

散射板干涉仪的统计光学原理

陈家璧

(上海理工大学光学与电子信息工程学院, 上海 200093)

摘 要 用近代光学方法, 对散射板干涉仪的基本光路进行了严格分析。用傅里叶光学证明先散射后透射与先透射后散射两条光路传播光的等价性, 给出存在波像差时这两条光路的变化。而后用统计光学方法讨论了干涉条纹产生的机理以及干涉条纹对比度与两块散射板透过率相关性之间的关系, 建立了散射板干涉仪的干涉条纹公式。分析结果与实验现象相符合, 并可以解释以往理论不能解释的现象。

关键词 散射板干涉仪, 菲涅尔衍射, 统计平均。

1 引 言

散射板干涉仪是一种共光路干涉仪, 曾成功地用来检验过直径近 1 m 的 $f/4$ 物镜^[1, 2], 有重要的实用价值。Burch 于 1953 年发现散射板干涉现象, 1962 年制成了最初的散射板干涉仪^[3, 4]。卓永模^[5]研制过多种散射板干涉仪, 最近还对其作了改进。散射板干涉的机制, 一般都用光程差分析来说明, 这种分析方法的条件是要求两块散射板的二维散射性能分布完全一致而且在光路装配和校正后满足严格的点对点一一对应的物像共轭关系。因为散射板上相距微米量级的点之间散射性能不同就会造成大于四分之一波长的光程差, 从而破坏光程差分析方法所要求的干涉条纹生成的条件, 因此这种完全一致性和一一对应关系要求也是微米量级的。由于加工与装校的困难, 这一点并不能得到满足。但在实际上两块散射板的散射性能分布不完全一致, 或者说光路上成共轭关系的对应点之间光程差超过四分之一波长, 并不会影响散射板干涉仪干涉条纹的生成。另一方面, 散射板干涉仪在使用时可以将一块散射板相对另一块散射板平移, 产生平行直条纹^[1, 2]。这都是光程差分析不能解释的。

本文用近代光学的方法, 从傅里叶光学与统计光学原理^[8, 9]出发, 对散射板干涉仪的基本光路进行了严格分析。用傅里叶光学证明先散射后透射与先透射后散射两条光路传播光的等价性, 给出存在波像差时先散射后透射与先透射后散射两条光路传播光场的变化。而后用统计光学方法证明在散斑条件下干涉条纹产生的机理, 并建立了条纹及其对比度与两散射板透过率相关性之间的关系, 建立了干涉条纹与被检验物镜的波像差之间的关系。最后讨论了散射板干涉仪在使用时可以将一块散射板相对另一块散射板平移, 产生平行直条纹的原因, 从而完成了散射板干涉仪干涉原理的基本分析。

2 散射板干涉仪的基本光路

由原理型的散射板干涉仪到实际应用的散射板干涉仪, 有多种光路^[1, 2, 6, 7]。文献[7]给出的两种光路中被检验物镜都是反射镜。文献[1]和[2]中均给出了被检验物镜是会聚透镜的光路。利用几何光学中反射面展开的概念, 凹面反射镜的分析可以用等价的向前传播的会聚透镜的光路来替代。可以把这些光路归结为如图1的基本光路, 图中省略了光源及会聚透镜。照明光束用会聚在 O 点的 PQO 光锥表示, 因为无论是何种光路, 散射板干涉都要求照明光束会聚在被检验物镜的光心处, 而无论用何种光源及会聚透镜生成照明光束, 只要照明光束结构相同, 将产生同样的干涉场。

