

# 掺铒光纤放大器中抽运问题的理论分析\*

杜戈果 陈国夫 刘东峰

(中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

**摘 要** 依据掺铒光纤放大器的速率方程和光传输方程, 在不计放大自发辐射的情况下, 得出了抽运功率和信号增益在放大器中沿光纤分布的隐函形式的解析表达式, 并利用数值模拟对三种抽运方式下的放大器特性进行了分析。

**关键词** 掺铒光纤放大器, 抽运方式, 放大器特性。

## 1 引 言

光纤放大器的抽运方式有三种: 前向抽运、后向抽运和双向抽运。在前向抽运方式中, 信号光和抽运光沿同一方向传输, 也称为正向抽运; 在后向抽运方式中, 信号光和抽运光沿相反方向传输, 也称作反向抽运; 在双向抽运方式中, 抽运光沿两个方向同时进入光纤放大器。

对于三种不同的抽运方式, 个别文献利用数值计算进行过论述, 但偏于简单<sup>[1~3]</sup>。本文从速率方程和光传输方程出发, 得到了解析表达式, 从理论上比较详尽地分析了不同抽运方式下掺铒光纤放大器的特性。

## 2 理论分析

在 980 nm 激光抽运下, 掺铒光纤放大器是三能级结构。但由于从高能态 ( $^4I_{11/2}$ ) 弛豫到亚稳态 ( $^4I_{13/2}$ ) 所需的时间(纳秒量级) 远远小于亚稳态的寿命  $\tau_{21}$  ( $\sim 10$  ms), 因此可忽略高能态 ( $^4I_{11/2}$ ) 上的粒子数, 将放大器用二能级系统与双波长相互作用来描述。

考虑光纤中只传播信号光、抽运光的情况, 假设信号光沿光纤轴 ( $z$  轴) 正向传播, 其速率方程为<sup>[4, 5]</sup>

$$\frac{dN_2(z, t)}{dt} = \frac{\Gamma_p \sigma_{ap} [P_p^+(z) + P_p^-(z)]}{A c h \nu_p} N_1(z, t) + \frac{\Gamma_s \sigma_{as} P_s(z)}{A c h \nu_s} N_1(z, t) - \frac{\Gamma_s \sigma_{es} P_s(z)}{A c h \nu_s} N_2(z, t) - A_{21} N_2(z, t), \quad (1)$$

$$N_1(z, t) + N_2(z, t) = N_0, \quad (2)$$

光传播方程为

\* 中国科学院基金资助(KJ952-J1-705)。

$$\frac{dP_p^\pm(z)}{dz} = \mp \Gamma_p \sigma_{ap} N_1(z, t) P_p^\pm(z), \quad (3)$$

$$\frac{dP_s(z)}{dz} = \Gamma_s [\sigma_{es} N_2(z, t) - \sigma_{as} N_1(z, t)] P_s(z), \quad (4)$$

式中  $N_1(z, t)$ 、 $N_2(z, t)$  分别表示基态和亚稳态的粒子数密度,  $N_0$  为铷离子掺杂浓度;  $P_p$ 、 $P_s$  分别表示抽运光、信号光功率;  $h\nu_p$ 、 $h\nu_s$  分别为抽运光和信号光光子能量;  $\pm$  表示传播方向;  $A_c$  表示纤芯掺铷有效面积, 近似于纤芯面积;  $A_{21} = 1/\tau_{21}$ ,  $\Gamma_p$ 、 $\Gamma_s$  分别是抽运光和信号光与铷掺杂区的重叠因子;  $\sigma_{ap}$ 、 $\sigma_{as}$  为基态对抽运光和信号光的吸收截面,  $\sigma_{es}$  为激发态的受激发射截面。

