

等腰三角形结构光编码的 面形测量误差分析

梁 猛 方 强

(西安邮电学院电信工程系, 西安 710061)

摘 要 对具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的三维面形测量技术 (LCP) 进行了误差分析, 推导了由于随机电噪声、相移误差带来的测量误差, 并利用计算机系统仿真研究了量化误差、光学系统误差等对测量结果的影响, 且对理论分析的结果进行了验证。

关键词 三维面形测量, 线性编码, 误差分析。

1 引 言

基于线性结构光编码的三维面形测量方法^[1~3], 是利用线性结构光对三维物体表面进行

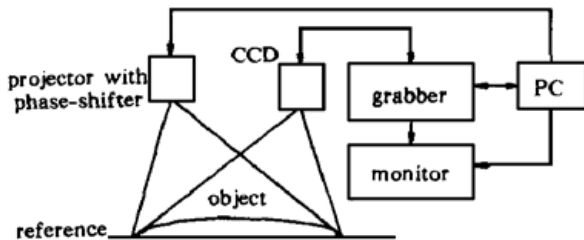


Fig. 1 Schematic diagram of measuring system

线性编码, 并进行相应的解码, 获取物体的三维信息。如图 1 所示, 对于一个线性结构光编码的三维面形测量系统, 影响测量结果的因素有系统参数准确性及相位计算的准确性。系统参数的准确性与系统定标方法有关。影响相位求解的因素很多, 包括 CCD 摄像机与图像采集板的随机电噪声、相移误差、图像采集中的量化误差以及光

学系统误差等。本文只分析与编码方式相关的影响相位求解的各因素。对于其中的一些影响因素可以推导出其误差公式, 而在较多情况下难于推导出误差公式, 由于各种因素共同起作用, 也难于用实验的方法定量或定性独立地研究各个因素的影响作用。因此, 利用计算机系统对实际测量系统进行模拟仿真, 可简单地对各影响因素进行独立研究, 简化研究工作, 从而达到改进测量系统、提高测量精度的目的, 并对实际系统的设计有一定的指导意义。

2 仿真系统

三维面形测量仿真系统由采样系统、相位解算系统和结果分析系统三部分构成。采样系统是按照设定的系统参数和测试条件, 得到在参考平面上的光场分布和给定的三维物体上的变形光场分布, 并根据需要加入噪声量, 即获得相位解算所需的各次采样值; 相位解算系统对采样系统所获得的采样值进行相位解算, 并进行相位展开, 获得三维面形上的相位分布;

结果分析系统对相位解算系统的计算结果与给定的值进行比较, 得到其误差分布。

对于线性结构光编码的三维面形测量系统, 简化处理后三维物体表面变形光场分布为

$$I(x, y) = \begin{cases} M\{x_0 + [\mathcal{Q}(x, y)]_m\} & 0 \leq [\mathcal{Q}(x, y)]_m < T/2, \\ M\{x_0 + T - [\mathcal{Q}(x, y)]_m\} & T/2 \leq [\mathcal{Q}(x, y)]_m < T, \end{cases} \quad (1)$$

其中, T 为线性光栅的周期, $[x]_m$ 表示 x 对 T 进行求余运算, $\mathcal{Q}(x, y)$ 为给定的由三维物体表面高度决定的相位分布, M 与反射率及对比度有关, x_0 与对比度有关, 为简单起见, 取 M 、 x_0 为常数。根据 (1) 式可获得所需的采样值。

3 误差分析

本文所分析的影响相位求解的各因素都可以归结到对采样值的影响。对于具有等腰三角形结构的线性结构光的采样值分布有如图 2 所示的两种情况。其中, i 、 j 称为采样值的特征点, 可以通过采样值分布加以确定。

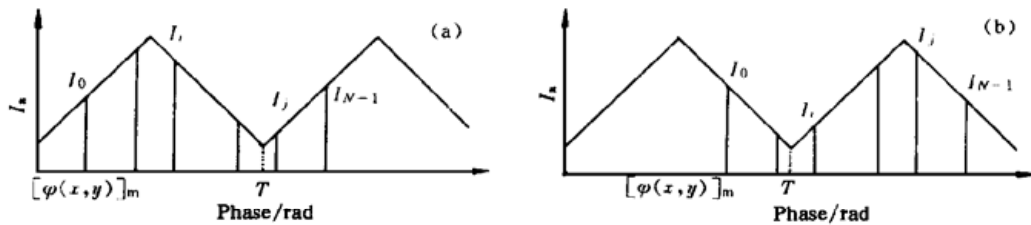


Fig. 2 The distribution of I_n (a) case 1: $[\mathcal{Q}(x, y)]_m < T/2$, (b) case 2: $[\mathcal{Q}(x, y)]_m > T/2$

