒频移和腔相位差频移^[3, 4], 其准确度显著提高。1992 年法国时间频率基准实验室(LPTF)研制成功铯原子喷泉频标, 据初步估计, 其准确度可达 2×10^{-15} ^[5], 比现有的准确度最高的频率基准、美国国家标准和技术研究所(NIST)的光抽运铯原子束基准 NIST-7^[6](准确度为 1×10^{-14})的准确度提高一个量级。可见, 激光冷却铯原子喷泉频标完全可能成为新一代的原

* 国家科技部(95-Yu-34)和国家自然科学基金(19834060)资助课题。

收稿日期: 1998-12-09

子时间频率基准。

所谓频率基准,是指为了在物理上实现原子时秒定义,即复现原子秒的目的而使用的频率标准,是校准一般频率标准的参考。频率基准的准确度表征频率基准实际输出频率值与定义值符合的程度,反映该基准复现秒定义的能力,是频率基准最重要的性能指标。目前国际单位制中作为秒定义的是无干扰下 ^{133}Cs 原子基态超精细跃迁频率 $\omega_0 = 9\,192\,631\,770\text{ Hz}$,但实际上铯原子频标的输出频率是经过选态、C场作用、受激跃迁、检测、伺服放大等多个物理和技术处理后的原子跃迁频率,每一处理步骤都会不可避免地引入干扰,使输出频率偏离定义值。为此,在评定频率基准的准确度时,需要研究各种可能的干扰效应和频移机制,对各种频移从理论上加以分析估算、从实验上加以测量,再对输出频率加以修正,使之符合定义值。而估算频移总有一定误差,误差大小同理论上对频移机制的认识深度和实验测试水平有关。各种频移误差的总和代表输出频率偏离定义值的不确定程度,也就是它的准确度^[7]。

激光冷却铯原子喷泉频标作为新一代的原子频率基准,由于其准确度的总体水平有了大幅度的提高,在评定准确度时,一些对于传统的铯原子束频标可以忽略的频移因素现在必须要重新考虑。本文将详细考虑由铯原子喷泉频标的相互作用区内存在的热辐射场引起的铯原子基态超精细跃迁频率的移动即黑体辐射频移及其对频标准度的影响。这对于正确评定铯原子喷泉频标的准确度和探索提高其准确度的途径具有重要意义。

2 辐射频移的来源

根据辐射场与原子相互作用的量子理论^[8-10],如果原子的共振跃迁由某一频率的辐射场引起,那么任何其它非共振频率的辐射场的存在都会干扰并改变跃迁频率。这种干扰是通过电磁场与原子电偶极矩或磁偶极矩的相互作用,即交流斯塔克效应和交流塞曼效应使原子能级发生变化,从而导致原子跃迁频率的移动。通常在频标的相互作用区内因各种原因都不可避免地存在着一些附加辐射场,例如热辐射场等,这些辐射场将会通过交流斯塔克效应或交流塞曼效应使原子超精细跃迁频率移动,导致辐射频移。

考虑二能级原子系统与一频率为 ω 的辐射场的相互作用。根据量子力学的微扰理论,当 $|\omega - \omega_0|$ 远大于跃迁线宽时,可计算出由频率为 ω 的辐射场引起的原子跃迁频率的移动为^[7, 10]

$$\delta\omega = \frac{2b^2}{\omega_0 - \omega} \quad (1)$$

式中 ω_0 为原子固有频率,即原子未受干扰时的跃迁频率,场强参量 b 表示辐射场与原子相互作用的大小,与电磁场强度及联系两能级的偶极跃迁矩阵元成正比。对于磁偶极相互作用

$$b = -\frac{B_0\mu_{mn}}{2\hbar}, \quad (2)$$

而

$$\mu_{mn} = \int \Psi_m^* \mu_z \Psi_n d\tau, \quad (3)$$

式中 $\hbar = h/2\pi$, h 为普朗克常数, B_0 为辐射场磁场分量振幅, μ_z 为原子磁偶极矩算符在磁场方向的分量, Ψ_m 、 Ψ_n 为原子上下能级波函数。对于电偶极相互作用

