

哈特曼-夏克波前传感器子孔径合并的 理论研究*

陈 笠 俞 信

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

摘 要 在大气湍流条件较好而被探测信标光信号极弱的工作条件下, 自适应光学系统在实际的应用中需要采用子孔径合并的部分校正方式。本文针对云南天文台 1.2 m 高分辨率自适应光学系统中的哈特曼-夏克(Hartmann-Shack)波前传感器结构, 从光子起伏噪声和 CCD 像素读出噪声对子孔径内哈特曼光斑质心探测精度的影响的角度, 对子孔径软件合并和硬件合并两种方案进行了理论分析和计算, 导出了有实际应用意义的结论。

关键词 自适应光学, 波前传感器, 质心定位, CCD 读出噪声, 光子噪声。

1 引 言

大型地基天文望远镜采用自适应光学技术来实时测量和实时校正从信标到望远镜的光波传输通道上因大气湍流扰动引起的动态波前像差, 使成像自适应光学望远镜最终得到的被观测天体星像接近衍射极限^[1,2]。哈特曼-夏克波前传感器因其光能利用率高、采样速度快、低噪声和量子效率高等特点, 是近来自适应光学系统实现斜率探测波前传感器的主流, 它采用微透镜将入射波前分割成子孔径阵列, 在高帧频 CCD 相机的像面上形成独立的哈特曼光斑, 通过测量各个光斑的质心的偏移量就可以求出子孔径内入射波前的平均斜率。在传统自适应光学系统中, 哈特曼-夏克波前传感器子孔径的空域划分是依据大气湍流条件和被探测信标亮度的统计优化结果, 对于确定的自适应光学系统, 波前传感器的子孔径布局是确定不变的。然而实际工作中的自适应光学系统有时需要针对具体的大气湍流条件、被探测信标的亮度和对大气湍流波前像差部分校正的程度对望远镜入瞳面上的子孔径尺寸或子孔径数进行空域调整^[3]。例如, 对一定口径的自适应光学望远镜, 在探测亮目标和大气扰动强的情况时, 需要高空间采样频率的子孔径布局; 而在探测暗目标和大气扰动弱的情况时, 到达子孔径上的信标光离散成光子, 此时为了改善子孔径探测大气波前局部斜率的信噪比, 子孔径划分的空间采样频率就需要适当地减小, 增加子孔径接收信标光的面积。Max 等人^[4]于 1994 年采用软件手段对 Keck 望远镜上自适应光学系统的波前传感器子孔径进行简单合并, 使得自适应光学系统在大气宁静度好的时候可以采用较大的子孔径进行波前探测^[3]。Brigantic^[5]在 1997 年也采用子孔

* 国家科委 863 高科技项目。

收稿日期: 1999-04-01; 收到修改稿日期: 1999-07-30

径软件合并方式对美国空军 Maui Optical Station 上的 1.6 m 自适应光学望远镜系统进行了子孔径优化研究, 研究发现采用软件方式对哈特曼-夏克波前传感器子孔径进行合并, 虽然可以提高弱光工作环境下波前传感器探测波前斜率的信噪比, 但对自适应光学望远镜系统的总体性能改善不大。

文献[6]提出在哈特曼-夏克波前传感器前的平行光路中加入一个变倍光学系统, 在信标光较强和大气条件较差时应采用多子孔径波前探测工作方式, 而在大气条件较好而信标光信号很弱的工作条件下由变倍光学系统把光束缩束聚光到较少的子孔径上, 这种子孔径硬件合并方案等效于在自适应光学系统望远镜入瞳面上将哈特曼-夏克波前传感器子孔径空间采样频率减小。Wirth 等人^[7]在 1997 年为海德堡的 Max Planck 天文研究所研制的自适应光学系统参数柔性控制也是将光束缩束聚光对子孔径布局进行空域优化。

虽然文献[4]和文献[5]针对具体的大型望远镜自适应光学系统进行了子孔径软件合并的尝试, 但文中没有导出子孔径软件合并的理论公式; 文献[7]也只是报道了在自适应光学系统采用子孔径硬件合并的方式, 而没有进行理论分析。本文针对我国云南天文台 1.2 m 高分辨力自适应光学系统, 从质心探测误差理论出发, 对哈特曼-夏克波前传感器子孔径软件合并和硬件合并这两种方案进行分析。