3. 1 随机电噪声误差

CCD 摄像机的探测器与其电路及图像采集板的放大与 A/D 转换电路都不可避免地存在电噪声, 这种电噪声是随机的加性噪声, 具有对称分布, 统计平均为零, 其大小符合正态分布。设其分布为 $N(0, \sigma_n^2)$, 其中 σ_n^2 为噪声的方差, 从而采样误差 ΔI_i 具有分布 $N(0, \sigma_n^2)$, 有

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta I_i \rangle &= 0, \\ \langle (\Delta I_i)^2 \rangle &= \sigma_n^2, \\ \langle \Delta I_i \Delta I_j \rangle &= 0, \quad i \neq j, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 $\langle \rangle$ 为求均值运算。

在等间距满周期采样条件下, 根据参考文献 [3] 中所列的相位解算公式, 有

$$\varphi = T \frac{\sum_{i=0}^{N-1} [f(i) I_i]}{\sum_{i=0}^{N-1} [g(i) I_i]} = T \frac{U}{D}, \quad (3)$$

其中 $U = \sum_{i=0}^{N-1} [f(i) I_i]$, $D = \sum_{i=0}^{N-1} [g(i) I_i]$ 。对于确定的 N , $f(i)$ 、 $g(i)$ ($i = 0, 1, \dots, N - 1$) 均为可以确定的、周期为 T 的 N 等分 (N 为偶数) 或 $2N$ 等分 (N 为奇数) 的分段函数。从而相位测量误差有

$$\Delta \varphi = T \frac{D \Delta U - U \Delta D}{D^2} = \mathcal{Q} \left(\frac{\Delta U}{U} - \frac{\Delta D}{D} \right), \quad (4)$$

根据 U 、 D 的表达式有

$$\Delta U = \sum_{i=0}^{N-1} [f(i) \Delta I_i], \quad \Delta D = \sum_{i=0}^{N-1} [g(i) \Delta I_i]. \quad (5)$$

考虑到 (2) 式, 有

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta U \rangle &= 0, & \langle (\Delta U)^2 \rangle &= E_{(\Delta U)^2} \sigma_n^2, \\ \langle \Delta D \rangle &= 0, & \langle (\Delta D)^2 \rangle &= E_{(\Delta D)^2} \sigma_n^2, \\ \langle \Delta U \Delta D \rangle &= E_{\Delta U \Delta D} \sigma_n^2, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 $E_{(\Delta U)^2} = \sum_{i=0}^{N-1} f^2(i)$, $E_{(\Delta D)^2} = \sum_{i=0}^{N-1} g^2(i)$, $E_{\Delta U \Delta D} = \sum_{i=0}^{N-1} [f(i)g(i)]$ 是周期为 T 的可以确定的函数, 每一周期里为 N 等分 (N 为偶数) 或 $2N$ 等分 (N 为奇数) 的分段函数, 且每一分段上为常数。所以由随机噪声引起的测量误差均值为

$$\langle \Delta \varphi \rangle = \varphi \left(\frac{\langle \Delta U \rangle}{U} - \frac{\langle \Delta D \rangle}{D} \right) = 0, \quad (7)$$

方差为

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \varphi)^2 \rangle &= \varphi^2 \left[\frac{\langle (\Delta U)^2 \rangle}{U^2} - 2 \frac{\langle \Delta U \Delta D \rangle}{UD} + \frac{\langle (\Delta D)^2 \rangle}{D^2} \right] = \\ &= \frac{\sigma_n^2}{M^2 K^2} [E_{(\Delta U)^2} - 2 \left(\frac{\varphi}{T} \right)^2 E_{\Delta U \Delta D} + \left(\frac{\varphi}{T} \right)^2 E_{(\Delta D)^2}], \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$K = \begin{cases} (N^2 - 4)/24 & (N \text{ 为偶数}), \\ K = (N^2 - 1)^2/24 & (N \text{ 为奇数}). \end{cases}$$

