

# 梯形截面脊波导的特性分析\*

尹 锐 杨建义 王明华

(浙江大学信息与电子工程学系, 硅材料国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘 要** 提出了用有效折射率法结合转移矩阵理论对梯形截面脊波导进行数值分析的新方法。对梯形截面脊波导中模式传播常数和模式间耦合系数的分析表明, 梯形截面脊波导与稍宽的矩形截面脊波导行为相同。这一结论有利于简化梯形截面脊波导的设计, 提高实际器件的精度。

**关键词** 有效折射率, 脊型光波导, 转移矩阵。

## 1 引 言

光波导是集成光学器件的基础, 脊波导是最基本的波导结构。在工艺中制作脊波导的常用方法是湿法腐蚀和干法腐蚀。湿法腐蚀得到的波导截面是梯形的, 梯形的锐角一般为  $50^\circ$  左右 (不同材料有不同的值); 而干法得到的脊截面虽有很大改善, 更接近矩形但仍有差距, 而且严格来讲不是梯形截面, 因此精确地分析非理想情况下脊波导内的导模, 掌握非理想脊波导的特性对于集成光学器件的设计是非常必要的。对于梯形截面的脊型光波导的分析有精确但较繁琐的数值方法<sup>[1, 2]</sup>以及对于近截止模式误差较大但是较简单的有效折射率加 WKB 解析法<sup>[3, 4]</sup>。

本文提出用有效折射率法加传输矩阵理论对梯形截面脊波导 (以下简称 I 型波导) 中的导模及其模式传播常数和模间耦合系数进行分析, 计算结果表明 I 型波导的行为与稍宽的矩形截面波导即理想脊型波导 (以下称 II 型波导) 行为相同, 证明梯形脊波导的设计可以采用传统的、非常简便有效的三层有效折射率近似, 这不仅大大简化了器件的设计, 而且精度高, 理论上适用于任意横截面脊波导。

## 2 基本原理

根据有效折射率法, 上述非矩形截面脊型波导可等效为一个渐变折射率平板波导, 渐变折射率波导利用多膜近似和转移矩阵概念可以得到精度优于 WKB 法的结果<sup>[5]</sup>。对于某些结构在腐蚀加深的时候出现波导截止、有效折射率无法计算的情况, 可采用 [4] 的处理方法。

综上所述对于图 1 所示的 I 型波导可以等效为一个  $x$  方向的  $u$  层平板波导, 如图 2 所示。将任意一层内不含时间相位因子的 TE 波场分布记为

\* 国家自然科学基金 (69677012)、国家重点基础研究发展规划项目 (G1999033104) 和浙江大学硅材料国家重点实验室开放课题 (9811) 资助项目。

收稿日期: 1999-08-06

$$\epsilon_{yi}(x) = C_{1,i} F_{s1}(q_{s,i} x) + C_{2,i} F_{s2}(q_{s,i} x), \tag{1}$$

其中  $i$  为所在的层数,  $s = 1$  或  $2$ ,  $C_1$ 、 $C_2$  为待定系数, 则有

$$\left. \begin{aligned} F_{11}(x) &= \sin(x), & F_{12}(x) &= \cos(x), \\ F_{21}(x) &= \exp(-x), & F_{22}(x) &= \exp(x), \\ q_{1,i}^2 &= k^2 n_i^2 - \beta^2, & q_{2,i}^2 &= \beta^2 - k^2 n_i^2. \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