$$b = -\frac{E_{0p} \mu_{mn}}{2\hbar}, \quad (4)$$

p_{mn} 定义为

$$p_{mn} = \int \Psi_m^* p_z \Psi_n d\tau, \quad (5)$$

式中 E_0 为辐射场电场分量振幅, p_z 为原子电偶极矩算符在电场方向的分量。

3 黑体辐射塞曼频移

在铯原子频标中, 热辐射场的磁场分量将通过与铯原子基态两超精细能级之间的磁偶极耦合作用使超精细跃迁频率移动, 其频移可用(1)式和(2)式计算。需要计算出原子磁矩在两超精细态之间的跃迁矩阵元 μ_{mn} 。原子总磁矩等于电子磁矩与核磁矩之和, 即 $\mu_F = \mu_J + \mu_I$, 因核磁矩 $\mu_I \ll \mu_J$, 故可略去 μ_I , 得

$$\mu_F \approx \mu_J = -g_J \mu_B J, \quad (6)$$

式中 μ_B 为玻尔磁子, g_J 为电子磁矩的朗德 g 因子。由于铯原子基态为 S 态, $L = 0$, 故 $J = S$, 这时

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} = 2, \quad (7)$$

故得原子总磁矩

$$\mu_F = -2\mu_B J, \quad (8)$$

于是超精细跃迁矩阵元为

$$\mu_{mn} = \mu_{30; 40} = -2\mu_B J_{30; 40}. \quad (9)$$

角动量超精细跃迁矩阵元可利用下式^[7]

$$J_{F, m_F; F+1, m_F} = B \sqrt{(F+1)^2 - m_F^2} \quad (10)$$

来计算, 其中

$$B = \left[\frac{(F-J+I+1)(F+J-I+1)(F+J+I+2)(J+I-F)}{4(F+1)^2(2F+1)(2F+3)} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

对于¹³³Cs 原子, $J = 1/2$, $I = 7/2$, $F = 3$, 代入(11)式, 得 $B = 1/8$ 。再利用(10)式, 可以得到 $J_{30; 40} = 1/2$, 代入(9)式, 即得

$$\mu_{mn} = -\mu_B, \quad (12)$$

所以有

$$b = \frac{B_0 \mu_B}{2\hbar}. \quad (13)$$

由于热辐射场具有连续谱, 总的塞曼频移应为(1)式对辐射场频率的积分。根据普朗克黑体辐射理论, 热平衡时黑体辐射场能量密度按频率的分布为

$$\rho(\omega) d\omega = \frac{\hbar \omega^3 d\omega}{\pi^2 c^3 [\exp(\hbar \omega/kT) - 1]}, \quad (14)$$

其中电场能量密度和磁场能量密度相等, 它们按频率的分布为

$$\rho_e(\omega) d\omega = \epsilon_0 E^2(\omega) d\omega/2 = \rho(\omega) d\omega/2 = \frac{\hbar \omega^3 d\omega}{2\pi^2 c^3 [\exp(\hbar \omega/kT) - 1]}, \quad (15)$$

$$\rho_m(\omega) d\omega = B^2(\omega) d\omega/2\mu_0 = \rho(\omega) d\omega/2 = \frac{\hbar \omega^3 d\omega}{2\pi^2 c^3 [\exp(\hbar \omega/kT) - 1]}. \quad (16)$$

令 $d\rho(\omega)/d\omega = 0$, 可得黑体辐射谱极大值对应的频率为

$$\omega_m = 2.82kT/h, \quad (17)$$

显然在室温下 $\omega_m \gg \omega_0$, ω_0 为原子超精细跃迁频率, 于是由频率为 ω 的辐射场引起的原子跃迁频移

$$\delta\omega = \frac{2b^2}{\omega_0 - \omega} \approx -\frac{2b^2}{\omega}. \quad (18)$$

对辐射场频率积分, 考虑到(13)式, 可得总的塞曼频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\int_0^\infty \frac{2b^2}{\omega_0\omega} d\omega = -\int_0^\infty \frac{\mu_B^2 B^2(\omega)}{2\hbar^2 \omega_0\omega} d\omega, \quad (19)$$