由 (8) 式可知, 在噪声方差一定的情况下, 相位计量误差的方差随着相位值有规律周期性变化, 变化周期为 T/N (N 为偶数) 或 $T/(2N)$ (N 为奇数), 在每一周期里, 误差方差是相位的二次函数。 M 越大则误差越小, 而 M 又是物体反射率与背景光强的乘积, 提高物体表面反射率或背景光强, 也即使采样信号增强, 信噪比增大, 可降低噪声的影响作用, 提高测量精度。同时随着 N 的增大, K 的值增大, 测量误差减小, 即利用多次采样可以降低测量误差。

图 3 所示为随机噪声引起的相位误差标准差在一个相位周期里的变化情况。

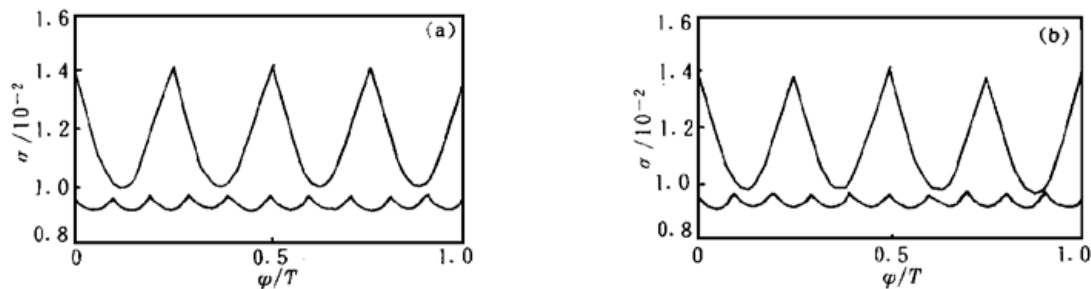


Fig. 3 The distribution of phase error σ caused by the random noise in theory (a) and simulation result (b), and curve 1 when sample time $N = 4$, curve 2 when $N = 5$

3. 2 相移误差

相移误差是由于在相位解算过程中, 计算所用的相移量与实际相移量不相符而产生的误差。分两种情况, 一种是由于在实际相移操作过程中引入的随机误差, 另一种是相移器本身的标度或光栅周期不准而引起的系统误差。

1) 随机相移误差

可以认为随机相移误差 $\Delta \delta_m$ 具有均值为 0、标准差为 σ_n 的正态分布 $N(0, \sigma_n^2)$ 。由相移误差 $\Delta \delta_m$ 而产生的采样误差为

$$\Delta I_m = \begin{cases} M \Delta \delta_m, & 0 \leq m < t, \\ -M \Delta \delta_m, & t \leq m < s, \\ M \Delta \delta_m, & s \leq m < N - 1. \end{cases} \quad (9)$$

与随机电噪声误差类似, 可以得到随机相移误差引起的测量误差均值为

$$\Delta \Phi = 0, \quad (10)$$

方差为

$$\langle \Delta \Phi^2 \rangle = \frac{\sigma_n^2}{K^2} [E_{(\Delta U)^2} - 2\left(\frac{\Phi}{T}\right)^2 E_{\Delta U \Delta D} + \left(\frac{\Phi}{T}\right)^2 E_{(\Delta D)^2}], \quad (11)$$

这种情况下的误差特性与 CCD 摄像机和图像采集板的随机电噪声的影响效果基本一样。

2) 系统相移误差

设实际相位周期值为 T' , 计算所用的相位周期为 T , 相位周期误差为 $\Delta T = T' - T$, 由此所引起的采样误差为

$$\Delta I_m = \begin{cases} mM \Delta T / N, & 0 \leq m < t, \\ -mM \Delta T / N, & t \leq m < s, \\ mM \Delta T / N, & s \leq m < N - 1. \end{cases} \quad (12)$$

从而有

$$\Delta U = X_U M \Delta T / N, \quad \Delta D = X_D M \Delta T / N, \quad (13)$$