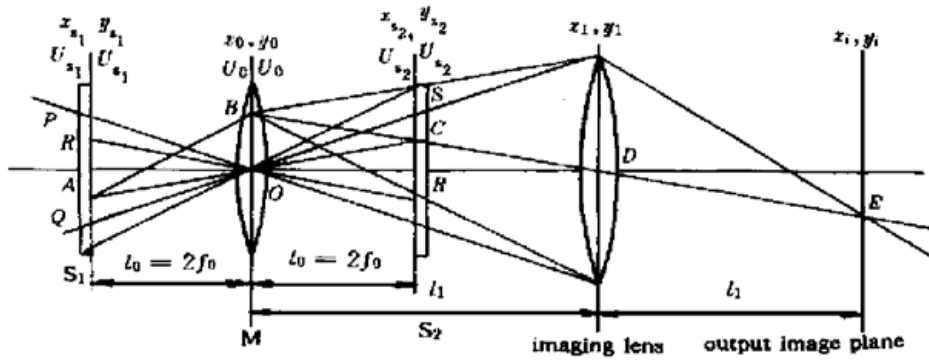


Fig. 1 Typical optical setup of scatter plate interferometry

图中被测透镜(或被测反射镜的等价透镜)置于 (x_0, y_0) 平面上, 两块散射板分置于放大率为1的两倍焦距处的 (x_{s_1}, y_{s_1}) 与 (x_{s_2}, y_{s_2}) 两平面处, 以满足两散射板点对点一一对应的物像共轭关系。成像物镜置于 (x_1, y_1) 平面上, 物面就是被测透镜, 它对应的像平面是 (x_i, y_i) 。这时只要成像物镜的相对口径足够大, 在像平面 (x_i, y_i) 处观察的干涉场将与物面 (x_0, y_0) 处的干涉场结构相同, 并可以反映被测透镜的波像差分布。

照明激光聚焦在被测透镜的光心(或被测凹镜顶点), 经过第一块散射板 S_1 时, 一部分光能被散射到整个被测透镜上, 一部分被聚焦于 O 处。如图通过 A 点散射到 B 的光线是散射场中的一根光线。而 AO 则是直透的光线。图中 S_1 与 S_2 (第二块散射板)对于 M (被检测镜)共轭, AO 与 AB 会在 S_2 上交于共同点 C 。 BC 光线在通过 S_2 时又分为两部分, 其直透光到达 (x_1, y_1) 上的 D 点, 且在透镜作用下射到 (x_i, y_i) 上的 E 处。 OC 光线被 S_2 散射后总有一条散射光通过 D 点也在透镜作用下射到 E 处。这样由 S_1 散射后又由 S_2 透过的光线 ABC 与 S_1 透过后又由 S_2 散射的光线 AOC 将在 E 处形成干涉场。这就是光程差分析的基本思路, 它要求 A 点与 C 点散射性能完全相同。所谓散射性能相同主要指两点对于散射光的附加光程差相同。如果相差半个波长, 产生相消干涉, 干涉结果会完全相反, 因而起码要求在 A 点与 C 点散射时产生的附加光程不相差四分之一波长。这在实际生产过程中是不可能满足的。本文从光的散射与衍射的角度分析, 结果则说明: 散射板干涉现象的产生不取决于单个点, 而取决于一个小区域中的相关性, 因而微米级的严格要求并不必要, 散射板相对平移会产生平行直条纹。

3 散射板的作用

假设射到散射板前的光场复振幅分布为 U_{s_1} , 经过散射板 S_1 后直透光场光分布 U'_{s_1T} 与散射光场光分布 U_{s_1S} 可用 U_{s_1} 表示为

$$U'_{S_1T} = C_1 U_{S_1}, \quad (1a)$$

$$U'_{S_1S} = T_1 U_{S_1} \quad (1b)$$

式中 C_1 为透射系数, 而 T_1 为散射系数, 因为直透光场会聚于一点, 透射系数应是复常数, 而散射光场要求散射系数是一个与 (x_{S_1}, y_{S_1}) 有关的二维随机变量。假设散射板无吸收, 则有

$$|T_1|^2 + |C_1|^2 = 1. \quad (2)$$

因而 $|T_1|^2$ 为常数, S_1 为随机相位屏。散射板 S_2 与 S_1 同样, 具有复常数的直透系数 C_2 和二维随机散射系数 T_2 。

假设准单色会聚光束波长为 λ , 则波数 $k = 2\pi/\lambda$, 并且射到散射板前在 (x_{S_1}, y_{S_1}) 面上振幅为 A_0 复振幅分布 U_{S_1} 可以表示为

$$U_{S_1} = \frac{A_0}{l_0} \exp(jkl_0) \exp[-j\frac{k}{2l_0}(x_{S_1}^2 + y_{S_1}^2)]. \quad (3)$$

