

虚光场对克尔介质中受激原子 统计性质的影响*

陶向阳 刘三秋 刘金明 申世华
(江西师范大学物理系, 南昌 330027)

摘 要 研究了类克尔介质中虚光场效应对受激三能级原子的光子统计演化性质的影响。结果表明: 虚光场效应导致了受激辐射场的光子统计演化中出现了量子噪声, 量子噪声随光场频率 ω 的增大而减小, 当 ω 增大到一定值时, 量子噪声几乎消失, 原子-场耦合系数 λ 的增加使光子统计演化的拉比振荡的振幅加大、频率变快; 而介质-场耦合系数 μ 的增加使光子统计演化拉比振荡的振幅变小、频率变慢。

关键词 虚光场, 类克尔介质, 光子统计演化。

1 引 言

描述二能级系统与单模腔场相互作用的 J-C 模型揭示了丰富的非经典、非线性性质, 受到人们的广泛关注。近些年, 人们对 J-C 模型作了各种各样的推广并开始从真空环境引伸到某些介质环境, 取得了大量的重要结果^[1-5]。然而, 以往大多数的理论研究仅限于旋波近似的状况。随着有关的实验和技术的迅速完善和发展, 腔场-原子相互作用的研究已不仅具有学术意义, 而且具有实际意义。80 年代以来, 国内外一批科学家开始从实验上探索虚光场效应对原子-场相互作用系统的量子特性的影响^[6-9], 因而, 研究类克尔介质中虚光场对原子-场相互作用系统的动力学性质的影响是十分必要和有意义的。本文研究非旋波近似下类克尔介质中的 Λ 结构的三能级原子与腔场的相互作用, 采用微扰展开近似法^[10-12], 讨论虚光场效应对受激辐射的三能级原子的光子统计演化的影响, 同时也观察了光子统计演化随场-介质耦合系数及场-原子耦合系数的变化规律。

2 理论模型

考虑 Λ 型三能级原子, 让其处于充满非线性类克尔介质的单模腔内, 腔内场模和类克尔介质以及三能级原子都存在着耦合, 假定非线性介质对场模的时间响应可作绝热近似^[13, 14]。因此, 在非旋波近似下, 考虑虚光场的影响^[10-12], 系统的有效相互作用哈密顿量则可以表示为

* 江西省自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-07-20; 收到修改稿日期: 1998-10-19

$$H_I = \mu(a^\dagger a)^2 + \lambda_1(S_{13}^\dagger a + a^\dagger S_{31}) + \lambda_2(S_{23}^\dagger a + a^\dagger S_{32}) + \lambda_1[a^\dagger S_{13}^\dagger \exp(2i\alpha t) + S_{31}a \exp(-2i\alpha t)] + \lambda_2[a^\dagger S_{23}^\dagger \exp(2i\alpha t) + S_{32}a \exp(-2i\alpha t)] \quad (h=1), \quad (1)$$

式中 a^\dagger 、 a 为光场的产生、湮没算符。 S_{ij}^\dagger 、 S_{ji} ($i \neq j$, $i = 1, 2, 3$) 为原子的上升与下降算符。能级 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 之间的跃迁是禁戒的。 λ_1 、 λ_2 为原子-光场间的耦合系数, μ 为类克尔介质的三阶非线性的色散部分, ω 为光场的变化频率。

设 $t = 0$ 时刻, 原子处于态 $|1\rangle$, 初始场处在相干态。于是场-原子系统的初始态函数为

$$|\Psi(0)\rangle_{f-a} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(0) |1, n\rangle, \quad (2)$$

$$F_n(0) = \exp(-\bar{n}/2) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}. \quad (3)$$

式中 $\alpha = \bar{n}^{1/2} \exp(i\zeta)$, \bar{n} 为初始场平均光子数, ζ 为 α 的相位角。在 $t > 0$ 后上述态矢演变成

$$|\Psi(t)\rangle_{f-a} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(0) [A_n(t) |1, n\rangle + B_{n-1}(t) |3, n-1\rangle + C_n(t) |2, n\rangle]. \quad (4)$$

