

生物组织中光子迁移的统计性质研究

张西芹 刘 迎 马世宁

(天津大学理学院国家教育部光电子信息工程开放实验室, 天津 300072)

摘 要 研究了生物组织中散射光子程长的概率分布函数 $P(l)$ 及其一阶统计性质, 并由 $P(l)$ 导出了二阶统计量——漫射光时间自相关函数 $g_1(\tau)$ 的表达式, 讨论了影响 $g_1(\tau)$ 衰减快慢的因素。

关键词 生物组织, 光子迁移, 程长概率分布, 散射。

1 引 言

近年来用可见光或者红外光对生物组织进行医疗诊断的研究已成为国际上研究的热点之一^[1~3]。研究生物组织性质的方法可分为宏观和微观两种, 宏观方法主要是用漫射理论研究能量的传输^[4, 5], 目前已经研究得比较深入; 微观方法主要是用蒙特卡罗(Monte-Carlo)方法研究光子的迁移^[6]。生物组织是一种强散射随机介质, 并且是一种活体组织, 因此散射光动力学方法可以提供散射体及其周围环境的许多信息, 但是由于多重散射掩盖了有用信息, 许多应用只适用于单散射近似。实际上, 在多重散射系统中, 散射光所携带的散射介质的信息可以用其统计性质来描述。本文从光子漫射方程出发, 推导了作布朗运动的随机散射介质中散射光子程长的概率分布函数, 由此导出并分析了程长的一阶统计平均、最可几程长和时间自相关函数。

2 均匀随机散射介质中程长概率分布函数的理论

2.1 散射光子程长概率分布函数 $P(l)$ 的推导

在随机散射介质中, 从光源到某一探测点光子所走路程的长度称为散射光子的程长, 用 l 表示。由于光子是被随机散射的, 每个光子所走路程不同, 如图 1 所示, 到达同一探测点的所有光子的程长服从概率分布函数 $P(l)$ 。 $P(l)$ 可以用蒙特卡罗方法模拟得到, 本文则由漫射方程解析得到。

在无限大均匀随机散射介质中, 短脉冲点光源条件下, 漫射方程

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{r}, t) - D \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, t) + \mu_a \Phi(\mathbf{r}, t) = S(\mathbf{r}, t)$$

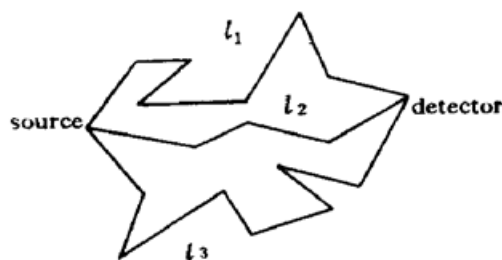


Fig. 1 Digram of photons diffusion in a random medium

的解是^[4]:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = c(4\pi Dct)^{-3/2} \exp[-r^2/(4Dct) - \mu_a ct], \quad (1)$$

式中 $\Phi(\mathbf{r}, t)$ 为能流密度, c 为光在介质中的传播速度, D 为光子漫射系数,

$$D = \{3[\mu_a + (1 - g)\mu_s]\}^{-1},$$

μ_a 为吸收系数, μ_s 为散射系数, g 为各向异性因子, 有效散射系数 $\mu'_s = (1 - g)\mu_s$ 。

空间中某一点的强度随时间的概率分布函数可以表示为^[3, 7]

$$P(t) = |J(\mathbf{r}, t)| \int_0^\infty |J(\mathbf{r}, t)| dt, \quad (2)$$

式中 $J(\mathbf{r}, t) = -D \nabla \Phi(\mathbf{r}, t)$ 是能流。由于 $l = ct$, 由 $P(t)$ 可以得到程长的概率分布函数:

$$p(l) = P(t) \left| \frac{dt}{dl} \right|_{l=ct} = (1/c) | -D \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) | \int_0^\infty | -D \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) | dt, \quad (3)$$

积分可得

$$P(l) = 2^{-3/2} (D\mu_a)^{-3/2} r^{3/2} \{K_{-3/2}[r(\mu_a/D)^{1/2}]\}^{-1} l^{-5/2} \exp[-r^2/(4Dl) - \mu_a l], \quad (4)$$