在第一块散射板后分为两部分 U'_{S_1T} 与 U'_{S_1S} , 衍射到 (x_0, y_0) 平面成为 U_{0T} 与 U_{0S} 。利用菲涅耳公式, U_{0T} 与 U_{0S} 可以表示为

$$\begin{aligned} U_{0T} &= \frac{\exp(jkl_0)}{j\lambda l_0} \exp[j\frac{k}{2l_0}(x_0^2 + y_0^2)] \times \\ &\iint C_1 U_{S_1} \exp[j\frac{k}{2l_0}(x_{S_1}^2 + y_{S_1}^2)] \times \\ &\exp[-j\frac{2\pi}{\lambda l_0}(x_{S_1}x_0 + y_{S_1}y_0)] dx_{S_1} dy_{S_1}, \\ U_{0S} &= \frac{\exp(jkl_0)}{j\lambda l_0} \exp[j\frac{k}{2l_0}(x_0^2 + y_0^2)] \times \\ &\iint T_1 U_{S_1} \exp[j\frac{k}{2l_0}(x_{S_1}^2 + y_{S_1}^2)] \times \\ &\exp[-j\frac{2\pi}{\lambda l_0}(x_{S_1}x_0 + y_{S_1}y_0)] dx_{S_1} dy_{S_1}. \end{aligned}$$

进入被检透镜前总的复振幅分布为:

$$U_0 = U_{0T} + U_{0S},$$

将(3)式代入 U_{0T} 与 U_{0S} 的表达式, 得到

$$U_{0T}(x_0, y_0) = \frac{A_0 C_1 \lambda}{j} \delta(x_0, y_0), \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} U_{0S}(x_0, y_0) &= \frac{A_0 \lambda}{j} \exp[j\frac{k}{2l_0}(x_0^2 + y_0^2)] \times \\ &\iint T_1 \left(\frac{x_{S_1}}{\lambda l_0}, \frac{y_{S_1}}{\lambda l_0}\right) \exp[-j2\pi\left(\frac{x_{S_1}}{\lambda l_0}x_0 + \frac{y_{S_1}}{\lambda l_0}y_0\right)] d\frac{x_{S_1}}{\lambda l_0} d\frac{y_{S_1}}{\lambda l_0}, \quad (4b) \end{aligned}$$

式中 $\delta(x_0, y_0)$ 为用以表示点光源的 δ 函数, 可见 U_{0T} 实际上是会聚在 (x_0, y_0) 平面中心的一个光点, 而 U_{0S} 则是由散射系数 T_1 决定的在 (x_0, y_0) 平面上的光场分布。被检透镜对光场的作用是一个附加相位因子, 其中包含测试对象波像差引入的附加相位因子, 因而其后的光场分布为

$$U'_{0T} = U_{0T} \exp(j\phi), \quad (5a)$$

$$U'_{0S} = U_{0S} \exp(j\phi) \exp[-j\frac{k}{2f_0}(x_0^2 + y_0^2)] \exp[-jkW(x_0, y_0)], \quad (5b)$$

式中 f_0 为被测透镜焦距, ϕ_0 为中心 O 点处附加光程差, $w(x_0, y_0)$ 为透镜波像差分布。(5a) 和 (5b) 两式中的 $\exp(j\phi_0)$ 为常数相位因子, 以下均已略去。

U'_{0T} 与 U'_{0S} 再一次通过衍射传播到 (x_{S_2}, y_{S_2}) 面上变成光分布 U_{S_2T} 与 U_{S_2S} , 同样利用菲涅耳公式计算 U_{S_2T} 与 U_{S_2S} 可以得到

$$U_{S_2T} = \frac{A_0 C_1 \exp(jkl_0)}{-l_0} \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right],$$

$$U_{S_2S} = \frac{A_0 \exp(jkl_0)}{-l_0} \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right] \iiint \exp[jkw(x_0, y_0) T_1(x_{S_1}, y_{S_1})] \times \\ \exp\left\{-j2\pi\left[x_0\left(\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{x_{S_2}}{\lambda_0}\right) + y_0\left(\frac{y_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{y_{S_2}}{\lambda_0}\right)\right]\right\} dx_0 dy_0 d\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} d\frac{y_{S_1}}{\lambda_0}.$$