2 子孔径合并

当成像自适应光学系统工作在极弱光环境下时, 来自自然天体信标的有限光子数是限制波前传感器质心探测精度的重要因素^[1-3]。改善波前传感器子孔径内信噪比的有效办法是增加到达子孔径的光子数。在大气湍流条件较好时可以采用扩大望远镜入瞳面上波前传感器子孔径的尺寸, 相应增大每个子孔径接收目标光强的面积来增加子孔径内的目标光子数。在现有的自适应光学系统上增加望远镜入瞳面上波前传感器子孔径的尺寸有两种方案, 一种是采用简单的子孔径软件合并方案; 另一种是子孔径硬件合并方案。

2.1 子孔径软件合并

子孔径软件合并是采用软件算法把哈特曼-夏克波前传感器子孔径阵列相邻的子孔径合并成一个大的子孔径, 增加子孔径接收信标光的面积, 波前传感器对波前局部斜率探测对应于探测较大子孔径内的斜率^[4,5]。

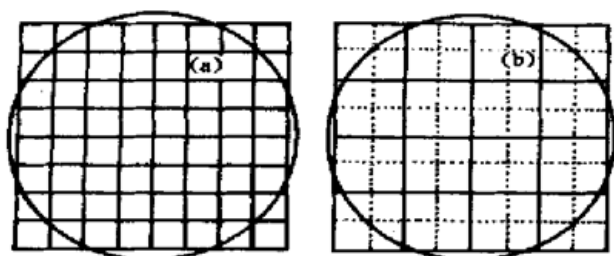


Fig. 1 Subaperture merge with software

图 1 是对云南天文台 1.2 m 高分辨率自适应光学系统中的 8×8 子孔径进行子孔径软件合并的空间布局图。图 1(a) 是望远镜入瞳面上子孔径合并前 8×8 方形子孔径在 CCD 像面上的投影, 图中每个小方块代表一个 $(I \times J)$ 像素子孔径, 圆域内的子孔径对应于望远镜入瞳面上有效的子孔径, 图中没有考虑望远镜的中心遮拦。图 1(b) 是采用软件方式合并子孔径以后的 4×4 子孔径

布局, 它将图 1(a) 8×8 子孔径中相邻的四个子孔径合并成一个子孔径, 子孔径在 CCD 像面上为 $4(I \times J)$ 像素。

由于不涉及到对自适应光学系统硬件结构的改变和调整, 以软件方式实现子孔径合并简单易行, 但这种合并方案只能进行二倍关系子孔径合并, 如由 8×8 子孔径合并到 4×4 子孔径

或 2×2 子孔径。

2.2 子孔径硬件合并

文献[6, 8]提出的子孔径硬件合并方案是在弱光光子探测受限的条件下,用变倍光学系统来改变望远镜入瞳面上子孔径的布局。这种采用变倍光学系统实现的子孔径合并能够将云南天文台 1.2 m 高分辨率自适应光学系统 8×8 子孔径按实际需要加以调整,考虑到哈特曼-夏克波前传感器的实际原理和对称性,采用变倍光学系统实现的子孔径合并有 8×8 、 6×6 、 4×4 和 2×2 子孔径四种形式。图 2 是对 61 单元自适应光学系统进行子孔径硬件合并后的 4×4 子孔径空间布局,其中图 2(a) 是望远镜入瞳面光束缩束后在 CCD 像面上的投影,图 2(b) 是光束缩束后望远镜入瞳面上子孔径的布局。由图 1(b) 和图 2(b) 可见, 4×4 模式子孔径软件合并和 4×4 模式子孔径硬件合并,在望远镜入瞳面上的布局完全相同。缩束后单个子孔径内接收到的信标光子事件总数 V 约为缩束前单个子孔径内接收到的信标光子事件总数的 4 倍。