稳态条件下,  $dN_2(z, t)/dt = 0$ , 并且各物理量均与时间无关。通过求解(1) ~ (4) 式<sup>[6]</sup>, 可得到  $P_p^\pm(z)$  和  $P_s(z)$  的隐函数形式的表达式:

$$\left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} \right]^\beta \exp(-\beta \Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{\nu_p P_s(0)}{\nu_s [P_p^+(0) + P_p^-(z)]} \left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_s(z)/P_s(0)] + \Gamma_s \sigma_{as} N_0 z\} A_c h \nu_p}{\tau \Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es}) [P_p^+(0) + P_p^-(z)]}, \quad (5)$$

$$\left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right]^{1/\beta} \exp(\Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{\nu_s [P_p^+(0) + P_p^-(z)]}{\nu_p P_s(0)} \left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_p^+(z)/P_p^+(0)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z\} A_c h \nu_s}{\tau \Gamma_p \sigma_{ap} P_s(0)}, \quad (6)$$

$$P_p^-(z) = \frac{P_p^+(0)}{P_p^+(z)} P_p^-(0), \quad (7)$$

$$\left[ \frac{P_p^-(0)}{P_p^-(L)} \right]^{1/\beta} \exp(\Gamma_s \sigma_{es} N_0 L) = 1 - \frac{\nu_s [P_p^+(0) + P_p^-(L)]}{\nu_p P_s(0)} \left[ \frac{P_p^-(0)}{P_p^-(L)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_p^-(0)/P_p^-(L)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 L\} A_c h \nu_s}{\tau \Gamma_p \sigma_{ap} P_s(0)}, \quad (8)$$

其中  $\beta = \frac{\Gamma_p \sigma_{ap}}{\Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es})}$ ,  $\tau = 1/A_{21}$ 。

双向抽运下, 已知  $P_p^+(0)$  和  $P_p^-(L)$ , 利用(8) 式求出  $P_p^-(0)$ , 连同(7) 式代入(6) 式, 求出  $P_p^+(z)$ ; 然后代入(7) 式得出  $P_p^-(z)$ , 将它代入(5) 式求出  $P_s(z)$ 。

前向抽运下, 只有  $P_p^+(z)$  存在, (5) 式、(6) 式改写为

$$\left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} \right]^\beta \exp(-\beta \Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{\nu_p P_s(0)}{\nu_s P_p^+(0)} \left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_s(z)/P_s(0)] + \Gamma_s \sigma_{as} N_0 z\} A_c h \nu_p}{\tau \Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es}) P_p^+(0)}, \quad (9)$$

$$\left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right]^{1/\beta} \exp(\Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{\nu_s P_p^+(0)}{\nu_p P_s(0)} \left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_p^+(z)/P_p^+(0)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z\} A_c h \nu_s}{\tau \Gamma_p \sigma_{ap} P_s(0)}. \quad (10)$$

(10) 式与文献[5]中的(16) 式相同。为了比较, 仍然给出了前向抽运下的部分结论。

后向抽运下, 只有  $P_p^-(z)$  存在, 表达式可改写为

$$\left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} \right]^\beta \exp(-\beta \Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{\nu_p P_s(0)}{\nu_s P_p^-(z)} \left[ \frac{P_s(z)}{P_s(0)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_s(z)/P_s(0)] + \Gamma_s \sigma_{as} N_0 z\} A_c h \nu_p}{\tau \Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es}) P_p^-(z)}, \quad (11)$$

$$\left[ \frac{P_p^-(z)}{P_p^-(0)} \right]^{-1/\beta} \exp(\Gamma_s \sigma_{es} N_0 z) = 1 - \frac{v_s P_p^-(0)}{v_p P_s(0)} \left[ 1 - \frac{P_p^-(z)}{P_p^-(0)} \right] - \frac{\{\Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z - \ln [P_p^-(z)/P_p^-(0)]\} A_c h v_s}{\tau \Gamma_p \sigma_{ap} P_s(0)}, \quad (12)$$

$$\left[ \frac{P_p^-(0)}{P_p^-(L)} \right]^{1/\beta} \exp(\Gamma_s \sigma_{es} N_0 L) = 1 - \frac{v_s P_p^-(L)}{v_p P_s(0)} \left[ \frac{P_p^-(0)}{P_p^-(L)} - 1 \right] - \frac{\{\ln [P_p^-(0)/P_p^-(L)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 L\} A_c h v_s}{\tau \Gamma_p \sigma_{ap} P_s(0)}, \quad (13)$$