其中  $k$  为波矢的量值,  $n_i$  为第  $i$  层的折射率。

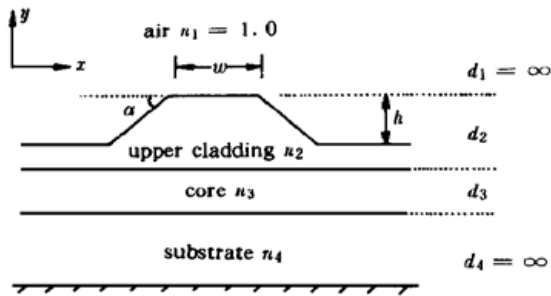


Fig. 1 Cross section of type I waveguide

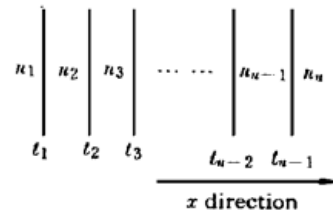


Fig. 2 Slab waveguide with  $u$  layers

光波导问题的核心在于传播常数  $\beta$  的求解, 主要途径就是利用电磁波中的电场和磁场连续这两个边界条件导出介质界面处的边界方程。对于如图 2 所示的  $u$  层平板波导, 有  $u - 1$  个介质界面, 在平板波导任意相邻两层  $n_i$  和  $n_{i-1}$  的交界  $x = t_{i-1}$  处可以写出两个边界条件方程:

$$\epsilon_{yi-1}(t_{i-1}) = \epsilon_{yi}(t_{i-1}), \tag{3a}$$

$$\epsilon'_{yi-1}(t_{i-1}) = \epsilon'_{yi}(t_{i-1}). \tag{3b}$$

将边界条件应用于 (1) 式:

$$C_{1,i-1} F_{s1}(q_{s,i-1} t_{i-1}) + C_{2,i-1} F_{s2}(q_{s,i-1} t_{i-1}) = C_{1,i} F_{s1}(q_{s,i} t_{i-1}) + C_{2,i} F_{s2}(q_{s,i} t_{i-1}), \tag{4a}$$

$$C_{1,i-1} F'_{s1}(q_{s,i-1} t_{i-1}) + C_{2,i-1} F'_{s2}(q_{s,i-1} t_{i-1}) = C_{1,i} F'_{s1}(q_{s,i} t_{i-1}) + C_{2,i} F'_{s2}(q_{s,i} t_{i-1}), \tag{4b}$$

分析的顺序是层序号从高到低, 因而 (4a)、(4b) 可看成是相对于  $C_{1,i-1}$  及  $C_{2,i-1}$  的如下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} F_{s1}(q_{s,i-1} t_{i-1}) & F_{s2}(q_{s,i-1} t_{i-1}) \\ F'_{s1}(q_{s,i-1} t_{i-1}) & F'_{s2}(q_{s,i-1} t_{i-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,i-1} \\ C_{2,i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1,i} \\ T_{2,i} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

(5) 式中  $T_{1j}$ 、 $T_{2j}$  分别为 (4a)、(4b) 式的右端, 是  $C_{1,i}$  及  $C_{2,i}$  的线性组合, 称(5) 式左边的  $2 \times 2$  矩阵为转移矩阵, 记为  $A_i(t_i)$ , 且有如下关系成立:

$$A_{i-1}(t_{i-1}) \begin{bmatrix} C_{1,i-1} \\ C_{2,i-1} \end{bmatrix} = A_i(t_{i-1}) \begin{bmatrix} C_{1,i} \\ C_{2,i} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

在经过  $u - 1$  个边界分析后:

$$A_1(t_1) \begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{2,1} \end{bmatrix} = A_2(t_1) A_2^{-1}(t_2) \cdots A_{u-1}^{-1}(t_{u-1}) A_u(t_{u-1}) \begin{bmatrix} C_{1,u} \\ C_{2,u} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

注意到存在于第  $u$  层内的导模应为衰减解, 即  $m = 2$ , 由  $x \rightarrow +\infty$  时能量的有限性, 有  $C_{2,u} = 0$ , 同理  $C_{1,1} = 0$ , 因此 (7) 式等价于如下方程组:

$$F_{22}(q_{2,1} t_1) C_{2,1} = T_1 C_{1,u}, \tag{8a}$$

$$F'_{22}(q_{2,1} t_1) C_{2,1} = T_2 C_{1,u}, \tag{8b}$$

其中  $F_{22}$ 、 $F'_{22}$ 、 $T_1$ 、 $T_2$  均为仅与  $\beta$  有关的函数, 用 (8a) 除以 (8b) 即可得到关于  $\beta$  的超越方

程:

$$F_{22}(q_2, it_1) T_2 = F'_{22}(q_2, it_1) T_1. \tag{9}$$

利用计算机数值解法求解上式, 就得到  $u$  层平板波导 TE 波各阶模式的传播常数, 并可写出各  $\beta$  对应的场分布。TM 波的求解思想是完全相同的, 在以下的计算中本文只列出 TE 模的结果。