式中 $K_{-3/2}[r(\mu_a/D)^{1/2}]$ 是第二类变形贝塞尔函数。由(4) 式可见, $P(l)$ 的分布决定于探测点距

光源光源的距离 r 、散射介质的吸收系数 μ_a 和光子漫射系数 D , 而 D 决定于 μ_a 和 μ'_s 。在短脉冲点光源情况下,

$P(l)$ 也可以由实验测得。Liu 和 Yoo 等^[8, 9] 研究者用飞秒超快激光脉冲对不同厚度的鸡胸组织进行了实验研究, 结果表明, 光脉冲透过鸡胸组织后被时间展宽, 作者对实验结果并未从理论上进行分析。本文所导出的

(4) 式可以对其进行理论解释。由(3) 式可知, 被展宽脉冲的强度随时间的分布规律与程长概率分布规律相同, 只是差一常数, 也就是说, 某时刻的强度值除以所有时间

内接收到的总光强就是该时刻对应程长的概率。Yoo 等人的实验结果^[8] 与本文所推导的理论规律相符, 不同 r 情况下 $P(l)$ 的理论曲线如图 2 所示。实验结果也表明, 组织越厚, 脉冲被展得越宽, 峰值越小, 这就说明探测点离光源越远, 光子被散射的次数越多, 较长程长的

概率增加, 程长的概率分布越平缓。

只是差一常数, 也就是说, 某时刻的强度值除以所有时间内接收到的总光强就是该时刻对应程长的概率。Yoo 等人的实验结果^[8] 与本文所推导的理论规律相符, 不同 r 情况下 $P(l)$ 的理论曲线如图 2 所示。实验结果也表明, 组织越厚, 脉冲被展得越宽, 峰值越小, 这就说明探测点离光源越远, 光子被散射的次数越多, 较长程长的概率增加, 程长的概率分布越平缓。

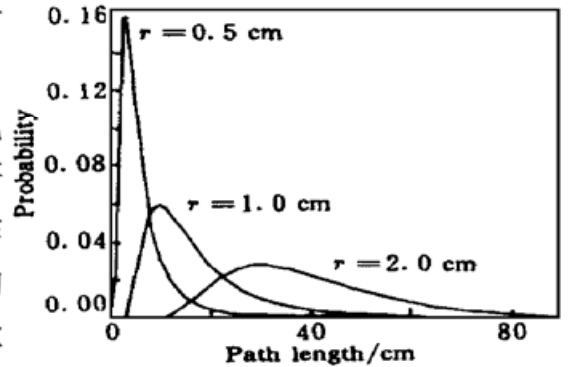


Fig. 2 Theoretical results for different r

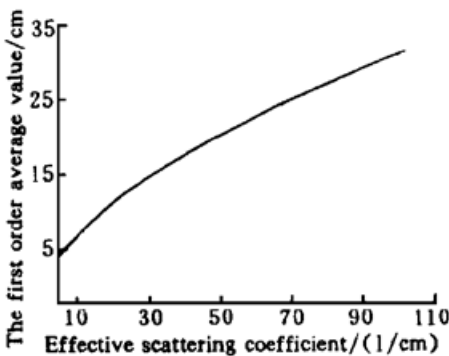


Fig. 3 The relation between the first order average value of path length and effective scattering coefficient

2.2 程长的一阶统计平均值

散射光子程长的一阶统计平均值反映了所有光子整体的散射运动情况, 由 $P(l)$ 可得:

$$\langle l \rangle = \int_0^\infty lP(l) dl = \frac{r^2}{2(r \sqrt{D\mu_a + D})} = \frac{r^2}{2\{r \sqrt{\mu_a/3(\mu_a + \mu'_s)} + 1/[3(\mu_a + \mu'_s)]\}}, \quad (5)$$

考虑吸收系数 μ_a 远小于有效散射系数 μ'_s 的情况, 由(5) 式可见, 一阶平均值主要决定于 μ'_s 与 r , $\langle l \rangle$ 与 μ'_s 的关系曲线如图 3 所示, 随着介质散射系数的增大, 光子被散射的次数增加,