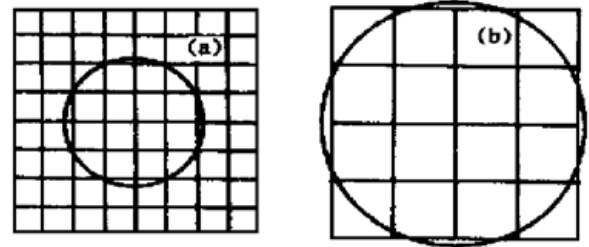


Fig. 2 Subaperture mergence with hardware

3 质心探测误差

在自适应光学系统中单个子孔径内哈特曼光斑的质心探测误差 σ_c 是决定整个自适应光学系统性能的重要因素。它主要由波前传感器中光子起伏噪声误差 σ_{cp}^2 和 CCD 像素读出噪声误差 σ_{cr}^2 两部分构成,其中光子起伏噪声误差 σ_{cp}^2 为^[2]:

$$\sigma_{cp}^2 = \sigma_{\lambda}^2 / V, \quad (1)$$

式中 V 为子孔径接收到的目标光子事件总数, σ_{λ} 为子孔径内光斑的等效高斯宽度;子孔径内 CCD 像素读出噪声误差 σ_{cr}^2 为^[6]:

$$\sigma_{cr}^2 = \frac{\sigma_r^2}{V^2} I J \left(\frac{J^2 - 0.417 F^{\#} D_0 \lambda}{r_0 \alpha} \right), \quad (2)$$

式中 σ_r^2 为单个 CCD 像素读出噪声的方差,子孔径在 CCD 像面上的投影为 $I \times J$ 个像素, $F^{\#}$ 为波前传感器阵列透镜的光阑指数, D_0 为子孔径在望远镜入瞳面上的直径, r_0 是大气湍流的相干长度, α 为单个 CCD 像素的线度。由(1)、(2)式可见,增加子孔径接收到的光子数 V ,可以减少光子起伏噪声误差 σ_{cp}^2 和 CCD 像素读出噪声误差 σ_{cr}^2 对子孔径内哈特曼光斑的质心探测误差。一个对空观测自适应望远镜,单个子孔径在一个采样周期内接收到的光子事件数 V_0 为:

$$V_0 = F \tau_{sa} \eta_1 \eta_2 = (4 \times 10^{10}) \times 10^{-m_v/2.5} \tau_{sa} \eta_1 \eta_2, \quad (3)$$

式中 F 是望远镜单位面积内接收到被观测星体的光通量, m_v 为被观测目标的星等, s_a 为望远镜入瞳上子孔径面积, τ 是 CCD 相机的积分时间, η_1 是自适应望远镜光学系统透过率; η_2 是波前探测器的量子效率。因此,可以通过扩大子孔径面积 s_a 来增加子孔径接收到的目标光子事件总数 V_0 。子孔径合并的目的就是为了增加子孔径接收到的目标光子事件总数。

3.1 子孔径硬件合并的质心探测误差

对于子孔径硬件合并方案的 4×4 模式,合并后子孔径在 CCD 像面上的窗口仍然是 $(I \times J)$,但是单个子孔径在望远镜入瞳面上却增加了 4 倍面积来接受信标光,因此子孔径内参与质心计算的信标光子数 V_s 也相应增加 4 倍。子孔径硬件合并后单个子孔径上由光子起伏噪声和

CCD 像素读出噪声引起的光斑质心探测误差分别为:

$$\sigma_{x_{cp1}}^2 = \sigma_{\lambda}^2 / V_s, \quad (4)$$

$$\sigma_{x_{cr1}}^2 = \frac{\sigma_r^2}{V_s^2} IJ \left(\frac{J^2 - 1}{12} + \frac{0.417F^\# D_s \lambda}{r_0 a} \right), \quad (5)$$

式中 D_s 是子孔径合并后子孔径在望远镜入瞳面上的直径。可见, 由于子孔径内参与质心探测计算的光子事件总数 V_s 成倍增加, 由光子起伏噪声引起的质心探测误差和由 CCD 像素读出噪声引起的质心探测误差都将减小, 可以大大提高哈特曼光斑的质心探测精度。