故由于相位周期误差引起的测量误差为

$$\Delta \Phi = \frac{\Delta T}{NK} (X_U - \frac{\Phi}{T} X_D), \quad (14)$$

其中 X_U 、 X_D 为周期为 $T/2$ 的函数, 每一周期的 N 等分分段内为常数, 在 N 确定的情况下, 它也是可以确定的。如图 4 所示为相移系统误差引起的相位计算误差随相位值的变化情况。可以看出, 由于光栅周期不准或移相器标度不准而引起的相位计算误差与 ΔT 成正比, 随着相位值有周期性的变化, 其周期为 $T/2$, 在每个周期的 N 等分分段内, 误差与相位有线性关系。

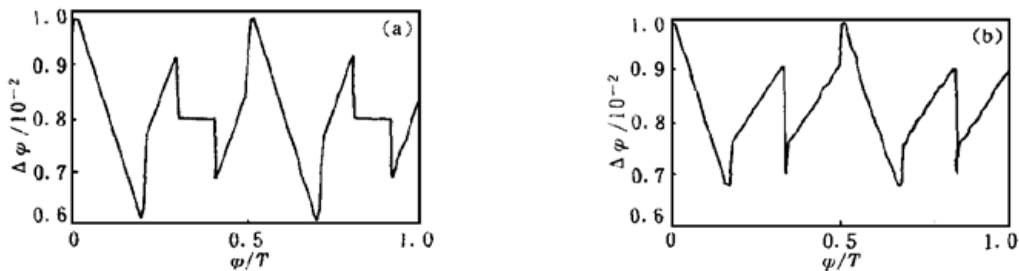


Fig. 4 The distribution of phase error $\Delta \Phi$ caused by phase-shifting when sample time $N = 5$ (a) $N = 6$ (b)

3. 3 量化误差

量化误差是在图像采集过程中所产生的采样误差。

1) 模数转换的影响

用 CCD 摄像机和图像采集卡采集图像过程中, 将模拟量的光强信号通过模数转换为一定字长的数字量。由模数转换理论可知, 转换而成的数字量位数(字长)越多, 采样精度越高, 采样误差就越小, 也即在采集卡不饱和的情况下, 其动态范围越大, 采样精度越高。

设采集卡的有效量化级数为 Q , 由模数转化误差理论, 采样的最大误差为

$$I_{e-max} = I_{max}/(2Q), \tag{15}$$

其中 I_{max} 为采集卡有效量化的最大模拟量。从而有相位解算的最大误差

$$\Delta\varphi = T/(2Q). \tag{16}$$

对于给定相位分布 $\varphi(x) = x$, 计算点数 L 取 4000, 取相位值 $\varphi = lT/L, l = 0, 1, \dots, L - 1$; 量化级数 Q 为 $2^5, 2^6, 2^7 \dots$. 计算得到由于采样量化所引起的误差如图 5 所示。由此可以看出相位误差随着量化级数的增大而减小, 也就是对量化级数一定的系统应尽可能地使条纹信号强度范围覆盖采集系统的全部动态范围, 以提高有效量化级数, 降低量化误差。同时还可以发现, 采样次数为偶数时的相位误差通常要大于相邻的奇次采样。奇次采样时, 增加采样次数可以降低量化误差; 偶次采样时, 量化误差随着采样次数的增加出现波动。

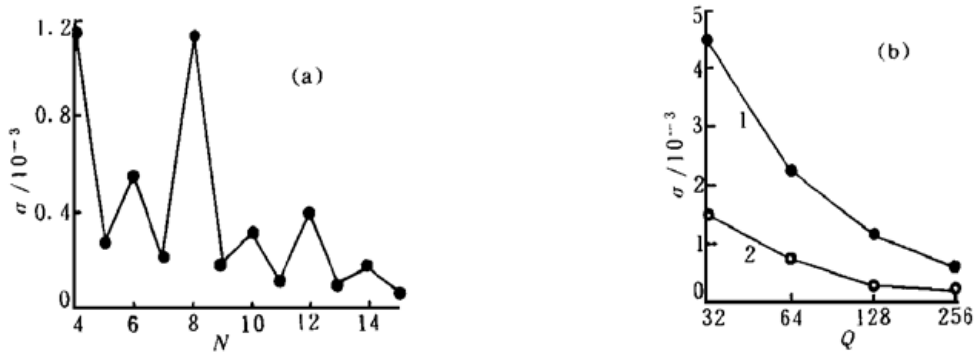


Fig. 5 The distribution of phase error σ caused by quantization when $Q = 128$ (a) and varies with Q (b) when the sample time $N = 4$ curve 1, $N = 5$ curve 2