把(4)式代入相互作用绘景中的薛定谔方程:

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle_{f-a} = H_I |\Psi(t)\rangle, \quad (5)$$

可得几率振幅的微分方程组如下:

$$\left. \begin{aligned} iA_n^\circ(t) &= \mu n^2 A_n(t) + \lambda_1 \sqrt{n} B_{n-1}(t) + \lambda_1 F_2 \exp(-2i\alpha t) \sqrt{n+1} B_{n+1}(t), \\ iB_{n-1}^\circ(t) &= \mu(n-1)^2 B_{n-1}(t) + \lambda_1 \sqrt{n} A_n(t) + \lambda_2 \sqrt{n} C_n(t) + \\ &F_4 [\lambda_1 \exp(2i\alpha t) \sqrt{n-1} A_{n-2}(t) + \lambda_2 \exp(2i\alpha t) \sqrt{n-1} C_{n-2}(t)], \\ iC_n^\circ(t) &= \mu n^2 C_n(t) + \lambda_2 \sqrt{n} B_{n-1}(t) + \lambda_2 F_2 \exp(-2i\alpha t) \sqrt{n+1} B_{n+1}(t). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

利用逐级迭代理论, 将旋波近似下的解^[11]代入(6)式可以得

$$A_n(t) = F_n(0) \left\{ \left[\frac{\lambda_1^2 f_0}{2\beta(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} + \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \cos \mu n^2 t - \frac{F_4 \lambda_1^2 \sqrt{(n+1)(n+2)}}{\beta_1 [(\alpha_1 + 2\omega)^2 - \beta_1^2]} (f_1 - \beta_1) \right] - i \left[\frac{\lambda_1^2 g}{2\beta(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} + \frac{\lambda_2^2}{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \sin \mu n^2 t - \frac{F_4 \lambda_1^2 \sqrt{(n+1)(n+2)}}{\beta_1 [(\alpha_1 + 2\omega)^2 - \beta_1^2]} g_1 \right] \right\}, \quad (7a)$$

$$B_{n-1}(t) = F_n(0) \left\{ \left[-\frac{\lambda_1 \sqrt{n}}{\beta} \sin \beta t \sin \alpha_0 t + \frac{\lambda_1 \sqrt{n-1} F_2 [f_2 - (\alpha_2 - \mu(n-2)^2) \beta_2]}{\beta_2 [(\alpha_2 - 2\omega)^2 - \beta_2^2]} + \frac{\lambda_1 \sqrt{n-1} F_2 \beta_2 (\alpha_2 - 2\omega)}{\beta_2 [(\alpha_2 - 2\omega)^2 - \beta_2^2]} \right] - i \left[\frac{\lambda_1 \sqrt{n}}{\beta} \sin \beta t \cos \alpha_0 t + \frac{\lambda_1 \sqrt{n-1} F_2 g_2}{\beta_2 [(\alpha_2 - 2\omega)^2 - \beta_2^2]} \right] \right\} \quad (7b)$$

$$C_n(t) = F_n(0) \left\{ \left[\frac{\lambda_1 \lambda_2 f_0}{2\beta(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \cos \mu n^2 t - \frac{F_4 \lambda_1 \lambda_2 \sqrt{(n+1)(n+2)}}{\beta_1 [(\alpha_1 + 2\omega)^2 - \beta_1^2]} (f_1 - \beta_1) \right] - i \left[\frac{\lambda_1 \lambda_2 g}{2\beta(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \sin \mu n^2 t - \frac{F_4 \lambda_1 \lambda_2 \sqrt{(n+1)(n+2)}}{\beta_1 [(\alpha_1 + 2\omega)^2 - \beta_1^2]} g_1 \right] \right\}, \quad (7c)$$