3.2 子孔径软件合并的质心探测误差

对于子孔径软件合并方案的 4×4 模式, 合并后子孔径在 CCD 像面上的窗口是 $4(I \times J)$, 如果相邻四个子孔径接收的光子事件总数分别是 V_1, V_2, V_3 和 V_4 , 合并后子孔径内接收到的光子事件总数是:

$$V_s = \sum_i^{2I} \sum_j^{2J} P_{ij} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4, \quad (6)$$

式中 P_{ij} 是子孔径内单个像素接收到的光子事件数。子孔径合并后水平方向的质心坐标为:

$$x_c = \frac{\sum_i^{2I} \sum_j^{2J} x_i P_{ij}}{\sum_i^{2I} \sum_j^{2J} P_{ij}} = \frac{x_{c1} \sum_i^I \sum_j^J P_{1ij} + x_{c2} \sum_i^I \sum_j^J P_{2ij} + x_{c3} \sum_i^I \sum_j^J P_{3ij} + x_{c4} \sum_i^I \sum_j^J P_{4ij}}{\sum_i^{2I} \sum_j^{2J} P_{ij}} = \frac{x_{c1} V_1 + x_{c2} V_2 + x_{c3} V_3 + x_{c4} V_4}{V_s}, \quad (7)$$

式中, $x_{cm} = (\sum_i^I \sum_j^J x_i P_{mij}) / \sum_i^I \sum_j^J P_{mij}$, $V_m = \sum_i^I \sum_j^J P_{mij}$ 为相邻四个子孔径的水平质心坐标和光子事件总数的表达式, 其中 x_i 是子孔径内进行质心位置计算时 CCD 像素的水平坐标, m 是被合并的四个子孔径序号, $m = 1, 2, 3, 4$ 。

考虑光子起伏噪声对子孔径软件合并后质心探测精度的影响时, 假设单个子孔径内接收到的光子噪声遵守泊松分布规律, 即

$$\sigma_{V_1}^2 = V_1, \quad \sigma_{V_2}^2 = V_2, \quad \sigma_{V_3}^2 = V_3, \quad \sigma_{V_4}^2 = V_4,$$

并将每个子孔径接收到的哈特曼光斑等效为高斯分布, 从误差测量传递公式推导出的子孔径软件合并后由于光子起伏噪声引起的质心探测误差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_{cp2}}^2 &= \frac{1}{V_s^2} (V_1^2 \sigma_{x_{cp1}}^2 + x_{c1}^2 \sigma_{V_1}^2 + V_2^2 \sigma_{x_{cp1}}^2 + x_{c2}^2 \sigma_{V_2}^2 + V_3^2 \sigma_{x_{cp1}}^2 + x_{c3}^2 \sigma_{V_3}^2 + V_4^2 \sigma_{x_{cp1}}^2 + x_{c4}^2 \sigma_{V_4}^2) = \\ &= \frac{1}{V_s^2} (V_1^2 \frac{\sigma_{\lambda}^2}{V_1} + V_2^2 \frac{\sigma_{\lambda}^2}{V_2} + V_3^2 \frac{\sigma_{\lambda}^2}{V_3} + V_4^2 \frac{\sigma_{\lambda}^2}{V_4} + x_{c1}^2 V_1 + x_{c2}^2 V_2 + x_{c3}^2 V_3 + x_{c4}^2 V_4) = \\ &= \frac{\sigma_{\lambda}^2}{V_s} + \frac{1}{V_s^2} (x_{c1}^2 V_1 + x_{c2}^2 V_2 + x_{c3}^2 V_3 + x_{c4}^2 V_4). \end{aligned} \quad (8)$$

式中的第一项与子孔径硬件合并后光子起伏噪声引起的质心探测误差一样, 第二项可以认为是参与子孔径软件合并的四个子孔径内哈特曼光斑相对于子孔径合并后等效高斯光斑中心偏差。由于四个子孔径内光斑质心晃动量的方差可以近似等于 σ_{λ}^2 , σ_{λ} 为子孔径的光斑的等效高斯宽度^[2], 则

$$x_{cm}^2 = \frac{0.417F^\# \lambda}{a} = 0.936\sigma_{\lambda}^2. \quad (9)$$

(8) 式可以改写为:

$$\sigma_{x_{cp2}}^2 = \frac{\sigma_{\Delta}^2}{V_s} + \frac{0.936\sigma_{\Delta}^2}{V_s^2}(V_1 + V_2 + V_3 + V_4) = 1.936\sigma_{x_{cp1}}^2. \quad (10)$$