2) 采集卡饱和的影响

当光强信号的动态范围超出图像采集卡的动态范围时, 采集卡不能正确地进行模数转换, 使采集系统的光电转换线性比例关系失调, 出现饱和情况, 产生的效果等效于光栅的非线性缺陷。利用如图 6 (a) 所示简化的饱和光电转换特性曲线, 得到如图 6 (b) 所示的相位误差分布和图 6 (c) 所示相位误差标准差随采样次数的变化曲线。可以看出, 随着采样次数的增加, 误差都有减小的趋势, 偶次采样 (曲线 1) 似乎比奇次采样 (曲线 2) 具有较强的抗干扰能力。

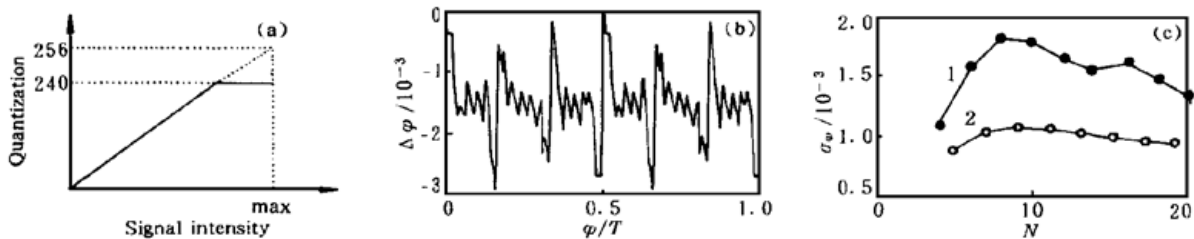


Fig. 6 While the image grabber is in the state of saturation (a), the distribution of phase error $\Delta\varphi$ (b) when sample time $N = 6$ and σ_{φ} varies with N (c) when N is even curve 1, odd curve 2

3. 4 光学系统误差

对于一个三维面形测量系统, 其光学系统直接影响着条纹图像的质量, 影响到采样值。由于系统中光学透镜的光瞳孔径的限制, 使测量得到的图像上的某一点处的光强不仅与对应物点的光强有关, 并且与其周围相邻点的光强有关, 即存在一个平均效应, 这对图像的高频部分有截止作用, 使高频成分模糊, 图像细节不清, 相当于通过了一个低通滤波器。

一个实际的光学系统总存在像差,如透镜的不均匀性和表面情况的不准确以及离焦等都会引起像差,都会使采样信号产生误差。

总 结 线性结构光编码的三维面形测量系统测量误差具有如下特点:

- 1) 无论是偶次采样还是奇次采样,测量误差都随着采样次数的增加而减小;
- 2) 测量误差随着相位值周期性变化;
- 3) 测量误差与被测物体表面的反射率及背景光强有关,两者乘积越大,误差则越小;
- 4) 测量误差还与采样量化级数有关,量化级数越多,误差则越小。

因此,在实验中必须注意几个问题:

- 1) 在测量时间许可的情况下,采取较多的采样次数;
- 2) 在图像采集卡不发生饱和的情况下,增大条纹信号强度,以提高信噪比,降低噪声的影响;
- 3) 调整图像采集卡,使其动态范围尽可能大,以提高其有效量化级数。

参 考 文 献

- [1] 张舜德,方 强. 线性结构光编码的三维轮廓术. 光学学报, 1997, **17** (11) : 1533~ 1537
- [2] Fang Qiang. Linearly coded profilometry with coding light having isosceles triangle teeth: even number samples decoding method. *Appl. Opt.*, 1997, **36** (7) : 1615~ 1620
- [3] 梁 猛,方 强. 具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的三维面形测量技术. 光学学报, 2000, **20** (10) : 1353~ 1357

Measurement Errors Analysis of 3-D Profilometry Based on Linear Coding Structure Light Having Isosceles Triangle Teeth

Liang Meng Fang Qiang

(Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061)

(Received 26 November 1998; revised 31 May 1999)

Abstract The measurement errors of 3-D profilometry based on linear coding structure light having isosceles triangle teeth are analyzed. The formula and the effect of the errors caused by the CCD camera, image grabber, quantization, optical system and phase-shifting are given, and the results are verified by the computer simulation system.

Key words 3-D profilometry, linear coding, error analysis.