### 3 特性分析

#### 3.1 有效折射率法

图 3 给出了有效折射率法求出的图 1 所示结构的折射率分布  $n(x)$ , 计算所用的数据为:

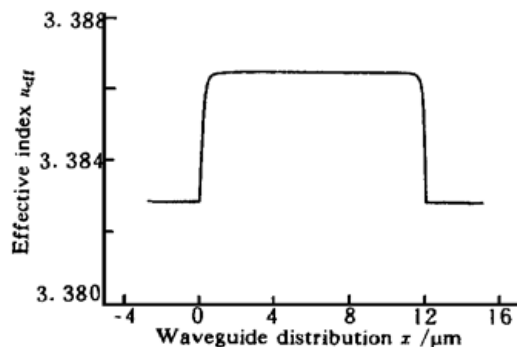


Fig. 3 Effective index distribution of a trapezoidal waveguide

$n_2 = 3.339, n_3 = 3.405, n_4 = 3.373, d_2 = 1.5 \mu\text{m}, d_3 = 1.0 \mu\text{m}$ , 波长  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}, \alpha = 54^\circ, h = 1.4 \mu\text{m}, w = 10.0 \mu\text{m}$  (在以后的计算中, 除了  $\alpha, h$  和  $w$ , 其它数据都是不变的)。可以看出在腐蚀的初期折射率的变化并不明显, 随着腐蚀的加深, 折射率变化越来越显著。

#### 3.2 多膜近似

将折射率变化的区域即梯形的腰分为  $N$  层, 在每一层内近似认为折射率是恒定的, 这样图 3 所示的渐变折射率波导就等效为  $2N + 1$  层平板波导, 随着  $N$  的增加, 光波在这个多层平板波导中的分布越来越接近于在渐变折射率波导中的情况。表 1 给出了不同  $N$  值条件下渐变折射率波导各阶模的  $\beta/k, \beta_0$  代表基模。由表中数据可以看出,  $N$  的取值超过 500 的时候多层逼近就基本趋于稳定了, 因此在以后的计算中取  $N = 500$ 。

Table 1. Numerical results of  $\beta/k$  under different  $N$

$N$	$\beta_0/k$	$\beta_1/k$	$\beta_2/k$
2	3.386130	3.385157	3.383682
10	3.386159	3.385266	3.383890
50	3.386162	3.385281	3.383919
200	3.386163	3.385283	3.383923
500	3.386163	3.385284	3.383924
1000	3.386163	3.385284	3.383924

#### 3.3 模式分析

以  $\alpha$  不同而其它条件都相同的 I 型波导和 II 型波导 (前者  $\alpha = 54^\circ$ , 后者  $\alpha = 90^\circ$ ) 的各阶导模作为对象, 研究它们之间的关系。记  $m$  为模数,  $m = 0$  时为基模。图 4 给出了不同波导宽度与两者的  $\beta_0/k$  关系图。数据表明, I 型波导的基模传播常数与一个稍宽的 II 型波导的基模传播常数相同。

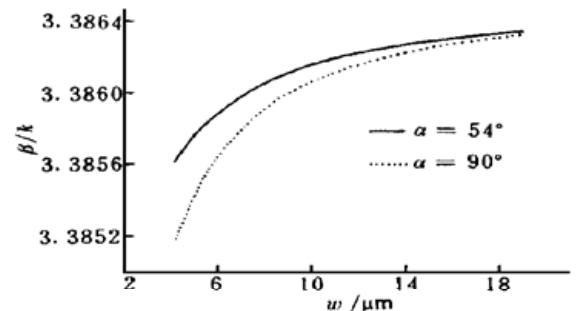


Fig. 4 Propagation constant  $k$  of different  $w$  a:  $\alpha = 54^\circ$ , b:  $\alpha = 90^\circ$