利用(16)式, 可得

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{\mu_0\mu_B^2}{2\pi^2 c^3 h \omega_0} \int_0^\infty \frac{\omega^2 d\omega}{\exp(h\omega/kT) - 1}. \quad (20)$$

利用积分公式

$$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\exp x - 1} = 2\zeta(3) \approx 2.40411, \quad (21)$$

可得黑体辐射塞曼频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -4.933 \times 10^{-15} (T/300)^3, \quad (22)$$

可见黑体辐射塞曼频移取决于相互作用区的温度。设 $T = 300$ K, 则黑体辐射塞曼频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -4.933 \times 10^{-15}. \quad (23)$$

对于传统的铯原子束频标, 准确度为 $10^{-13} \sim 10^{-14}$ [7], 这样的频移无须修正, 但对于铯原子喷泉频标, 由于其准确度已达 10^{-15} 量级并逼近 10^{-16} 量级[5], 必须对此项频移进行准确修正。

(22)式表明, 对黑体辐射塞曼频移修正的精度取决于对相互作用区温度的测量误差。对(22)式取微分, 可得由 T 的测量误差导致的频移修正误差为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = 3 \times 4.933 \times 10^{-15} (T/300)^3 \frac{\delta T}{T}, \quad (24)$$

设温度测量误差 $\delta T = 0.5$ K, 则在 $T = 300$ K 时的频移误差为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = 2.5 \times 10^{-17}, \quad (25)$$

4 黑体辐射斯塔克频移

由于铯原子基态两超精细态之间的电偶极跃迁矩阵元为零, 所以两超精细态之间没有电偶极相互作用, 热辐射场的电场分量只能通过基态与激发态之间的电偶极相互作用使基态超精细能级移动, 从而导致超精细跃迁频移。

设原子允许的最低电偶极跃迁频率为 ω_{ed} , 则根据文献[11]的证明, 当辐射场频率 $\omega \ll \omega_{ed}$ 时, 由其电场分量引起的超精细跃迁斯塔克频移近似等于由大小等于辐射场电场强度有效值的静电场引起的超精细跃迁直流斯塔克频移, 两者的相对差值为 $(\omega/\omega_{ed})^2$ 量级。对于碱金属原子, 最低电偶极跃迁为原子基态到第一激发态的 D 线跃迁, 根据(17)式, 在室温下有

$$\left(\frac{\omega_m}{\omega_{ed}}\right)^2 \approx 3 \times 10^{-3}, \quad (26)$$

故可利用直流斯塔克效应计算黑体辐射斯塔克频移, 这样计算带来的相对误差为 10^{-3} 量级。

利用原子束磁共振方法, 可测得 ^{133}Cs 原子超精细跃迁频率在均匀静电场中的直流斯塔克频移为^[12, 13]

$$\delta\nu = -\kappa E^2 = -2.25 \times 10^{-10} E^2 \text{ Hz}, \quad (27)$$

式中 E 为所加静电场的电场强度, 单位为 V/m , 系数 κ 是与极化率有关的一常数, 称为直流极化率常数, 单位为 $\text{m}^2/(\text{s} \cdot \text{V}^2)$ 。那么, 由频率为 ν 的辐射场电场分量引起的原子超精细跃迁的交流斯塔克频移则为

$$\delta\nu = -\kappa E_{\text{rms}}^2, \quad (28)$$

E_{rms} 为辐射场电场强度的方均根值(有效值)。

根据(15)式, 黑体辐射场总的电场能量密度为

$$\rho_e = \int_0^\infty \hat{\rho}_e(\omega) d\omega = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^\infty E^2(\omega) d\omega, \quad (29)$$

利用积分公式

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp x - 1} = \frac{\pi^4}{15}, \quad (30)$$

即得

$$\rho_e = \frac{\pi^2 (kT)^4}{30 (\hbar c)^3}. \quad (31)$$

另一方面, 总电场能量密度

$$\rho_e = \frac{\epsilon_0}{2} E_{\text{eff}}^2 = \frac{\epsilon_0}{2} \langle E^2(t) \rangle, \quad (32)$$