平均程长增大,由此可见,程长的一阶统计平均值反映了介质的散射性质。当 μ'_s 较小时,漫射近似不成立。

2.3 最可几程长

程长概率分布函数的极大值所对应的程长称之为最可几程长,用 l_p 表示。令

$$\partial P(l)/\partial l = 0,$$

得

$$[l_p + 5/(4\mu_a)]^2 = r^2/(4D\mu_a) + [5/(4\mu_a)]^2. \quad (6)$$

Liu 和 Yoo 等人实验测量了飞秒激光脉冲通过鸡胸组织后被展宽脉冲的峰值延迟时间,实验结果表明,随着组织厚度的增加,峰值延迟时间增大,二者基本呈线性关系^[8]。峰值延迟时间所对应的是最可几程长 l_p , l_p 与 r 的关系曲线如图4所示,当 $l_p \gg 5/(4\mu_a)$ 并且 r 较大时,可以认为 l_p 与 r 是线性关系。在文献[8]中,将实验结果拟合为一条直线。

由(6)式还可以得到:

$$\mu'_s = (1 - g)\mu_s = \frac{1}{3r^2}(4\mu_a l_p^2 + 10l_p) - \mu_a. \quad (7)$$

由此可见,只要测得了 l_p 和 μ_a , 就可以得到介质的有效散射系数 μ'_s 。 l_p 与 μ'_s 的关系曲线如图5所示。

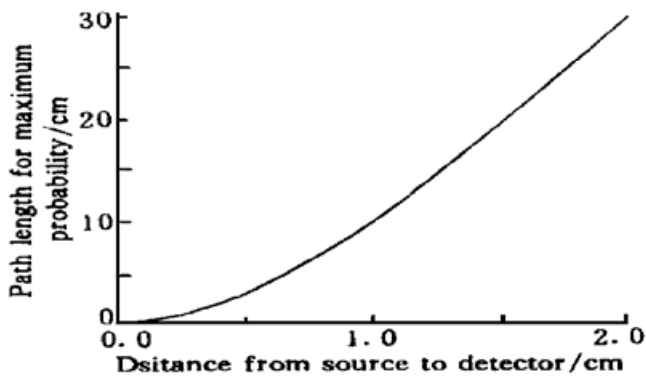


Fig. 4 The path length for maximum probability versus the distance from source to detector

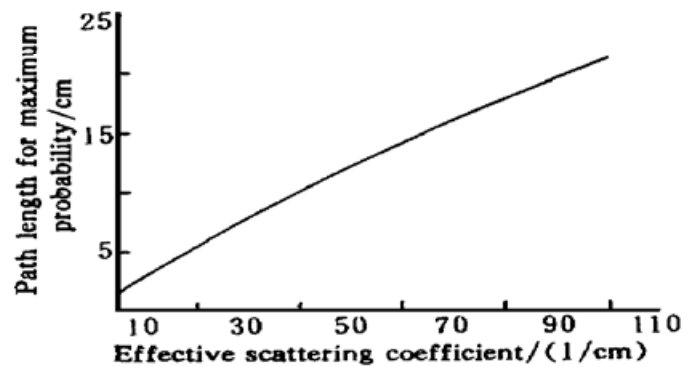


Fig. 5 The relation between the path length for maximum probability and effective scattering coefficient

3 漫散射光时间自相关函数

生物组织是一种活体组织,散射光场是时变的,时间自相关函数反映了生物组织内部的一些信息。实际生物组织内部微观运动很复杂,为简单起见,用布朗运动来代替生物组织内部微观运动。当散射粒子的密度非常小时,可以作单散射近似,散射光振幅时间自相关函数为^[1, 10]

$$g_i^s(\tau) = \exp[-\frac{1}{6}q^2 \Delta r^2(\tau)], \quad (8)$$

其中 $q = 2k_0 \sin \frac{\theta}{2}$, q 为波矢变化量, k_0 为介质内的波数, θ 为散射角。 $\Delta r^2(\tau)$ 是散射粒子在时间 t 内的方均位移,如果散射粒子作布朗运动,则 $\Delta r^2(\tau) = 6D_B\tau$, D_B 为布朗漫射系数。