式中:

$$\begin{aligned} f_0 &= 2\beta \cos \alpha_0 t \cos \beta t - \mu(2n-1) \sin \alpha_0 t \sin \beta t, \\ g &= 2\beta \sin \alpha_0 t \cos \beta t + \mu(2n-1) \cos \alpha_0 t \sin \beta t, \\ f_1 &= \beta_1 \cos(\alpha_1 + 2\omega)t \cos \beta t + (\alpha_1 + 2\omega) \sin(\alpha_1 + 2\omega)t \sin \beta t, \end{aligned} \quad (8)$$

$$g_1 = \beta_1 \sin(\alpha_1 + 2\omega)t \cos \beta_1 t - (\alpha_1 + 2\omega) \cos(\alpha_1 + 2\omega)t \sin \beta_1 t, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= \{[\alpha_2 - \mu(n-2)^2]\beta_2 + (\alpha_2 - 2\omega)\beta_2\} \cos(\alpha_2 - 2\omega)t \cos \beta_2 t + \\ &\quad \{[\alpha_2 - \mu(n-2)^2](\alpha_2 - 2\omega) + \beta_2^2\} \sin(\alpha_2 - 2\omega)t \sin \beta_2 t, \\ g_2 &= \{[\alpha_2 - \mu(n-2)^2]\beta_2 + (\alpha_2 - 2\omega)\beta_2\} \sin(\alpha_2 - 2\omega)t \cos \beta_2 t - \\ &\quad \{[\alpha_2 - \mu(n-2)^2](\alpha_2 - 2\omega) + \beta_2^2\} \cos(\alpha_2 + 2\omega)t \sin \beta_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$F_2 = F_{n-2}(0)/F_n(0), \quad F_4 = F_{n+2}(0)/F_n(0), \quad (11)$$

$$\alpha_0 = \mu(2n^2 - 2n + 1)/2, \quad \beta = \sqrt{\mu^2(2n-1)^2 + 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)n}/2, \quad (12)$$

$$\alpha_1 = \mu(2n^2 + 6n + 5)/2, \quad \beta_1 = \sqrt{\mu^2(2n+3)^2 + 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(n+2)}/2, \quad (13)$$

$$\alpha_2 = \mu(2n^2 - 10n + 13)/2, \quad \beta_2 = \sqrt{\mu^2(2n-5)^2 + 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(n-2)}/2. \quad (14)$$

将以上诸式代入(4)式便得到系统任意时刻的态矢,由此可求得受激辐射场平均光子数随时间的演化式:

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}(t) \rangle &= \langle \Psi(t) | n(t) | \Psi(t) \rangle = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} |F_n(0)|^2 \{n(t) |A_n(t)|^2 + [n(t) - 1] |B_{n-1}(t)|^2 + n(t) |C_n(t)|^2\}, \quad (15) \end{aligned}$$

对(15)式进行数值计算,便可研究虚光场对场的光子统计演化的影响,亦可讨论光子统计演化随场-介质耦合系数及场-原子耦合系数的变化规律。

3 计算结果与分析

以下图中均取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 。图1给出了虚光场效应对受激辐射场的光子统计演化的影响。由图可以明显看出:光子统计演化曲线中出现了小“锯齿”状,展示了系统的量子噪声。将(7a)、(7b)、(7c)与文献[4]比较,可以发现在(7)式中出现了 λ_1/ω 或 λ_2/ω 的项,这些项的出现是由于在哈密顿量中考虑了非旋波近似,非旋波项和旋波项的相互作用导致场的光子统计演化中出现小的起伏,它反映了系统的量子噪声,表明在旋波近似下不能描述的量子噪声,而在非旋波近似下都明显展现出来了。

由图1明显看出:随着 ω 的增大,系统的量子噪声逐渐减小,当 ω 大到一定程度时,量子噪声几乎完全消失,此时,场的光子统计演化与旋波近似下的结果几乎一致^[4]。这是由于系统的哈密顿量中的二个非旋波项的相位因子是随时间快速变化的,当 ω 增大时,振荡周期 $2\pi/\omega$ 便减小,在原子与场相互作用时间内,相位因子将经历更多的周期,导致两个非旋波项的平均贡献为零,即表现为 ω 增大而量子噪声减少。