进入散射板 S_2 之前总的光场复振幅分布 U_{S_2} 为 U_{S_2T} 与 U_{S_2S} 之和。在散射板 S_2 作用下 U_{S_2T} 与 U_{S_2S} 又分别分解成两个光分布: U'_{S_2TT} 、 U'_{S_2TS} 与 U'_{S_2ST} 、 U'_{S_2SS} 。透过散射板后传播的光分布 U'_{S_2} 可以表示为:

$$U'_{S_2} = U'_{S_2TT} + U'_{S_2TS} + U'_{S_2ST} + U'_{S_2SS}, \quad (6a)$$

第一项 U'_{S_2TT} 为两次通过散射板均直透的光分布, 第二项 U'_{S_2TS} 为前一次直透后第二次散射的光分布, 第三项为前一次散射后一次直透的光分布, 而第四项则是两次均是由散射产生的。直接在 U_{S_2T} 与 U_{S_2S} 之前分别乘上第二块散射板的透射系数 C_2 和散射系数 T_2 , 便可以得出

$$U'_{S_2TT} = \frac{A_0 C_1 C_2}{-l_0} \exp(jkl_0) \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right], \quad (6b)$$

$$U'_{S_2TS} = \frac{A_0 C_1 T_2(x_{S_2}, y_{S_2})}{-l_0} \exp(jkl_0) \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right], \quad (6c)$$

$$U'_{S_2ST} = \frac{A_0 C_2 \exp(jkl_0)}{-l_0} \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right] \iiint \exp[jkw(x_0, y_0) T_1(x_{S_1}, y_{S_1})] \times \\ \exp\left\{-j2\pi\left[x_0\left(\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{x_{S_2}}{\lambda_0}\right) + y_0\left(\frac{y_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{y_{S_2}}{\lambda_0}\right)\right]\right\} dx_0 dy_0 d\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} d\frac{y_{S_1}}{\lambda_0}, \quad (6d)$$

$$U'_{S_2SS} = \frac{A_0 T_2(x_{S_2}, y_{S_2}) \exp(jkl_0)}{-l_0} \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right] \iiint \exp[jkw(x_0, y_0)] \times \\ T_1(x_{S_1}, y_{S_1}) \exp\left\{-j2\pi\left[x_0\left(\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{x_{S_2}}{\lambda_0}\right) + y_0\left(\frac{y_{S_1}}{\lambda_0} + \frac{y_{S_2}}{\lambda_0}\right)\right]\right\} dx_0 dy_0 d\frac{x_{S_1}}{\lambda_0} d\frac{y_{S_1}}{\lambda_0}, \quad (6e).$$

而且当 $w = 0$ 时, 可以证明

$$U'_{S_2ST} = \frac{A_0 C_2 \exp(jkl_0)}{-l_0} \exp\left[j \frac{k}{2l_0}(x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2)\right] T_1(-x_{S_2} - y_{S_2}).$$

如果 $T_1(-x_{S_1}, -y_{S_1}) = T_2(x_{S_1}, y_{S_1})$, 则有

$$U'_{S_2TS} = \frac{C_1}{C_2} U'_{S_2ST}. \quad (7)$$

(7) 式具有明显的物理意义, 即: 当被检透镜无像差, 散射板 S_1 与 S_2 相对于被检透镜成严格物像共轭关系时, 在 S_2 后的两部分光, 前一次直透后一次散射的光场 U'_{S_2TS} 的分布与前一次散射后一次直透的光场 U'_{S_2ST} 的分布, 除了一个常系数以外完全相同。这与光程差分析的结果是相一致的。这还说明存在一个等价关系, 即前一次直透第二次由散射系数 T_2 的第二块散射板散射的光场 U'_{S_2TS} 与将第二块散射板倒置放在第一块散射板的位置, 在被检透镜无像差的情况下, 前一次散射第二次直透产生的光场等价。从而可以利用这个等价关系在分析成像透