信号增益定义为:  $G(z) = 10 \log_{10}[P_s(z)/P_s(0)]$ , 单位为 dB。

### 3 数值模拟

虽然在上节中间接得到了忽略放大自发辐射时  $P_p^\pm(z)$  和  $P_s(z)$  的隐函数形式的表达式, 但从中不能一目了然地看出它们沿光纤长度的变化规律。应用数值方法(Newton 迭代法) 对其进行模拟计算。计算中所用的参数同文献[5]。

#### 3.1 前向抽运或后向抽运

图 1 为归一化的  $P_p^\pm(z)$  在不同抽运功率下沿光纤的分布曲线, “+”表示前向抽运, “-”表示后向抽运。图 1(a) 为小信号情况, 图 1(b) 为大信号情况。

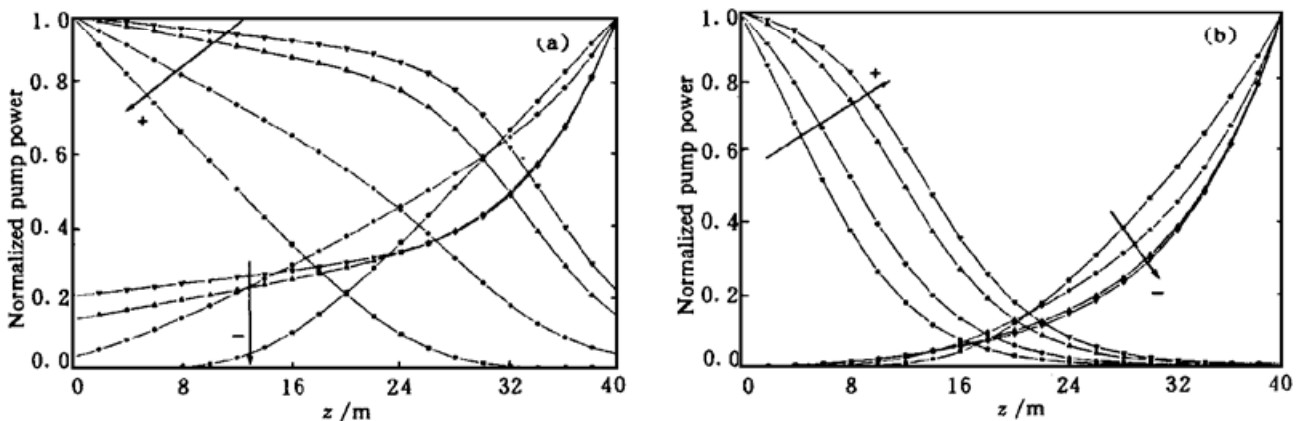


Fig. 1 Normalized pump power versus fiber coordinate for different pump powers in the forward (+) and backward (-) pumping cases. (a) Small input signal of 1  $\mu$ W, (b) Large input signal of 1 mW.  $\bullet$   $P_p = 20$  mW,  $\blacktriangle$   $P_p = 60$  mW,  $\blacktriangledown$   $P_p = 100$  mW,  $\blacksquare$   $P_p = P_{pth}$