图2给出了系统的量子噪声随场-原子耦合系数的变化规律。可以看出,随着场-原子耦合系数 λ 的增加,系统的量子噪声增大,拉比振荡频率加快,且幅度增大,这是由于随着 λ 的增大,场-原子之间的耦合逐渐加强,原子受激辐射速率随之增加,导致系统平均光子数拉比振荡的幅度增大、频率变快,同时量子噪声也随之增强。

图3给出了场-介质耦合系数 μ 变化时,受激辐射场的光子统计的演化规律。由图可以明显看出,系统的量子噪声随 μ 的增加而减小。十分有趣的是,随着 μ 的增加,系统光子统计演化曲线的均值整体上抬,拉比振荡频率和振荡幅度分别减慢和减小,当 μ 增大到一定程度时,光子统计演化中的振荡(包括量子噪声)几乎全部消失,其均值十分接近初始激发场强 \bar{n} ,如图3(d)所示,这是由于随着 μ 的增大,场与介质的耦合随之增强,而场与原子的耦合随之减弱,即在该系统中,原子充当非线性振荡器的功能减弱。当 μ 增大到一定值时,场与原子几乎

退耦，系统的光子统计演化曲线成为一均值十分接近于 \bar{n} 的平坦线段。这表明，场与非线性介质耦合的增强会抑制系统量子噪声的产生，并降低原子吸收的效率。

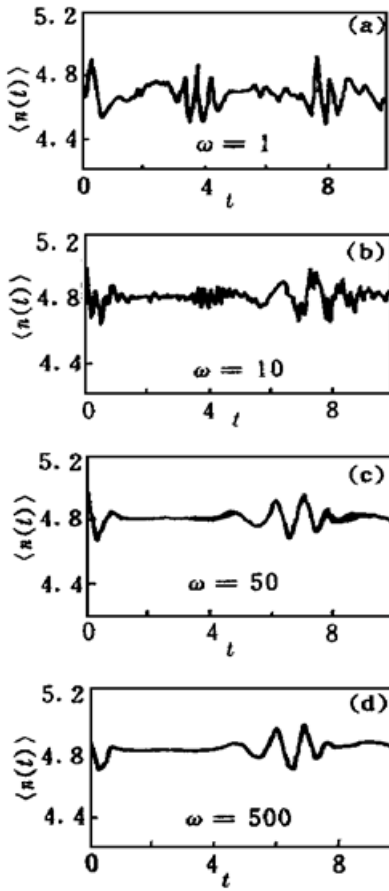


Fig. 1 The evolution of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ when $\bar{n} = 5, \mu = 0.4, \lambda = 1$

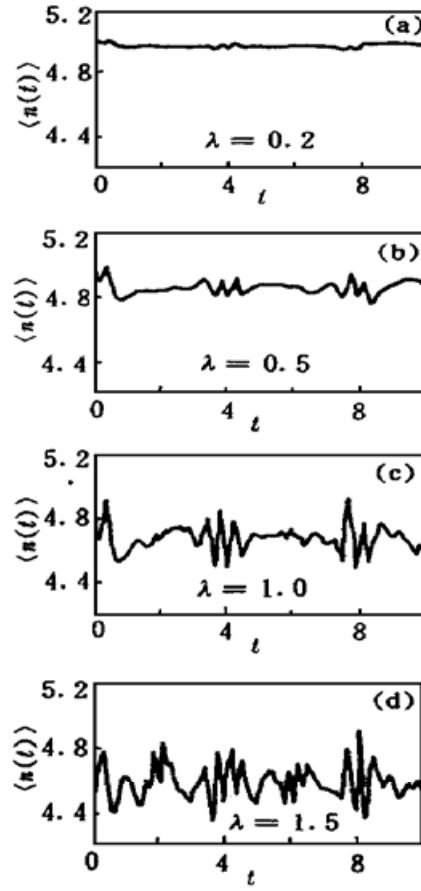


Fig. 2 The evolution of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ when $\bar{n} = 5, \mu = 0.4, \omega = 0.5$