镜的作用时进行简化。

4 成像透镜的作用

(6a) 式中 4 项分量光场通过成像透镜在输出像平面上产生的光场分别记作 U_{ITT} 、 U_{ITS} 、 U_{IST} 、 U_{ISS} ，则在 (x_i, y_i) 平面上总的光场分布 U_1 可表示为：

$$U_1 = U_{ITT} + U_{ITS} + U_{IST} + U_{ISS}. \quad (8)$$

对于 U_1 的分析可以由(6a)~(6d) 4 式出发，将 4 个分量光场分别衍射到成像透镜处，乘上附加相位因子再衍射到输出面上得到。显然两次菲涅耳衍射会造成十分复杂的结果表示式，而且(6c)、(6d)、(6e) 中随机过程 T_1 与 T_2 会带来许多无法比较的不确定性，使分析十分困难。本文试图利用(7) 式表达的等价性来分析这个问题，从而可以借助物像关系来简化分析。

因为 (x_0, y_0) 平面与 (x_i, y_i) 两平面是对成像透镜 (x_1, y_1) 面共轭的。如果没有散射板 S_2 ，两平面上的光场分布可以用叠加积分联系起来。因此 U_{ITT} 与 U_{IST} 两项可以由这两个光分布在被检透镜后的 (x_0, y_0) 平面上的分布乘上 S_2 散射板的直透系数 C_2 ，被成像透镜成像得到。而当成像透镜口径限制不予考虑时，点扩散函数可近似为 δ 函数，因而出射面 (x_i, y_i) 的光场分布在归一化条件下等于输入面 (x_0, y_0) 上刚刚离开被检透镜后的光场分布。这两项就比较简单，另外根据(7) 式的等价关系，第二项 U_{ITS} 为 $w = 0$ ， $T_1(x_{s_1}, y_{s_2}) = T_2(-x_{s_1}, -y_{s_1})$ 时的 U_{IST} ，也就不难由 U_{IST} 的表达式演化出 U_{ITS} 的表达式。根据(4) 式和(5) 式，省略常数相位因子推导出的具体结果为

$$U_{ITT} = \frac{C_1 C_2 A_0 \lambda}{jM} \delta\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right), \quad (8a)$$

$$U_{ITS} = \frac{C_1 A_0 \lambda}{jM} \exp\left[-j \frac{k}{2l_0 M^2}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \iint T_2(-x_{s_1}, -y_{s_1}) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{x_i}{M} \frac{x_{s_1}}{\lambda_0} + \frac{y_i}{M} \frac{y_{s_1}}{\lambda_0}\right)\right] d\frac{x_{s_1}}{\lambda_0} d\frac{y_{s_1}}{\lambda_0}, \quad (8b)$$

$$U_{IST} = \frac{C_2 A_0 \lambda}{jM} \exp\left[-j \frac{k}{2l_0 M^2}(x_i^2 + y_i^2)\right] \exp\left[jkw\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right)\right] \times \iint T_1(x_{s_1}, y_{s_1}) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{x_i}{M} \frac{x_{s_1}}{\lambda_0} + \frac{y_i}{M} \frac{y_{s_1}}{\lambda_0}\right)\right] d\frac{x_{s_1}}{\lambda_0} d\frac{y_{s_1}}{\lambda_0}, \quad (8c)$$