图 2 为相应的  $G(z)$  沿光纤的分布曲线, 图 2(a) 为小信号情况, 图 2(b) 为大信号情况。

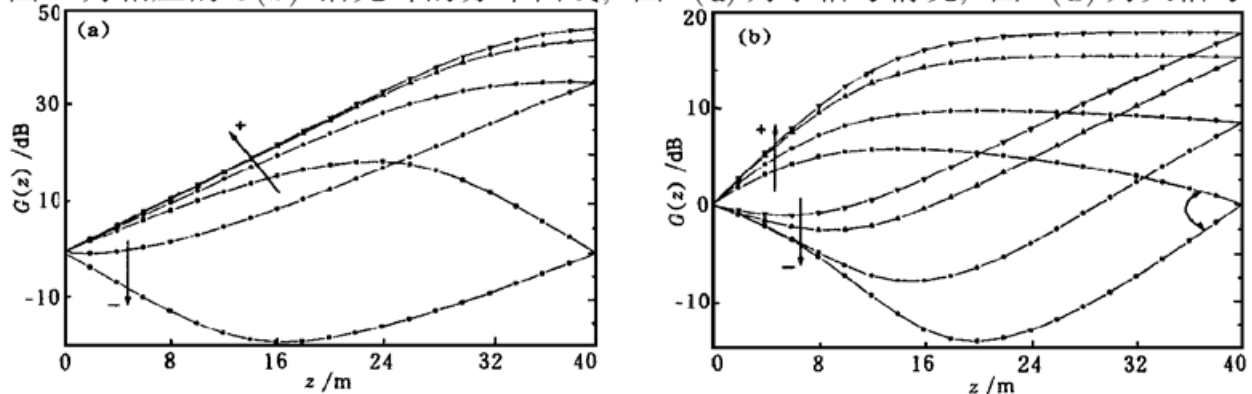


Fig. 2 Amplifier gain as a function of fiber coordinate for different pump powers in the forward (+) and backward (-) pumping schemes. (a) Small input signal of 1  $\mu$ W, (b) Large input signal of 1 mW.  $\bullet$   $P_p = 20$  mW,  $\blacktriangle$   $P_p = 60$  mW,  $\blacktriangledown$   $P_p = 100$  mW,  $\blacksquare$   $P_p = P_{pth}$

图 2(a) 中后向抽运下只给出阈值和小功率抽运时的增益曲线。较大抽运功率时, 两种抽运方式下增益曲线差别不大, 如图 3 所示。

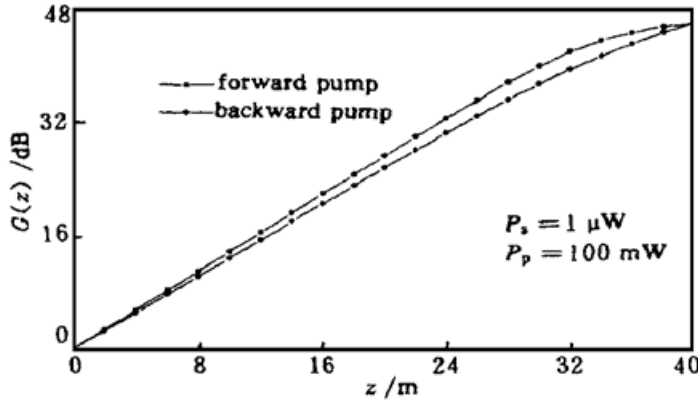


Fig. 3 Gain comparison between the forward pumping and backward pumping with the same pump power and input signal

从图 1~ 图 3 可以得出以下结论:

1) 相同抽运功率、不同抽运方式下(其它条件相同), 光纤末端信号增益是相同的, 但沿光纤的分布是不同的, 即在两种抽运方式下, 只在  $z = 0$  和  $z = L$  处,  $G(z)$  是相等的。从前面的公式中也可看出这一点。将  $z = L$  代入(9)式和(11)式, 在  $P_p^-(L) = P_p^+(0)$  时, 两式完全一样。因为讨论的掺铒光纤放大器模型是理想条件下的, 这个结果是显而易见的。

2) 相同抽运功率、不同抽运方式下(其它条件相同),  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性, 或者说  $P_p^+(z)$  不等于  $P_p^-(L - z)$ , 但是满足  $P_p^-(0) = P_p^+(L)$ 。因为在相同抽运功率下, 在光纤末端信号得到了相同的放大, 消耗的抽运功率是相同的, 所以剩余的抽运功率也相同, 故有  $P_p^-(0) = P_p^+(L)$ 。