为了定量观察两种波导的各个模式, 对求出

的模式进行归一化处理, 并将归一化后的场分布记为  $E(x)$ :

$$E(x) = \frac{\epsilon(x)}{\int \epsilon(x) dx}, \quad (10)$$

式中  $\epsilon(x)$  表示归一化前的场分布。在此基础上定义两个模式的耦合系数  $c$ :

$$c = \int |E_1(x)E_2(x)| dx. \quad (11)$$

在上述定义下, 当  $c = 1$  时  $E_1(x)$ 、 $E_2(x)$  的场分布是相同的。

令  $E_{1,m}$  为  $\alpha = 54^\circ$ ,  $w = 10.0 \mu\text{m}$  时 I 型波导  $m$  阶模的场分布,  $\beta_{1,m}$  为相应的  $m$  阶模的传播常数,  $E_{2,m}^w$  为  $\alpha = 90^\circ$ ,  $w$  在  $10.0 \sim 16.0 \mu\text{m}$  之间变化时与  $E_1$  阶数相对应的 II 型波导场分布,  $\beta_{2,m}^w$  为相应  $w$  取值时  $m$  阶模的传播常数。以  $\beta_{1,m}/\beta_{2,m}^w - 1$  为横坐标, 相应  $w$  值的  $E_{1,m}$  与  $E_{2,m}^w$  的耦合系数为纵坐标, 就得到了图 5 (注意到 II 型波导的宽度变化对阶数越高的模影响越大, 在相同的宽度变化下, 基模的传播常数变化最小, 因此图中  $m = 0$  这条曲线横坐标范围最小)。

图 5 中, 对于三个模式均有  $\frac{\beta_{1,m}}{\beta_{2,m}^w} - 1 = 0$  即  $\beta_{1,m} = \beta_{2,m}^w$  时,  $E_{1,m}$  与  $E_{2,m}^w$  的耦合系数为 1。这个结果表明, I 型波导与 II 型波导中的模式场分布相同与否可以转化为同阶模传播常数是否相等的问题。

进而, 将横坐标变为  $w$ , 得到图 6。由图可见, 三个模式都在  $w = 11.75 \mu\text{m}$  处有耦合系数等于 1, 这说明, 在本文所取的只有三个模式的这个计算例子中, I 型波导等效为 II 型波导, 等效宽度对于不同模式没有明显的依赖性, 单个模式的分析具有普遍性。

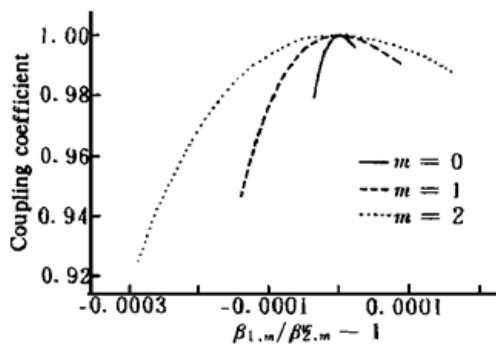


Fig. 5 Coupling coefficient of different contrast of propagation constants.  $\beta_{1,m}$ :  $\alpha = 54^\circ$ ,  $\beta_{2,m}^w$ :  $\alpha = 90^\circ$

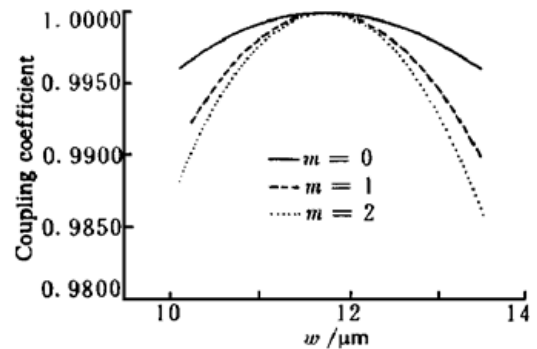


Fig. 6 Coupling coefficient of different  $w$

图 5 和图 6 的分析表明, 图 4 所示的曲线可以作为本例中波导等效的依据。在相同传播常数下, I 型波导可以等效为一个稍宽的 II 型波导, 当  $w$  较小时, 两条曲线距离较远, 相同传播常数的波导宽度差为  $1.75 \mu\text{m}$ , 而在  $w$  较大时, 两条曲线距离较近, 但由于曲线的导数变小, 因而相同传播常数的波导宽度差不会很小, 从数据上看, 宽度为  $17.25 \mu\text{m}$  的 I 型波导传播常数等于宽度为  $19.0 \mu\text{m}$  的 II 型波导的传播常数, 宽度差仍为  $1.75 \mu\text{m}$ 。因此可以说, 在  $w$  从  $4 \mu\text{m}$  至  $20 \mu\text{m}$  的变化范围内, 对于所取的数据, 宽度为  $w$  的 I 型波导与其他条件相同、宽度为  $w + 1.75 \mu\text{m}$  的 II 型波导行为相同。而在另一方面, 随着波导宽度的增加, 相同  $w$  的两种波导之间的传播常数差异变小, 也就是说较宽的波导受工艺的影响较小。