式中 $M = l'_1/l_1$ ，为成像物镜的放大率。(8a) 式表明 U_{ITT} 代表的光场分布是汇聚在像面中心的一个光点，对整个干涉场没有贡献，以下不再予以讨论。(8b) 和(8c) 分别代表前一次直透后一次散射的光场 U'_{s_2rs} 的分布与前一次散射后一次直透的光场 U'_{s_2st} 的分布传播到像面上产生的光场分布，两者具有对称的形式，但(8c) 式中包含被检透镜波像差分布函数 $w(x_0, y_0)$ ，而(8b) 没有。以下的进一步分析将说明这两项的叠加产生的干涉场是散射板干涉仪测量方法的基础。(8b) 和(8c) 两式中都包含对散射率分布函数 T_1 和 T_2 的积分，说明 U_{ITS} 和 U_{IST} 两项都是散斑场。而(8) 式中第四项 U_{ISS} 为前后两次通过散射板都是散射的情况，自然产生的也是散斑场，而且是与(8b) 和(8c) 两式散斑场统计无关的散斑场。这一散斑场将会给干涉测量场带来背景光噪声，但是不影响散斑干涉条纹。进一步分析时只要求计算其光强统计平均，作为慢变函数的被检透镜波像差分布函数，对光强统计平均没有影响，因此在计算第四项 U_{ISS} 时可以忽略波像差分布函数。在忽略波像差分布函数的情况下，再利用(7) 式的等价关系，和计算(8b) 的 U_{ITS} 类似，把第二块散射板的作用替换为在 (x_{s_1}, y_{s_1}) 面上倒置的第二块散射板

的作用，从而得到

$$U_{ISS} = \frac{A_0 \lambda}{jM} \exp \left[-j \frac{k}{2l_0 M^2} (x_i^2 + y_i^2) \right] \times \iint T_1(x_{s_1}, y_{s_1}) T_2(-x_{s_1}, y_{s_1}) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{x_i}{M} \frac{x_{s_1}}{\lambda_0} + \frac{y_i}{M} \frac{y_{s_1}}{\lambda_0} \right) \right] d \frac{x_{s_1}}{\lambda_0} d \frac{y_{s_1}}{\lambda_0}. \quad (8d)$$

另外需要说明的是(8)式中的积分域。会聚光束照明范围在如图 1 所示的直径为 PQ 的圆内，这是积分域的一个基本限制。对于具体的像点 E ，它对应的物点为 B ，成像光瞳为直径 $S'R'$ 的圆，这个圆对应着物面上 RS (如图 1 所示) 为直径的圆。显然只有 RS 圆与 PQ 圆的公共部分才对积分有贡献，因而实际积分域对于 E 点来讲是如图 2 示的阴影区。

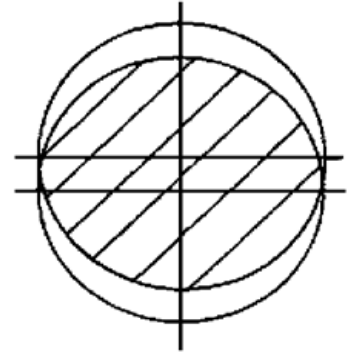


Fig. 2 The integration area of scatter plate

5 干涉场的形成与条纹解释

(8) 式说明输出面上光振动分布由四部分组成，而(8a)式说明其中 U_{ITS} 只存在于 (x_i, y_i) 平面的原点处，省去这个 δ 函数，(7) 式可简化为

$$U_1 = U_{ITS} + U_{IST} + U_{ISS}. \quad (9)$$

在输出面上接收到的光强分布为

$$E_1(x_i, y_i) = U_1 U_1^* = |U_{ITS}|^2 + |U_{IST}|^2 + |U_{ISS}|^2 + U_{ITS} U_{IST}^* + U_{ITS}^* U_{IST} + U_{ITS} U_{ISS}^* + U_{ISS} U_{ITS}^* + U_{IST} U_{ISS}^* + U_{ISS} U_{IST}^*. \quad (10)$$

(9) 式中三个分量场均为随机过程的积分，所以 (10) 式表达的光强分布是二维空间随机过程，并不能直接表现为干涉条纹的形式。实际的光传感器都有一定的面积，接收到的是积分光强，是光强的空间平均值，其大小等于统计平均值(因为在局部近似具有各态历经性)，可对(10)式作统计平均运算^[10]。在一般情况下，(9)式中三个分量均为圆型复高斯随机表量。其光强平均值^[11]即(10)式中前三项分别为

$$\langle I_{ITS} \rangle = \frac{A_0^2 C_1^2 |T_2|^2}{\lambda^2 l_0^4 M^2} \sigma, \quad (11a)$$

$$\langle I_{IST} \rangle = \frac{A_0^2 C_2^2 |T_1|^2}{\lambda^2 l_0^4 M^2} \sigma, \quad (11b)$$

$$\langle I_{ISS} \rangle = \frac{A_0^2 |T_1 T_2|^2}{\lambda^2 l_0^4 M^2} \sigma, \quad (11c)$$

