

具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的三维面形测量技术

梁 猛 方 强

(西安邮电学院电信工程系, 西安 710061)

摘 要 对具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的三维面形测量技术(LCP)进行了研究, 给出了相位测量原理及公式, 并通过对人头石膏模型的实测验证了这种测量方法是实用可行的。

关键词 三维面形测量, 线性编码, 结构光。

1 引 言

1984 年 Srinivasan, Liu 和 Maurice Halioua 等人^[1-3]提出利用正弦结构光对三维物体表面进行编码、利用干涉计量中的相位检测原理进行解码的相位测量轮廓术(PMP)。在此基础上, 利用线性结构光替代相位测量轮廓术中正弦结构光, 出现了基于线性结构光编码的三维面形测量新方法(LCP)^[4,5]。这种技术是利用线性结构光对三维物体表面进行线性编码, 并进行相应的解码, 获取物体表面的相位分布。线性结构光分为具有等腰三角形齿结构的线性结构光和具有直角三角形齿结构的线性结构光两种, 如图 1 所示。利用电分机可以制作出线性结构光胶片, 用投影仪照射胶片的透射光即为线性结构光, 或用投影电视直接产生所需的结构光。由于具有直角三角形齿结构的线性结构光分布中存在不连续的阶跃, 会在阶跃处出现模糊现象, 误差较大。本文在参考文献[5]的基础上, 对具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的多次、等间距、满周期采样的测量方法进行分析。

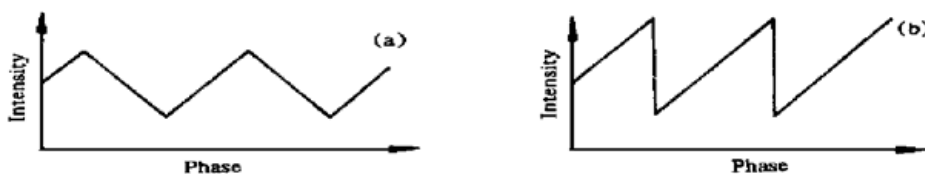


Fig. 1 Linear structure light having isosceles triangle teeth (a) and having saw teeth (b)

2 相位测量轮廓术的相位测量原理

具有等腰三角形齿结构的线性结构光, 参考平面上光场分布为

$$I(x, y) = \begin{cases} A + B[x]_m & 0 \leq [x]_m < T/2, \\ A + B\{T - [x]_m\} & T/2 \leq [x]_m < T, \end{cases} \quad (1)$$

其中 (x, y) 为参考平面上的一点, T 为线性光栅周期, A 为背景强度, B/A 为对比度, $[x]_m$ 表示 x 对 T 求余运算。当参考平面上放置一个三维物体时, 光场发生畸变, 变形光场分布为

$$I(x, y) = \begin{cases} R(x, y)\{A(x, y) + B(x, y)[\mathcal{Q}x, y]_m\} & 0 \leq [\mathcal{Q}x, y]_m < T/2, \\ R(x, y)\{A(x, y) + B(x, y)T - B(x, y)[\mathcal{Q}x, y]_m\} & T/2 \leq [\mathcal{Q}x, y]_m < T, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $R(x, y)$ 为 (x, y) 处的反射率, $\mathcal{Q}x, y$ 是三维物体上的相位值, 它由三维物体表面高度所决定。引入相位调制量 δ , 并令 $x_0(x, y) = A(x, y)/B(x, y)$ 和 $M(x, y) = R(x, y)B(x, y)$, 则有

$$I(x, y) = \begin{cases} M(x, y)\{x_0(x, y) + [\mathcal{Q}x, y] + \delta\}_m & 0 \leq [\mathcal{Q}x, y] + \delta\}_m < T/2, \\ M(x, y)\{x_0(x, y) + T - [\mathcal{Q}x, y] + \delta\}_m & T/2 \leq [\mathcal{Q}x, y] + \delta\}_m < T. \end{cases} \quad (3)$$

从理论上讲, 给定三个不同的 δ 就确定了三个关于 $M(x, y)$ 、 $x_0(x, y)$ 和 $\mathcal{Q}x, y$ 三个未知量的方程, 即可解出 $\mathcal{Q}x, y$ 。实际应用中, 由于噪声及测量误差的存在会引起计算误差。为提高测算精度, 采用等间距满周期的多次采样, 并对采样值应用最小二乘法进行拟合, 从而较准确地算出 $\mathcal{Q}x, y$ 的值。