因为信号光的存在, 使得  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性。在不存在信号光的情况下, 应该有  $P_p^+(z) = P_p^-(L - z)$  成立。对(10)式和(12)式分别进行处理, 可以得到

$$\frac{\ln [P_p^+(z)/P_p^+(0)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z}{\Gamma_p \sigma_{ap}} = - \frac{\tau P_p^+(0)}{A c h \nu_p} \left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} - 1 \right], \quad (14)$$

$$\frac{\ln [P_p^-(L - z)/P_p^-(L)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z}{\Gamma_p \sigma_{ap}} = - \frac{\tau P_p^-(L)}{A c h \nu_p} \left[ \frac{P_p^-(L - z)}{P_p^-(L)} - 1 \right]. \quad (15)$$

在  $P_p^-(L) = P_p^+(0)$  时, 得到  $P_p^+(z) = P_p^-(L - z)$ 。

3) 相同抽运功率、同一种抽运方式下, 大信号情况与小信号情况相比, 大信号情况下, 受激辐射增强, 单位长度上消耗的上能级粒子数增加,  $P_p^\pm(z)$  消耗更快; 信号增益数值减小, 则是由信号光强引起的增益饱和。前向抽运下抽运功率随光纤长度的衰减可从文献[7]中的实验结果得到证实。

4) 从图中看到, 后向抽运下有  $G(z) < 0$  的情况, 解释如下: 后向抽运下,  $P_p^-(z)$  沿负  $z$  轴逐渐减小, 当  $P_p^-(z)$  小于阈值后, 光纤对信号光不再有放大作用, 反而吸收信号光; 因为信号光与抽运光传播方向相反, 所以信号光从  $z = 0$  起首先被光纤吸收, 对应着  $G(z) < 0$ , 当功率大于阈值后, 光纤对信号放大。

从相同情况的前向抽运来看, 信号光沿  $z$  轴逐渐增大, 至最大值后开始下降。这种情况已有类似的实验报道, 见文献[8]中的图 2。它和后向抽运下增益小于零的情况都说明所用的光纤太长

从图 1~ 图 3 可以得出以下结论:

1) 相同抽运功率、不同抽运方式下(其它条件相同), 光纤末端信号增益是相同的, 但沿光纤的分布是不同的, 即在两种抽运方式下, 只在  $z = 0$  和  $z = L$  处,  $G(z)$  是相等的。从前面的公式中也可看出这一点。将  $z = L$  代入(9)式和(11)式, 在  $P_p^-(L) = P_p^+(0)$  时, 两式完全一样。因为讨论的掺铒光纤放大器模型是理想条件下的, 这个结果是显而易见的。

2) 相同抽运功率、不同抽运方式下(其它条件相同),  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性, 或者说  $P_p^+(z)$  不等于  $P_p^-(L - z)$ , 但是满足  $P_p^-(0) = P_p^+(L)$ 。因为在相同抽运功率下, 在光纤末端信号得到了相同的放大, 消耗的抽运功率是相同的, 所以剩余的抽运功率也相同, 故有  $P_p^-(0) = P_p^+(L)$ 。

因为信号光的存在, 使得  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性。在不存在信号光的情况下, 应该有  $P_p^+(z) = P_p^-(L - z)$  成立。对(10)式和(12)式分别进行处理, 可以得到

因为信号光的存在, 使得  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性。在不存在信号光的情况下, 应该有  $P_p^+(z) = P_p^-(L - z)$  成立。对(10)式和(12)式分别进行处理, 可以得到

$$\frac{\ln [P_p^+(z)/P_p^+(0)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z}{\Gamma_p \sigma_{ap}} = - \frac{\tau P_p^+(0)}{A c h \nu_p} \left[ \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} - 1 \right], \quad (14)$$

$$\frac{\ln [P_p^-(L - z)/P_p^-(L)] + \Gamma_p \sigma_{ap} N_0 z}{\Gamma_p \sigma_{ap}} = - \frac{\tau P_p^-(L)}{A c h \nu_p} \left[ \frac{P_p^-(L - z)}{P_p^-(L)} - 1 \right]. \quad (15)$$