式中 σ 为图 2 中积分域面积。(10) 式中第四、五两项是共轭的，可计算出

$$\langle U_{ITS} U_{IST}^* \rangle = \frac{A_0^2 C_1^2 C_2^2 |T_1 T_2|}{\lambda^2 l_0^4 M^2} \sigma' \exp \left[jkw \left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M} \right) \right], \quad (12)$$

其中

$$\sigma' = \left. \begin{aligned} & \iiint C_{T_1 T_2}(x_{s_1}, y_{s_1}, x'_{s_1}, y'_{s_1}) \times \\ & \exp \left\{ -j2\pi \left[\frac{x_i}{M} \left(\frac{x_{s_1}}{\lambda_0} - \frac{x'_{s_1}}{\lambda_0} \right) + \frac{y_i}{M} \left(\frac{y_{s_1}}{\lambda_0} - \frac{y'_{s_1}}{\lambda_0} \right) \right] \right\} d \frac{x_{s_1}}{\lambda_0} d \frac{y_{s_1}}{\lambda_0} d \frac{x'_{s_1}}{\lambda_0} d \frac{y'_{s_1}}{\lambda_0}, \\ & C_{T_1 T_2}(x_{s_1}, y_{s_1}, x'_{s_1}, y'_{s_1}) = \langle T_1(x_{s_1}, y_{s_1}) T_2(-x'_{s_1}, -y'_{s_1}) \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 $C_{T_1 T_2}(x_{s_1}, y_{s_1}, x'_{s_1}, y'_{s_1})$ 是两块散射板散射系数分布 T_1 和 T_2 的互相关函数。当两块散射板散射系数分布完全相同时, $C_{T_1 T_2}$ 转化为自相关函数。一般假设散射系数分布函数 $T_1(T_2)$ 具有白噪声的性质, 自相关函数即 $C_{T_1 T_2}$ 可以表示成为 δ 函数。当两块散射板散射系数分布完全无关时, 不难算出 $C_{T_1 T_2}$ 为 $\langle T_1 \rangle \langle T_2 \rangle$, 等于零。此外, 因为 U_{ITS} 、 U_{IST} 和 U_{ISS} 互不相关, 对于后 4 项可计算出

$$\langle U_{ITS} U_{ISS}^* \rangle = \langle U_{ISS} U_{ITS}^* \rangle = \langle U_{IST} U_{ISS}^* \rangle = \langle U_{ISS} U_{IST}^* \rangle = 0,$$

从而可得到:

$$\begin{aligned} \langle E_1(x_i, y_i) \rangle = & \frac{A_0^2 \sigma}{\lambda^2 l_0^4 M^2} \{ (C_1^2 |T_2|^2 + |T_1|^2 C_2^2 + |T_1 T_2|^2 + \\ & 2 \frac{C_1 C_2 |T_1 T_2| \sigma'}{\sigma} \cos [kw(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M})] \}. \end{aligned} \quad (14)$$

上式表明输出面上呈现余弦型条纹, 干涉条纹的分布取决于被检验物镜的波像差, 这就是散射板干涉仪的干涉原理。根据(14)式可以对条纹作出定量计算, 还可以计算出其对比度 ξ 为

$$\xi = \frac{2C_1 C_2 |T_1 T_2|}{C_1^2 |T_1|^2 + |T_1|^2 C_2^2 + |T_1 T_2|^2} \frac{\sigma'}{\sigma}. \quad (15)$$