设采样次数为 $N(N > 3)$, 相位调制量为 $\delta_n = nT/N$, 其中 $n = 0, 1, \dots, N - 1$, 对应的采样值为 I_n 。根据采样值 $I_n(n = 0, 1, \dots, N - 1)$ 的分布有如图 2 所示的两种情况, 其中 i, j 为采样值的特征点。

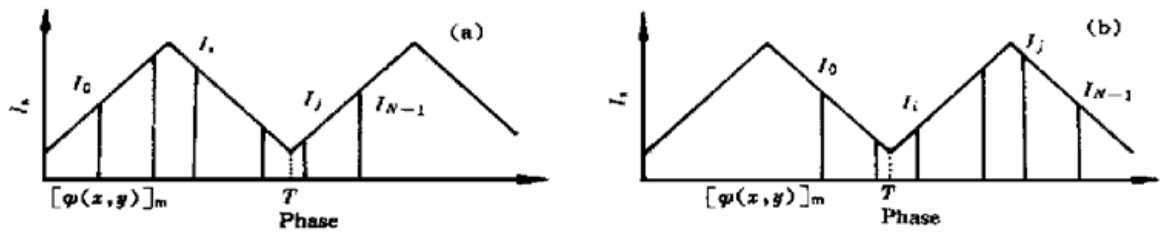


Fig. 2 The distribution of I_n , (a) $[\mathcal{Q}x, y]_m < T/2$, (b) $[\mathcal{Q}x, y]_m > T/2$

对于图 2(a) 所示的情况, 各个采样值可以表示为:

$$I_n = \begin{cases} M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T) & 0 \leq n \leq i - 1, \\ M(x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T) & i \leq n \leq j - 1, \\ M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T) & j \leq n \leq N - 1. \end{cases} \quad (4)$$

采样值的误差函数 E 为:

$$E = \sum_{n=0}^{i-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T)]^2 + \sum_{n=i}^{j-1} [I_n - M(x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T)]^2 + \sum_{n=j}^{N-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T)]^2, \quad (5)$$

要使 E 为最小值, 必须使 $\frac{\partial E}{\partial M} = \frac{\partial E}{\partial \varphi} = \frac{\partial E}{\partial x_0} = 0$, 从而有关于 $M(x, y)$ 、 $x_0(x, y)$ 和 $\mathcal{Q}x, y$ 的三个方程, 有

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{i-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T)](x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T) + \\ & \sum_{n=i}^{j-1} [I_n - M(x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T)](x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T) + \\ & \sum_{n=j}^{N-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T)](x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{i-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T)] - \sum_{n=i}^{j-1} [I_n - M(x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T)] + \\ & \sum_{n=j}^{N-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T)] = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{i-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T)] + \sum_{n=i}^{j-1} [I_n - M(x_0 + T - \varphi - \frac{n}{N}T)] + \\ & \sum_{n=j}^{N-1} [I_n - M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T)] = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

解(6)式~(8)式组成的方程组即可获得未知量 $\varphi(x, y)$ 的值, 有

$$\varphi = T \frac{\lambda(A_2C_3 - A_3C_2) - (A_2C_1 - A_1C_2)}{A_2(A_1 + B_1) - 2\lambda A_2A_3}, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda &= (A_2D_1 - A_1D_2)/(A_2D_3 - A_3D_2), \\ A_1 &= (j - i)(j + i - 1) + (N - 2j + 1)N/2, \\ A_2 &= j - i, \\ A_3 &= N - j + i, \\ B_1 &= N(N - 2j + 1)/2, \\ C_1 &= [(j - 1)(2N - j) - i^2 + i]/2 - (N - 1)(2N - 1)/6, \\ C_2 &= (j - i)(2N - i - j + 1)/(2N), \\ C_3 &= j + (i^2 - i - N^2 - j^2 - N + j)/(2N), \\ D_1 &= - \sum_{n=0}^{i-1} nI_n + \sum_{n=i}^{j-1} nI_n - \sum_{n=j}^{N-1} nI_n + \sum_{n=j}^{N-1} NI_n, \\ D_2 &= \sum_{n=i}^{j-1} I_n, \quad D_3 = \sum_{n=0}^{i-1} I_n + \sum_{n=j}^{N-1} I_n. \end{aligned}$$