对于生物组织应看作多重散射介质,用连续光源时,探测器在某一点接收到的是所有程长的光子。根据(8)式,如果某个光子经历的程长是 l ,它对相关函数的贡献是^[7, 10, 11]:

$$g_i^l(\tau) = \exp[-\frac{1}{3}k_0^2 \Delta r^2(\tau) \frac{l}{l^*}], \quad (9)$$

l^* 为输运平均自由程。所有光子对相关函数的贡献是:

$$g_1(\tau) = \int_0^\infty P(l) g_1^l(\tau) dl = \int_0^\infty P(l) \exp[-\frac{1}{3} k_0^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \frac{l}{l^*}] dl. \quad (10)$$

把 $P(l)$ 代入(10)式, 积分可得,

$$g_1(\tau) = [1 + \frac{k_0^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle}{3\mu_a l^*}]^{-\frac{3}{2}} \frac{K - \frac{3}{2} [r \sqrt{\mu_a/D + k_0^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle / (3l^* D)}]}{K - \frac{3}{2} (r \sqrt{\mu_a/D})}. \quad (11)$$

对于生物组织, 光源的波长范围在 650~ 1300 nm 时, $\mu_a \ll \mu_s'$, 上式可以化简为:

$$g_1(\tau) = \exp[-\frac{r}{l^*} \sqrt{3\mu_a l^* + k_0^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle}] \exp(\frac{r}{l^*} \sqrt{3\mu_a l^*}). \quad (12)$$

对(12)式进行以下两点讨论:

1) 相关函数 $g_1(\tau)$ 决定于 r 、 μ_a 、 μ_s' ($\mu_s' = \frac{1}{l^*}$) 及运动粒子的均方位移 $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$, 也就是说, 除与介质的散射参数有关外, 还与散射粒子的运动情况有关。图 6 分别给出了不同 μ_a 和 μ_s' 情况下的 $g_1(\tau)$ 和 $P(l)$ 的曲线, 由图可见, $P(l)$ 分布越分散, $g_1(\tau)$ 衰减越快, 在 D_B 一定的情况下, $P(l)$ 决定了 $g_1(\tau)$ 。

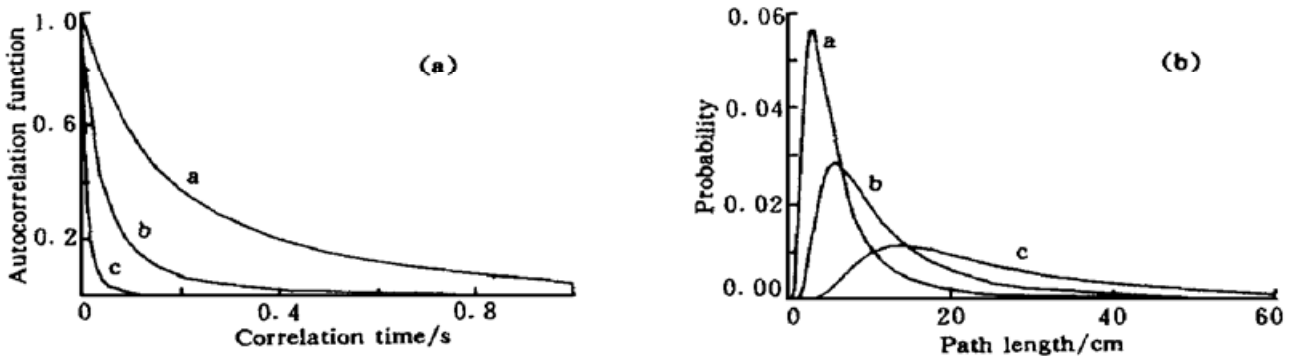


Fig. 6 Comparison between correlation function and photon path length probability distribution for different absorption and effective scattering coefficients. (a) Correlation functions for correlation time, (b) Probability distribution of photon path length. curve a: $\mu_a = 0.05 \text{ cm}^{-1}$, $\mu_s' = 10 \text{ cm}^{-1}$; curve b: $\mu_a = 0.02 \text{ cm}^{-1}$, $\mu_s' = 20 \text{ cm}^{-1}$; curve c: $\mu_a = 0.015 \text{ cm}^{-1}$, $\mu_s' = 50 \text{ cm}^{-1}$

2) 表征相关函数衰减快慢通常用 $g_1(\tau) = e^{-1}$ 时的相关时间 τ_c 来表示, 在布朗运动情况下,

$$\tau_c = \frac{1/r^2 + (2/r) \sqrt{3\mu_a \mu_s'}}{6k_0^2 D_B \mu_s'^2}, \quad (13)$$