如果取直透率 C_1^2 、 C_2^2 与散射率 $|T_1|^2$ 、 $|T_2|^2$ 相等, 均为 0.5, 则对比度变为 $\frac{2}{3} \frac{\sigma'}{\sigma}$ 。如果 T_1 与 T_2 完全无关, 即 $C_{T_1 T_2} = 0$ 时 σ' 积分为零, 因而对比度变为零, 条纹会消失。若 2 块散射板两维散射性能分布完全一致而且在光路装配和校正后满足严格的点对点一一对应的物像共轭关系, 使 2 块散射板散射系数分布完全相同时, 积分结果得到 $\sigma' = \sigma$, 从而对比度达到最大值

$$\xi_{\max} = \frac{2C_1 C_2 |T_1 T_2|}{C_1^2 |T_1|^2 + |T_1|^2 C_2^2 + |T_1 T_2|^2}. \quad (16)$$

实际情况下 T_1 与 T_2 总会有一定的相关性, 但也并不能满足两块散射板两维散射性能分布完全一致以及在光路装配和校正后满足严格的点对点一一对应的物像共轭关系的要求。此时由(14)式和(15)式, 根据实际的散射系数互相关函数计算对比度。一般说来, 对比度不能达到最大值也不会变为零, 散射板干涉仪也可以工作, 这是符合实际情况的。

根据上述分析还很容易解释散射板干涉仪在使用时可以将一块散射板相对另一块散射板平移, 从而产生平行直条纹的原因。如果将第一块散射板在 (x_{s_1}, y_{s_1}) 平面内沿 x_{s_1} 方向平移 x_{s_0} , 那末在(4b)式中 $T_1(x_{s_1}/\lambda_0, y_{s_1}/\lambda_0)$ 变为 $T_1(x_{s_1} - x_{s_0})/\lambda_0, y_{s_1}/\lambda_0$, 根据傅里叶变换的位移定理, 积分将产生一个附加的线性相位因子。这一线性相位因子将导致(13)式中余弦函数的自变量增加一线性附加项, 因而会产生平行直条纹, 被检验物镜的波像差对应的干涉条纹则调制在平行直条纹上。

总之, 由上述分析可以看出, 用近代光学的方法, 从傅里叶光学与统计光学原理出发, 对散射板干涉仪的基本光路进行分析, 可以满意地阐明散射板干涉仪原理, 澄清在必须用统计光学方法才能说明的散斑干涉现象时只用光程差分析方法引起的问题。

参 考 文 献

- [1] Malacara D. *Optical Shop Testing*. New York: John Wiley & Sons. 1978. 71~ 73
- [2] 杨国光. 近代光学测试技术. 北京: 机械工业出版社, 1986.
- [3] Burch J M. Scatter fringes of equal thickness. *Nature*, 1953, **171**: 889~ 890

- [4] Burch J M. Scatter-fringe interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, 1962, **52**() : 600~
- [5] 徐 敏, 游艺锋, 卓永模. 通过散射板干涉仪的改型实现非球面的零测试. *光学仪器*, 1998, **20**(1) : 8~ 12
- [6] Scott R M. Scatter plate interferometry. *Appl. Opt.*, 1969, **8**() : 531~ 533
- [7] 沈树仁. *大学物理*, 1997, **16**(11) : 30~ 31
- [8] Goodman J W. *Introduction to Fourier Optics*. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [9] Goodman J W. *Statistical Optics*. New York: John Wiley & Sons., 1985. 347~ 356
- [10] 方 强, 陈家璧. 全息散斑计量学. 北京: 科学出版社, 1995. 109~ 111
- [11] 刘培森. 散斑统计光学基础. 北京: 科学出版社, 1987. 14~ 18

The Principle of the Scatter Plate Interferometry Based on Statistical Optics

Chen Jiabi

(*Optics and Electronics Engineering College, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093*)

(Received 2 April 1999; revised 12 July 1999)

Abstract The typical optical system of scatter plate interferometry is strictly analysed by means of modern optics. The equivalence of two beams, one of which is scattered first and transmitted secondly and the other is transmitted first and then scattered, is proved by Fourier optics. The variation of the two optical paths caused by wave aberration of tested lens is derived. Furthermore, the fringe mechanism, its contrast, the relationship between the correlation of transmittance of two plates and the contrast are discussed by statistical method. The fringe formula of the interferometry is established. The analysis coincides with the experimental results and can explain some phenomena of scatter plate interferometry that could not be explained before.

Key words scatter plate interferometry, Fresnel diffraction, statistical average.