对于图 2(b)所示的情况, 各个采样值可以表示为:

$$I_n = \begin{cases} M(x_0 - \varphi - \frac{n}{N}T + T) & 0 \leq n \leq i - 1, \\ M(x_0 + \varphi + \frac{n}{N}T - T) & i \leq n \leq j - 1, \\ M(x_0 - \varphi - \frac{n}{N}T + 2T) & j \leq n \leq N - 1. \end{cases} \quad (10)$$

同样, 可以得到相应的形如(9)式的 $\varphi(x, y)$ 的表示式, 其中

$$\begin{aligned} \lambda &= (A_2D_1 - A_1D_2)/(A_2D_3 - A_3D_2), \\ A_1 &= (i^2 - j^2 - i + j) - (N - 2j + 1)N/2, \\ A_2 &= N - j + i, \quad A_3 = j - i, \\ B_1 &= N(N - 2j + 1)/2, \\ C_1 &= (N - j)(j - N - 1) + (N^2 - 1)/6, \end{aligned}$$

$$C_2 = 2(N - j) + i - (i^2 - i + N^2 - j^2 - N + j)/(2N),$$

$$C_3 = (i - j)(2N - i - j + 1)/(2N),$$

$$D_1 = \sum_{n=0}^{i-1} nI_n - \sum_{n=i}^{j-1} nI_n + \sum_{n=j}^{N-1} nI_n - \sum_{N=j}^{N-1} NI_n,$$

$$D_2 = \sum_{n=0}^{i-1} I_n + \sum_{n=j}^{N-1} I_n, \quad D_3 = \sum_{n=i}^{j-1} I_n.$$

对于奇偶不同或确定的采样次数 N , Φ 的表达式可进一步简化。

3 类别和特征点的确定

3.1 采样次数 N 为偶数

考虑到满周期等间隔采样, 采样值的特征点 i, j 之间具有关系 $j = i + N/2$ 。

对于采样值 I_m :

- 1) 若有 $I_{m+1} \leq I_{m-1} \leq I_m$, 当 $m \leq N/2$ 时, 属于图 2(a) 所示的情况, $i = m$; 否则属于图 2(b) 所示的情况, $i = m - N/2$;
- 2) 若有 $I_{m-1} \leq I_{m+1} \leq I_m$, 当 $m < N/2$ 时, 属于图 2(a) 情况, $i = m + 1$; 否则属于图 2(b) 所示的情况, $i = m + 1 - N/2$;
- 3) 若不存在满足 1) 或 2) 的 I_m , 则必有 I_m 满足 $I_m \leq I_{m-1}$ 和 $I_m \leq I_{m+1}$ 。
 - i) 若 $I_{m-1} \leq I_{m+1}$, 则属于图 2(b) 的情况, $i = m$;
 - ii) 若 $I_{m-1} \geq I_{m+1}$, 当 $m = N/2$ 时, 属于图 2(a) 的情况, $i = 1$; 否则属于图 2(b) 的情况, $i = m + 1$;

3.2 采样次数 N 为奇数

对于采样值 I_m :

- 1) 若有 $I_{m+1} \leq I_{m-1} \leq I_m$, 当 $m \leq (N - 1)/2$ 时, 属于图 2(a) 情况, $i = m, j = m + (N + 1)/2$; 否则属于图 2(b) 情况, $i = m - (N - 1)/2, j = m$;
- 2) 若有 $I_{m-1} \leq I_{m+1} \leq I_m$, 当 $m \leq (N - 1)/2$ 时, 属于图 2(a) 的情况, $i = m + 1, j = m + (N + 1)/2$; 否则属于图 2(b) 的情况, $i = m - (N - 1)/2, j = m + 1$;
- 3) 若不存在满足 1) 或 2) 的 I_m , 则必有 I_m 满足 $I_m \leq I_{m-1}$ 和 $I_m \leq I_{m+1}$ 。
 - i) 若 $I_{m-1} \leq I_{m+1}$, 当 $m = (N - 1)/2$ 时, 属于图 2(b) 的情况, $i = m, j = N$; 否则属于图 2(a) 的情况, $i = 1, j = m$;
 - ii) 若 $I_{m-1} \geq I_{m+1}$, 属于图 2(b) 的情况, $i = m + 1$; 当 $m = (N - 1)/2$ 时, $j = N$; 当 $m \neq (N - 1)/2$ 时, $j = N - 1$ 。