式中

$$E_{\text{eff}} = \sqrt{\langle E^2(t) \rangle} \quad (33)$$

为热辐射场电场强度有效值(即方均根值)。由(31)式和(32)式, 可得热辐射场电场强度有效值的平方为

$$E_{\text{eff}}^2 = \frac{\pi^2 (kT)^4}{15 \epsilon_0 (\hbar c)^3}, \quad (34)$$

于是根据(28)式, 可得由热辐射场电场分量引起的交流斯塔克频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx -\frac{\kappa E_{\text{eff}}^2}{\nu_0} = -\frac{\pi^2 \kappa (kT)^4}{15 \epsilon_0 \nu_0 (\hbar c)^3} = -\alpha \kappa (T/300)^4, \quad (35)$$

式中系数

$$\alpha = \frac{\pi^2 (300k)^4}{15 \epsilon_0 \nu_0 (\hbar c)^3} = 7.602 \times 10^{-5} \text{ s} \cdot \text{V}^2/\text{m}^2 \quad (36)$$

为一与测量无关的常数。(35)式表明, 黑体辐射斯塔克频移取决于相互作用区的温度, 并与绝对温度的四次方成正比, 因此随温度升高而迅速增大。

设测得直流极化率常数 $\kappa = 2.25 \times 10^{-10} \text{ m}^2/(\text{s} \cdot \text{V}^2)$ ^[13], 则当 $T = 300 \text{ K}$ 时, 黑体辐射斯塔克频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -1.710 \times 10^{-14}, \quad (37)$$

可见, 室温下的黑体辐射斯塔克频移相当可观, 对于原子喷泉频标, 必须对此项频移作准确

修正。

根据(35)式,在修正黑体辐射斯塔克频移时,不仅对相互作用区温度的测量误差会带来修正误差,直流极化率常数 κ 的测量误差也会带来修正误差。对(35)式取微分,可得由 T 和 κ 的测量误差所带来的黑体辐射斯塔克频移的修正误差为

$$\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0} = \alpha\kappa(T/300)^4\left(4\frac{\delta T}{T} + \frac{\delta\kappa}{\kappa}\right), \quad (38)$$

设温度测量误差 $\delta T = 0.5\text{ K}$,则在 $T = 300\text{ K}$ 时由此导致的频移误差为

$$\left[\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0}\right]_T = 1 \times 10^{-16}. \quad (39)$$

利用原子束分离振荡场磁共振方法测量直流极化率常数 κ 时,由于对分离场间距和电场极板长度、间距的测量误差以及电场不均匀等原因,会导致2%~3%的极化率常数 κ 的测量误差^[12, 13]。根据(38)式,在 $T = 300\text{ K}$ 时,由此导致的频移误差为

$$\left[\frac{\delta(\Delta\nu)}{\nu_0}\right]_{\kappa} = 4 \times 10^{-16}. \quad (40)$$

由此可见,直流极化率常数 κ 的测量误差是黑体辐射斯塔克频移修正的主要误差来源。此项频移误差接近于铯原子喷泉频标中超冷原子碰撞频移误差的水平(在铯原子喷泉频标中,由原子密度测量误差带来的超冷原子碰撞频移的修正误差约为 5×10^{-16} ,参见文献[14]),因此它是决定铯原子喷泉频标准确度总体水平的主要因素之一。设计更精密的测量铯原子超精细跃迁直流斯塔克频移的实验以提高直流极化率常数 κ 的测量准确度是减小黑体辐射斯塔克频移修正误差的关键。

结 论 1) 室温下黑体辐射塞曼频移可达 10^{-15} 量级,在评定铯原子喷泉频标准确度时,需要对此项频移加以修正。

2) 在利用直流斯塔克效应估算黑体辐射斯塔克频移时,由直流极化率常数 κ 的测量误差导致的黑体辐射斯塔克频移的修正误差约为 4×10^{-16} ,是黑体辐射斯塔克频移的主要误差来源。此项频移误差是决定铯原子喷泉频标准确度总体水平的主要因素之一。通过设计更精密的测量铯原子超精细跃迁直流斯塔克频移的实验以提高直流极化率常数 κ 的测量准确度,是减小黑体辐射斯塔克频移修正误差的关键。