考虑 CCD 像素读出噪声对子孔径软件合并后质心探测精度的影响时, 由于子孔径软件合并后参与质心计算的 CCD 像素数为 $(2I \times 2J)$, 合并后 CCD 像素读出噪声引起的质心探测误差为:

$$\sigma_{x_{cr2}}^2 = \frac{\sigma_r^2}{V_s^2}(2I \times 2J) \times \left[\frac{(2J)^2 - 1}{12} + \frac{0.417F^{\#} D_s \lambda}{r_0 a} \right] = 4\sigma_{x_{cr1}}^2 + \frac{\sigma_r^2 I J^3}{V_s^2} \quad (11)$$

将云南天文台 1.2 m 高分辨率自适应光学系统中的哈特曼-夏克波前传感器的参数和大气参数代入式(1)~(5)、(10)和(11), 大气湍流相干长度 $r_0 = 8 \text{ cm}$, 被探测波长 $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$, 波前传感器阵列透镜的光阑指数 $F^{\#} = 150$, 单个 CCD 像素的线度 $a = 10 \mu\text{m}$, CCD 像面上子孔径为 $I \times J = 16 \times 16$ 像素, 合并前子孔径在望远镜入瞳面上的直径 $D_0 = 8 \text{ cm}$, 合并后 $D_s = 16 \text{ cm}$, CCD 相机的积分时间取 $\tau = 1 \text{ ms}$, 自适应望远镜光学系统透过率 $\eta_1 = 0.135$, 波前探测器的量子效率 $\eta_2 = 0.2$, 并取单个 CCD 像素读出噪声的方差 $\sigma_r = 0.1$ 和光斑等效高斯宽度 $\sigma_{\Delta} = 0.5$ 。图 3 是 8×8 子孔径合并为 4×4 子孔径后光子起伏噪声和读出噪声误差 $\sigma_{x_{cp}}^2$ 、 $\sigma_{x_{cr}}^2$ 、 $\sigma_{x_{cp1}}^2$ 、 $\sigma_{x_{cp2}}^2$ 和 $\sigma_{x_{cr2}}^2$ 与被探测信标星等 m_v 的变化关系。图 3(a) 是光子起伏噪声误差随信标星等变化的关系, 图 3(b) 是 CCD 读出噪声误差随信标星等变化的关系。图中 $\sigma_{x_{cp}}^2$ 和 $\sigma_{x_{cr}}^2$ 是子孔径合并前的光子起伏噪声误差和 CCD 读出噪声误差; $\sigma_{x_{cp1}}^2$ 和 $\sigma_{x_{cr1}}^2$ 是子孔径硬件合并后的光子起伏噪声误差和 CCD 读出噪声误差; $\sigma_{x_{cp2}}^2$ 和 $\sigma_{x_{cr2}}^2$ 是子孔径软件合并后的光子起伏噪声误差和 CCD 读出噪声误差。由图 3(a) 可见, 当被探测信标是星等大于 8 以后弱光探测时, 采用子孔径软件合并和子孔径硬件合并以后, 子孔径内光斑质心探测的光子起伏噪声误差都明显减小, 子孔径硬件合并比子孔径软件合并减小的程度更大。由图 3(b) 可见, 当被探测信标星等大于 5.5 时, 采用子孔径硬件合并后子孔径内光斑质心探测的读出噪声误差与子孔径合并前的读出噪声误差相比就有明显减小; 而子孔径软件合并后的读出噪声误差对子孔径合并前的读出噪声误差几乎没有改善, 这是由于软件合并前后参与质心探测的 CCD 像素没有减少的原因。