τ_c 与 μ_s' 的关系曲线如图 7 所示。 $D_B = 1.0 \times 10^{-8} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $\lambda = 633 \text{ nm}$, $r = 1 \text{ cm}$, $\mu_a = 0.05 \text{ cm}^{-1}$ 。由于实际情况的复杂性, 理论与实际会存在一定的差异。

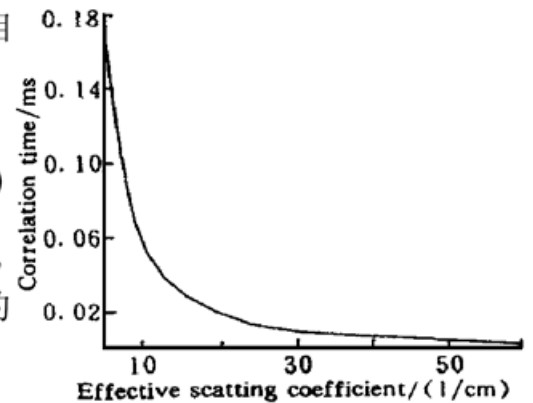


Fig. 7 The relation between correlation time τ_c and effective scattering coefficient μ_s'

结 论 散射光子的程长属于微观量, 时间自相关函数是宏观可测量, 程长的概率分布函数则把宏观与微观联系起来。 $P(l)$ 决定于散射介质的吸收系数 μ_a 、有效散射系数 μ_s'

及空间距离 r 。对于生物组织, 波长范围在 650~ 1300 nm 时, $\mu_a \ll \mu'_s$, $P(l)$ 受散射系数的影响大; 相关函数 $g_1(\tau)$ 衰减快慢决定于 $P(l)$ 和布朗漫射系数; 用脉冲点光源, 通过测量最可几程长 l_p , 可以得到散射介质的有效散射系数 μ'_s 。

参 考 文 献

- [1] Boas D A, Yodh A G. Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(1) : 192~ 215
- [2] Heckmeier M, Skipetrov S E, Maret G *et al.*. Imaging of dynamic heterogeneities in multiple-scattering media. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(1) : 185~ 191
- [3] Thompson C A, Webb K J, Weiner A M *et al.*. Diffusive media characterization with laser speckle. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(16) : 3726~ 3734
- [4] Patterson M S, Chance B, Wilson B C. Time resolved reflectance and transmittance for the non-invasive measurement of tissue optical properties. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(12) : 2331~ 2336
- [5] Tromberg B J, Svaasand L O, Tsay T T *et al.*. Properties of photon density waves in multiple scattering media. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(4) : 607~ 615
- [6] Taitelbaum H, Havlin S, Weiss G H. Approximate theory of photon migration in a two layer medium. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(12) : 2245~ 2249
- [7] Maret G, Wolf P E. Multiple light scattering from disordered media. The effect of brownian motion of Scatters. *Z. Phys. (B)*, 1987, **65**(4) : 409~ 413
- [8] Liu Feng, Yoo K M, Alfano R R. Ultrafast laser-pulse transmission and imaging through biological tissues. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(4) : 554~ 558
- [9] Das B B, Yoo K M, Alfano R R. Ultrafast time-gated imaging in thick tissues: A step toward optical mammography. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(13) : 1092~ 1094
- [10] Durian D J. Accuracy of diffusing-wave spectroscopy theories. *Phys. Rev. (E)*, 1995, **51**(4) : 3350 ~ 3358
- [11] MacKintosh F C, John S. Diffusing-wave spectroscopy and multiple scattering of light in correlated random media. *Phys. Rev. (B)*, 1989, **40**(4) : 2383~ 2406

Study of Statistical Properties of Photons Migration in Bio-Tissue

Zhang Xiqin Liu Ying Ma Shining
 (College of Science, Tianjin University, Tianjin 300072)
 (Received 3 July 1998; revised 4 December 1998)

Abstract The probability distribution function of path length of scattering photons in bio-tissue and its statistical properties were studied. Scattering light temporal autocorrelation function was obtained and its decay was discussed.

Key words bio-tissue, photon migration, probability distribution of path length, scattering.