4 实验结果

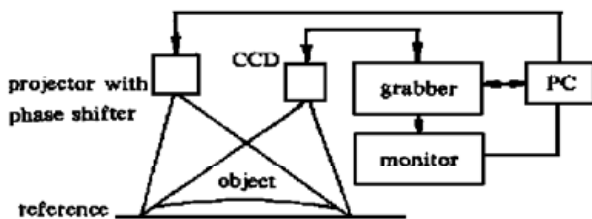


Fig. 3 Schematic diagram of measuring system

采用图 3 所示的实验系统, 对人头石膏模型进行实测。使用周期为 20 mm 的等腰三角形齿结构的线性光栅胶片; 采样次数 $N = 5$; 线性结构光对参考平面及人头石膏模型的编码分别如图 4(a)、图 4(b) 所示。

相位求解结果如图 5 所示。

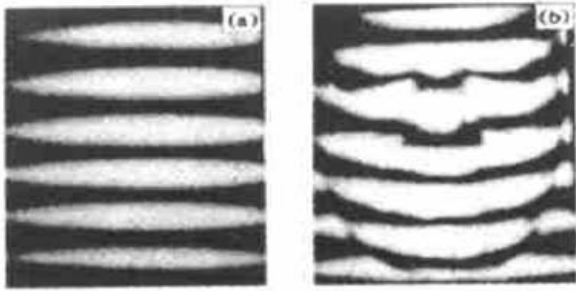


Fig. 4 The intensity distribution on reference plane (a) and the deformed pattern on the object (b)

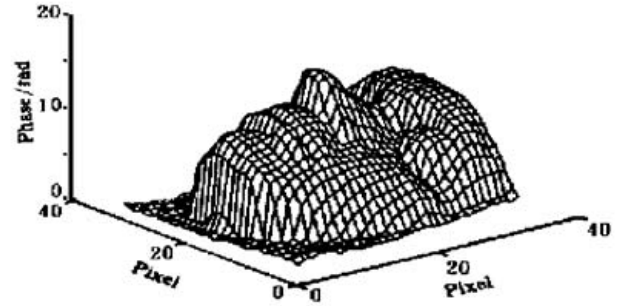


Fig. 5 The measurement result

总 结 在相位检测的基础上,对具有等腰三角形齿结构的线性结构光编码的多次等间隔满周期采样的三维面形测量技术进行了研究。与相位测量轮廓术相比,虽然在相位解算公式上较为复杂,但其中的计算主要为加减运算和少量的乘除运算,比相位测量轮廓术的三角函数运算要简单得多,从而具有较快的计算速度。计算结果表明,相同的采样次数时,本文所提及的线性结构光编码与相位测量轮廓术的相位解算所用的时间比为 $1:1.95$,即速度几乎快一倍。实测结果表明,这种测量方法是实用可行的。

参 考 文 献

- [1] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase measuring profilometry of 3-D diffuse objects. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18): 3105~ 3108
- [2] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase measuring profilometry: A phase mapping approach. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(2): 185~ 187
- [3] Halioua M, Liu H C. Optical three-dimensional sensing by phase measuring profilometry. *Opt. and Lasers in Engng.*, 1989, **11**(3): 185~ 215
- [4] 张舜德, 方 强. 线性结构光编码的三维轮廓术. *光学学报*, 1997, **17**(11): 1533~ 1537
- [5] Qiang Fang. Linearly coded profilometry with coding light having isosceles triangle teeth: Even number samples decoding method. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(7): 1615~ 1620

3-D Profilometry Based on Linear Coding Structure Light with Isosceles Triangle Teeth

Liang Meng Fang Qiang

(Department of Telecommunication, Xi'an Institute of Post and Telecommunication, Xi'an 710061)

(Received 26 November 1998; revised 31 May 1999)

Abstract A method of 3-D object profilometry, linearly coded profilometry with linear coding structure light (LCP) having isosceles triangle teeth, is proposed. On the basis of phase measuring profilometry, it uses linear structure light to code the object to be measured and phase-shifting technique to decode the profile. The formula of phase decoded is given and the result from measurement of a head model is shown.

Key words 3-D profilometry, linear coding, structure light.