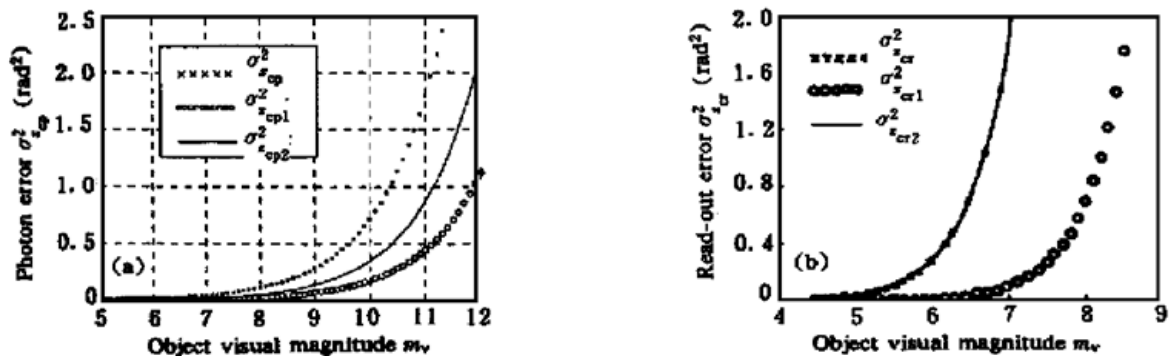


Fig. 3 Photon noise error and read-out noise error via object visual magnitude. (a) Photon noise error via magnitude m_v ; (b) Read-out noise error via magnitude m_v .

以上分析表明, 子孔径硬件合并方案在改善弱光探测条件下光子起伏噪声误差和读出噪声误差对哈特曼光斑质心定位的影响方面都优于子孔径软件合并方案。

结 论 采用变倍光学系统实现的子孔径硬件合并, 在增加子孔径内的信标光子数用于质心探测的同时, 并不增加 CCD 相机读出噪声对质心探测精度的影响; 从光子起伏噪声和 CCD 读

出噪声对哈特曼光斑质心定位的影响来看,子孔径硬件合并方案比子孔径软件合并方案能更有效地改善子孔径内对波前斜率探测的信噪比。尽管子孔径硬件合并涉及到一定的硬件结构变化,仍然是目前子孔径空域优化的发展趋势。

参 考 文 献

- [1] Parenti R R, Sasiela R J. Laser guide star system for astronomical application. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1): 288~ 309
- [2] 周仁忠. 自适应光学. 北京: 国防工业出版社.
- [3] Roggemann M C. Optical performance of fully and partially compensated adaptive optics systems using least-squares and minimum variance phase reconstructors. *Computers Elect. Engng.*, 1992, **18**(6): 451~ 466
- [4] Max C E, Gavel D T, Olivier S S *et al.*. Issues in the design and optimization of adaptive optics and laser guide stars for the Keck Telescopes. *Proc. SPIE*, 1994, **2201**: 189~ 200
- [5] Brigantie R, Roggemann M, Welsh B *et al.*. Clustering of wavefront sensor subapertures to improve adaptive optics system performance. *Proc. SPIE*, 1997, **3126**: 551~ 556
- [6] YU Xin, Zhao Dazun, Chen Li. Adaptation of adaptive optics system. *Proc. SPIE*, 1997, **3126**: 432~ 440
- [7] Wirth A, Navetta J, Levine B M. Real time model control implementation for adaptive optics. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(21): 4586~ 4597
- [8] Chen Li, Yu Xin. Noise analysis in wave front sensor subaperture optimization. *Proc. SPIE*, 1998, **3553**: 286~ 290

Study on Hartmann-Shack Wavefront Sensor Subaperture Mergence

Chen Li Yu Xin

(Department of Opto-Electron Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 1 April 1999; revised 30 July 1999)

Abstract When the atmospheric turbulence is weak and the detected beacon is faint, adaptive optics system need to work at partial correction with subaperture mergence. Based on the Hartmann-Shack wavefront sensor of the 1.2m high resolution adaptive optics system at Yunnan Observatory, two methods of subaperture mergence are studied in this paper on the Hartmann spot centroid error, and some valuable results have been obtained.

Key words adaptive optics, wavefront sensor, centroid position, CCD read-out noise, photon noise.