在  $P_p^-(L) = P_p^+(0)$  时, 得到  $P_p^+(z) = P_p^-(L - z)$ 。

3) 相同抽运功率、同一种抽运方式下, 大信号情况与小信号情况相比, 大信号情况下, 受激辐射增强, 单位长度上消耗的上能级粒子数增加,  $P_p^\pm(z)$  消耗更快; 信号增益数值减小, 则是由信号光强引起的增益饱和。前向抽运下抽运功率随光纤长度的衰减可从文献[7]中的实验结果得到证实。

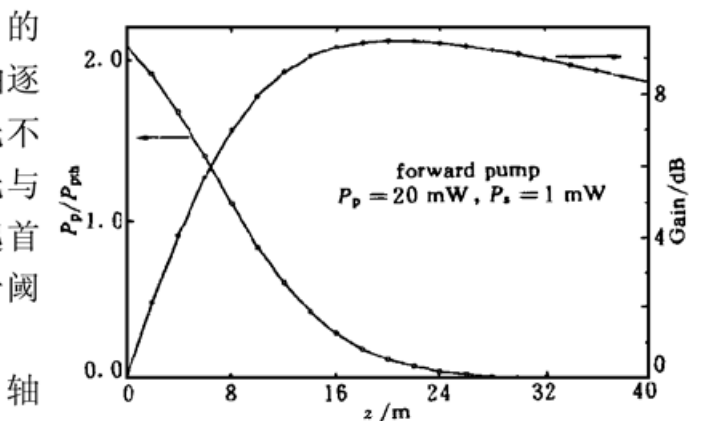


Fig. 4 The variation of gain and pump power with fiber coordinate for a given pump power

了,超过了最佳光纤长度。在抽运功率一定时,两种抽运方式下,最佳光纤长度值是相同的。这与文献[3]中的结论一致。

从图中也看到,在阈值抽运下,光纤末端增益为0,这与阈值功率的定义是相符的。但增益曲线在两种抽运方式下的分布是完全不同的。另外,在计算中发现,信号增益最大处并不完全同  $P_p(z) = P_{\text{pth}}$  处的光纤长度相一致,例如图4情况,从中可以清楚地看出,增益最大值对应的光纤长度约20 m,而纵坐标  $(P_p(z)/P_{\text{pth}})$  为1的点所对应的横坐标值约8.7 m。这一点与文献[9]用四阶龙格-库塔法数值求解得到的结果一致。

### 3.2 双向抽运

图5(a)、图5(b)分别为小信号和大信号情况下,前向传输的抽运功率(箭头所指“+”的曲线)和后向传输的抽运功率(箭头所指“-”的曲线)沿光纤的分布;图6(a)、6(b)分别为两种情况下信号增益沿光纤的分布。图中抽运功率的取值有5组,其中前3组取值满足  $P_p^-(L) + P_p^+(0)$  的总和相等。