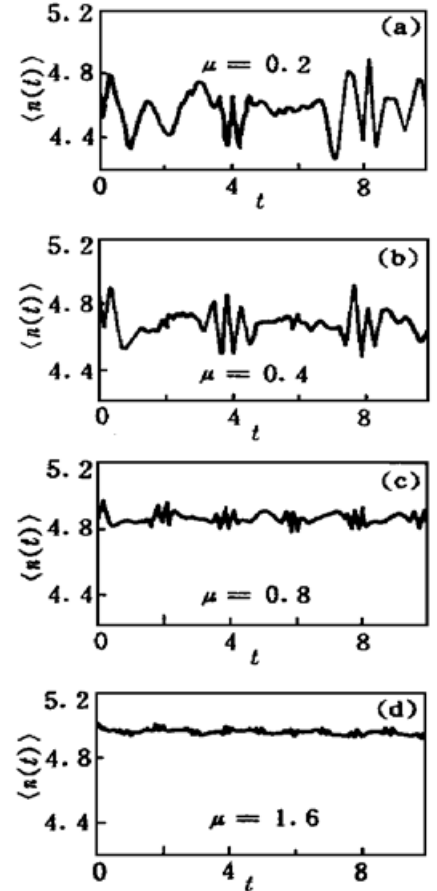


Fig. 3 The evolution of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ when $\bar{n} = 5, \lambda = 1, \omega = 1$

图 4、图 5、图 6 是系统光子演化随光场频率 ω 、场-原子耦合系数 λ 、场-介质耦合系数 μ 的变化曲面，从中可以很直观地看出虚光场效应对系统光子统计演化的重要影响，也可明显看出 λ 、 μ 对系统光子统计演化的重要作用。

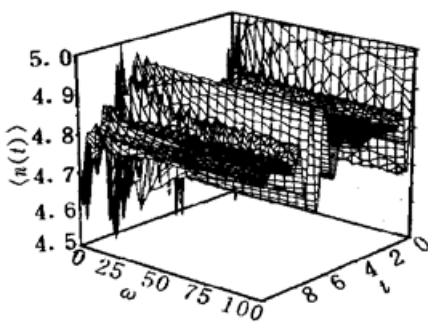


Fig. 4 Curves of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ vs. t and ω when $\bar{n} = 5, \mu = 0.4, \lambda = 1$

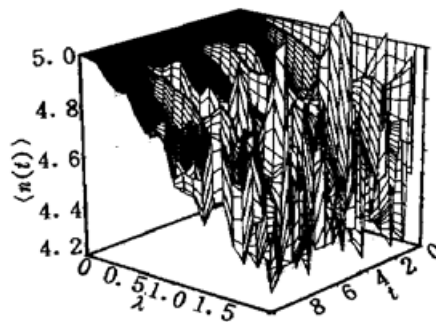


Fig. 5 Curves of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ vs. t and λ when $\bar{n} = 5, \mu = 0.4, \omega = 0.5$

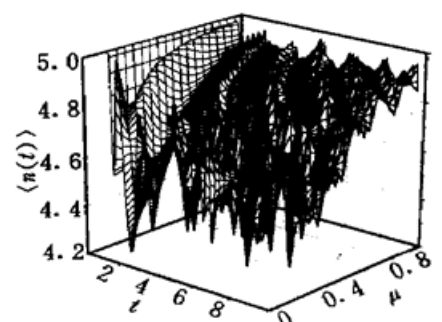


Fig. 6 Curves of $\langle \hat{n}(t) \rangle$ vs. t and μ when $\bar{n} = 5, \lambda = 1, \omega = 1$