衷心感谢王义道教授的指点和帮助。

参 考 文 献

- [1] Metcalf H, Straten P. Cooling and trapping of neutral atoms. *Phys. Rep.*, 1994, **244**(4, 5): 203~286
- [2] Clairon A, Laurent Ph, Santarelli G *et al.*. Cesium fountain frequency standard: preliminary results. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1995, **44**(2): 128~131
- [3] Wineland D. The cesium beam frequency standard-prospects for the future. *Metrologia*, 1977, **13**(1): 121~123
- [4] De Marchi A. The optically pumped cesium fountain: 10^{-15} frequency accuracy? *Metrologia*, 1982, **18**(1): 103~116
- [5] Santarelli G, Ghezali S, Laurent Ph *et al.*. Recent results of the LPTF cesium fountain primary fre-

- quency standard. *Proc. 1995 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, New York: IEEE, 1995. 60~ 65
- [6] Lee W, Shirley J, Lowe J *et al.*. The accuracy evaluation of NIST-7. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1995, **44**(2) : 120~ 123
- [7] 王义遒, 王庆吉, 傅济时等. 量子频标原理, 北京: 科学出版社, 1986. 323, 165, 197
- [8] Salwen H. Resonance transitions in molecular beam experiments. I. general theory of transitions in a rotating magnetic field. *Phys. Rev.*, 1955, **99**(4) : 1274~ 1286
- [9] Ramsey N. Resonance transitions induced by perturbations at two or more different frequencies. *Phys. Rev.*, 1955, **100**(4) : 1191~ 1194
- [10] Mizushima M. Theory of resonance frequency shift due to radiation field. *Phys. Rev.*, 1964, **133** (2A) : A414~ A418
- [11] Itano W, Lewis L, Wineland D. Shift of the $^{2S_{1/2}}$ hyperfine splitting due to the black body radiation. *Phys. Rev.*, 1982, **A25**(2) : 1233~ 1235
- [12] Haun R, Zacharias J. Stark effect on cesium-133 hyperfine structure. *Phys. Rev.*, 1957, **107**(1) : 107~ 109
- [13] Mowat J. Stark effect in alkali-metal ground-state hyperfine structure. *Phys. Rev. (A)*, 1972, **5**(3) : 1059~ 1062
- [14] 高 卫. 激光冷却与囚禁铯原子喷泉频率基准准确度的研究. 博士论文, 中国科学院陕西天文台, 1998.

Frequency Shift Due to Blackbody Radiation in the Laser-Cooled Cesium Fountain Frequency Standard

Gao Wei

(Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Ke Xizheng Liu Haifeng

(Shaanxi Astronomical Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Lintong, Shaanxi 710600)

(Received 9 December 1998)

Abstract The shift of the cesium hyperfine transition frequency due to blackbody radiation is investigated. The formulas for calculating the shift are derived, and the shift as well as the uncertainty at room temperature is evaluated. In addition, the effect of the frequency shift due to blackbody radiation on the accuracy of the laser-cooled cesium fountain frequency standard is analyzed. Blackbody ac Zeeman shift at room temperature is calculated to be of 10^{-15} order, thus should be corrected for the cesium fountain frequency standard in determining the accuracy of the standard. When the blackbody ac Stark shift of cesium hyperfine transition is evaluated by determining the dc Stark effect, the uncertainty in the determination of ^{133}Cs dc hyperfine polarizability constant κ will bring out a fractional frequency uncertainty of about 4×10^{-16} to the correction of blackbody ac Stark shift. This uncertainty is one of the critical factors governing the accuracy level of the cesium fountain frequency standard. In this connection, more precise experiments to determine ^{133}Cs dc hyperfine Stark shift are desirable.

Key words laser cooling, cesium fountain frequency standard, blackbody radiation, frequency shift.