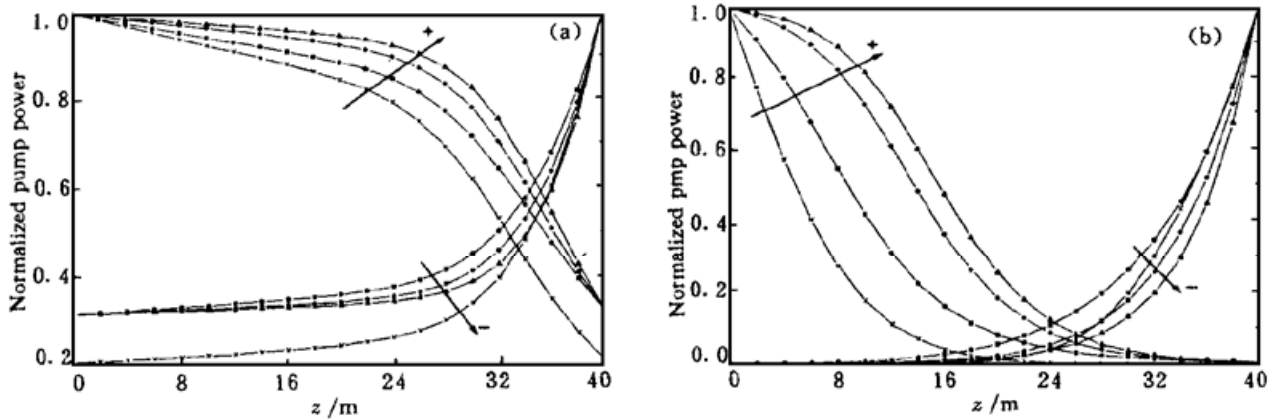


Fig. 5 Normalized forward (+) and backward (-) pump power versus fiber coordinate for different pump powers in the bi-directional pumping scheme. (a) Small input signal of  $1 \mu\text{W}$ , (b) Large input signal of  $1 \text{ mW}$ .  $\blacksquare P_p = (20, 180)$ ,  $\bullet P_p = (100, 100)$ ,  $\blacktriangle P_p = (180, 20)$ , (a)  $\times P_p = (50, 50)$ , (b)  $\times P_p = (5, P_{\text{pth}} - 5)$

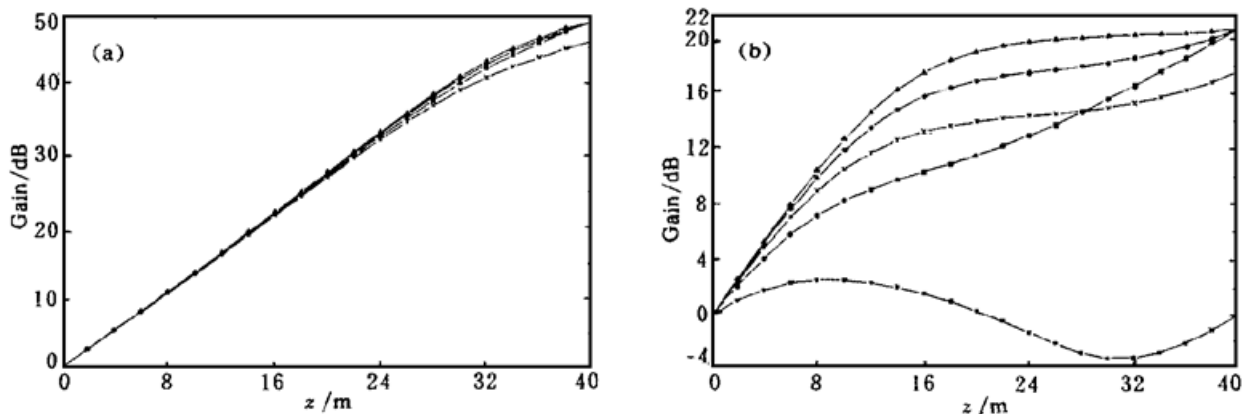


Fig. 6 Amplifier gain as a function of fiber coordinate for different pump powers in the bi-directional pumping configuration. (a) Small input signal of  $1 \mu\text{W}$ , (b) Large input signal of  $1 \text{ mW}$ .  $\blacksquare P_p = (20, 180)$ ,  $\bullet P_p = (100, 100)$ ,  $\blacktriangle P_p = (180, 20)$ ,  $\times P_p = (50, 50)$ ,  $\times P_p = (5, P_{\text{pth}} - 5)$