结 论 通过数值计算与分析发现，虚光场的影响展示了受激辐射场光子统计演化中的量子噪声，它是体系哈密顿量中旋波项和非旋波项相互干涉的结果，量子噪声随光场频率 ω 的增大而逐渐减小，当 ω 增大到一定值后，量子噪声几乎消失。同时，原子-场耦合系数 λ 及介质-场耦合系数 μ 对受激辐射场的光子统计演化也有重要影响， λ 的增加，使受激辐射场的光子

统计演化的拉比振荡的幅度增大, 频率变快, 量子噪声也随之增强; 而 μ 的增加, 使受激辐射场的光子统计演化的拉比振荡的幅度减小、频率变慢、量子噪声也随之减弱。这表明, 非线性介质的存在会削弱原子与场的相互作用。

参 考 文 献

- [1] Kennedy T A B, Drummond P D. Quantum-field superposition via self-phase modulation of coherent wave packets. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **38**(3) : 1319~ 1326
- [2] Kitagawa M, Yamamoto Y. Number-phase minimum uncertainty state with reduced number uncertainty in a Kerr nonlinear interferometer. *Phys. Rev. (A)*, 1986, **34**(5) : 3974~ 3988
- [3] 李高翔, 彭金生, 周 鹏. 被克尔介质包围的 V 型三能级原子的粒子分布几率. *光学学报*, 1993, **13**(10) : 902~ 907
- [4] 雷敏生, 刘世炳. 类克尔介质中受激三能级原子的光子统计演化. *光子学报*, 1996, **25**(9) : 774~ 777
- [5] 赖云忠, 梁九卿. Kerr 介质双模 SU(1, 1) 相干态场与 V 型三能级原子的相互作用. *物理学报*, 1997, **46**(9) : 1710~ 1717
- [6] Passante R, Compagno G, Persico F. Cloud of virtual photon in the ground state of the hydrogen atom. *Phys. Rev. (A)*, 1985, **31**(1) : 2827~ 2841
- [7] Passante R, Power E A. Electromagnetic-energy-density distribution around a ground-state hydrogen atom and connection with vander wals forces. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(1) : 188~ 197
- [8] Persico F, Power E A. Time dependence of the field energy densities surrounding sources: Application to scalar mesons near point sources and to electromagnetic fields near molecules. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **36**(2) : 475~ 481
- [9] Compagno G, Passante R, Persico. Theory of the detection of the field surrounding half-dressed sources. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **38**(2) : 600~ 615
- [10] 彭金生, 李高翔, 周 鹏. 虚光场在原子的周期衰变和回复效应中的影响. *物理学报*, 1991, **40**(7) : 1042~ 1048
- [11] Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. Influence of the virtual-photon process on the squeezing of light in the two-photon J-C model. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(4) : 3167~ 3172
- [12] Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. Phase fluctuation in the J-C model units and without the rotating-wave approximation. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(5) : 3289~ 3293
- [13] Buzek V, Jex I. Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, **78**(6) : 425~ 435
- [14] 李高翔, 彭金生. 高 Q Kerr 介质腔中非线性双光子 Jaynes-Cummings 模型中光场的性质. *物理学报*, 1993, **42**(9) : 1443~ 1451

Effect of Virtual-Photon Field in the Kerr Medium on the Photon Statistical Properties of an Excited Atom

Tao Xiangyang Liu Sanqiu Liu Jinming Shen Shihua
(Department of Physics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027)
(Received 20 July 1998; revised 19 October 1998)

Abstract The effect of virtual-photon field in the Kerr-like medium on the photon statistical evolution of one excited three-level atom was investigated. The results show that the quantum noise of the photon statistical evolution is caused by the virtual-photon field, the quantum noise becomes weak gradually while ω increases, and disappears while ω approaches threshold. The amplitude of Rabi oscillation increases and the frequency becomes higher while λ increases, and the quantum noise simultaneously becomes strong. On the other hand, the amplitude decreases and the frequency becomes slower while μ increases, and the quantum noise simultaneously becomes weak.

Key words virtual-photon field, Kerr-like medium, photon statistical evolution.