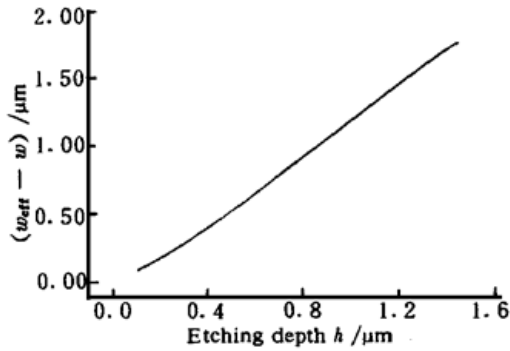


Fig. 7  $w_{\text{eff}} - w$  dependence on the different etching depth

记  $w$  为梯形截面的上底边,  $w_{\text{eff}}$  为与之等效的 II 型波导宽度。图 7 给出了  $w_{\text{eff}} - w$  随腐蚀深度  $h$  变化的曲线, 其中  $w = 10.0 \mu\text{m}$ 。从图中可以看出在腐蚀深度较大时, 二者基本呈线性关系。而在腐蚀深度较小时,  $w_{\text{eff}}$  的变宽相对腐蚀深度来讲不是很明显, 造成曲线下凹。这是因为在浅腐蚀时, 折射率的变化相对较小 (图 4)。图 7 作为特定材料的设计依据, 将大大简化波导设计的工作。

**结 论** 本文结合有效折射率法和转移矩阵理论对梯形截面脊波导 (I 型波导) 的导模进行了数值计算。对计算所得各阶模式的分析表明, I 型波导内的各阶模式受梯形截面的影响是相同的, I 型波导可以用一个稍宽的理想矩形波导来等效。这个结果将实际工艺过程中形成的梯形截面波导归结为波导宽度的变化, 简化了器件的设计, 提高了设计精度, 具有比较广泛的适用性。

### 参 考 文 献

- [1] Pelosi P M, Vandebulcke P, Wilkinson C D W *et al.*. Propagation characteristics of trapezoidal cross-section ridge optical waveguides: an experimental and theoretical investigation. *Appl. Opt.*, 1978, **17** (8) : 1187~ 1193
- [2] Miyamoto T. Numerical analysis of a rib optical waveguide with trapezoidal cross section. *Opt. Commun.*, 1980, **34** (1) : 35~ 38
- [3] 马春生, 刘式墉, 高福斌. 梯形截面介质光波导的模方程. *中国激光*, 1991, **18** (9) : 677~ 681
- [4] 刘育梁, 刘恩科. 梯形截面硅脊型波导的模式特性及其等离子体色散效应. *光学学报*, 1991, **11** (8) : 727~ 732
- [5] 曹庄琪, 詹黎, 陈英礼. 渐变折射率光波导的精确分析. *光学学报*, 1994, **14** (12) : 1240~ 1243

## Analysis of Rib Waveguides with Trapezoidal Cross Section

Yin Rui    Yang Jianyi    Wang Minghua

(State Key Laboratory of Silicon Materials, Department of Information Science & Electronics Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 6 August 1999)

**Abstract** To analyze rib waveguides with trapezoidal cross section, a simple numerical analysis is presented which uses effective index method and transfer matrix theory. Results of the propagation constants and the coupling coefficients between modes in trapezoidal-cross-sectioned rib waveguides show that they have the same action with wider rectangular-cross-sectioned rib waveguides. This will simplify the designing of trapezoidal-cross-sectioned rib waveguides and increase the precision of practical device.

**Key words** effective index, rib optical waveguide, transfer matrix.