无论是小信号情况,还是大信号情况,在某一抽运功率下,  $P_p^+(z)$  和  $P_p^-(z)$  的分布关于  $z = L/2$  轴不具有反演对称性,或者说  $P_p^+(z)$  沿  $z$  轴的分布与  $P_p^-(z)$  沿负  $z$  轴的分布是不同的,但是满足  $P_p^+(0) \times P_p^-(0) = P_p^+(z) \times P_p^-(z)$ 。由于前三组取值的特殊性,三条归一化  $P_p^+(z)$  曲线在  $z = L$  处相等,三条归一化  $P_p^-(z)$  曲线在  $z = 0$  处相等。

无论是小信号情况, 还是大信号情况, 由于前三组取值的特殊性, 这三条增益曲线在  $z = L$  处相等。小信号情况下, 这三条增益曲线的分布很接近; 而大信号情况下, 分布却各不相同。在阈值抽运下, 光纤末端增益为零。

从图 1~ 图 3 比较可看出, 当双向抽运下光纤两端抽运功率之和与单端抽运功率相等时, 光纤末端的增益是相同的(其它条件相同), 因此最佳光纤长度值也是相同的。

**小 结** 本文从速率方程和光传输方程出发, 经过推导, 得出了抽运功率和增益的隐函数形式的间接解析式, 并利用数值模拟分析了三种不同抽运方式下它们沿光纤轴 ( $z$  轴) 的分布, 得到了一些有益的结论, 这些结论有助于了解放大器的特性。

### 参 考 文 献

- [1] Morkel P R, Laming R I. Theoretical modeling of erbium-doped fiber amplifiers with excited-state absorption. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(19) : 1062~ 1064
- [2] Montecchi M, Mecozzi A, Settembre M *et al.*. Gain and noise in rare-earth-doped optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1991, **8**(1) : 134~ 141
- [3] Desurvire E. Analysis of gain difference between forward- and backward-pumped erbium-doped fiber amplifiers in the saturation regime. *IEEE Photon. Technol Lett.*, 1992, **4**(7) : 711~ 714
- [4] 周炳琨, 高以智. 陈家骅等编. 激光原理, 北京: 国防工业出版社, 1984. 11, 157~ 160
- [5] 杜戈果, 陈国夫. 980 nm 泵浦掺铒光纤放大器增益特性的理论研究. 中国科学 A 辑, 1998, **28**(6) : 535~ 541
- [6] 陈建国, 武 岚, 卢玉村. 掺铒光纤放大器的速率方程研究. 中国激光, 1993, **A20**(4) : 256~ 259
- [7] Desurvire E, Simpson J R, Becker P C. High-gain erbium-doped travelling-wave fiber amplifier. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(11) : 888~ 890
- [8] Yamada M, Shimizu M, Takeshita T *et al.*. Er<sup>3+</sup>-doped fiber amplifier pumped by 0.98  $\mu\text{m}$  laser diodes. *IEEE Photon. Technol Lett.*, 1989, **1**(12) : 422~ 424
- [9] 孙军强, 黄德修, 李再光. 掺铒光纤放大器的最佳光纤长度和增益特性. 光通信技术, 1994, **18**(1) : 26~ 30

## Theoretical Studies on the Distribution of Pump Power for 980 nm-Pumped Erbium-Doped Fiber Amplifier

Du Geguo      Chen Guofu      Liu Dongfeng

(State Key Laboratory of Transient Optics Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068)

(Received 26 October 1998; revised 14 December 1998)

**Abstract** Three kinds of pumping schemes are considered for erbium-doped fiber amplifiers (EDFA) pumped in the 980 nm absorption band excluding the effects of ASE process. Based on rate equations and light propagation equations under the condition of the steady-state, implicit and analytical solutions of the pump power and the gain for EDFA have been derived. Using these deduced expressions and numerical simulations, curves of the pump power and the gain as a function of fiber coordinate for different pump powers with small and large input signal, respectively, have been analyzed and discussed in three different pumping configurations, namely, forward pumping, backward pumping and bi-directional pumping.

**Key words** erbium-doped fiber amplifiers, pumping schemes, features of amplifiers.