

微扫描减少光电成像系统频谱混淆的 数学原理及实现

张海涛 赵达尊

(北京理工大学光电工程系颜色科学与工程实验室, 北京 100081)

摘 要 光电成像系统由于欠抽样引起频谱混淆, 推导分析了包括均匀微扫描在内的非均匀微扫描方法在减少混淆方面的数学原理以及与亚像素位移之间的关系, 同时用计算机模拟实现了微扫描的一维和二维过程。

关键词 微扫描, 光电成像系统, 频谱混淆, 欠抽样。

用光电成像系统获取图像信息, 由于有光电扫描机制或探测器阵列对图像进行抽样, 当被抽样图像含有超过系统的 Nyquist 频率(二分之一抽样频率)的空间频率时, 成像图像将产生周期谱交叠失真, 即混淆失真。大多数自然景物都不是带限函数, 而且抽样前的光学成像系统的频率响应通常超过 Nyquist 频率很多, 所以由欠抽样引起的频谱混淆常是造成像质下降的主要原因。微扫描方法是减少混淆的常用方案之一: 将多帧经过亚像素位移的图像重建成一帧图像。本文分析了包括均匀微扫描在内的非均匀微扫描的两种重建方法(直接重建和插入重建)在混淆减少方面的数学原理以及与亚像素位移大小的关系, 并给出了该过程的计算机模拟实现结果。

1 成像过程的频谱混淆

一个典型的光电成像系统的成像过程如图 1 所示。

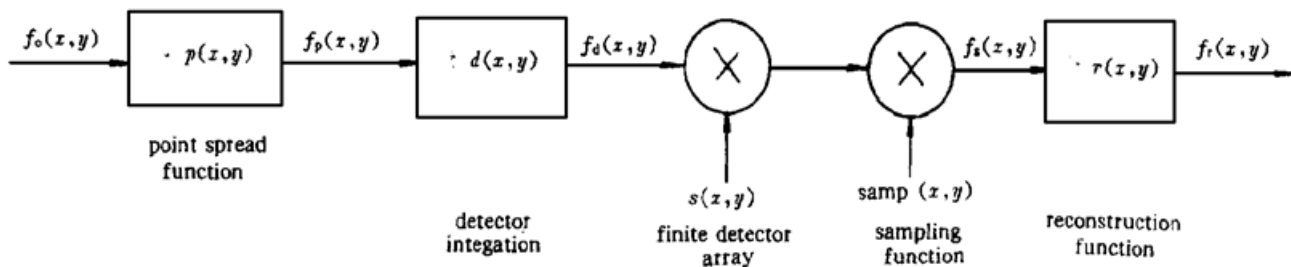


Fig. 1 Basic block diagram of opto-electric imaging system

物体 $f_o(x, y)$ 经光学系统成像后的图像为 $f_p(x, y)$, 假设光学系统是线性不变系统,

$p(x, y)$ 为光学系统的点扩散函数, 则 $f_p(x, y) = f_o(x, y) \odot p(x, y)$ (\odot 为卷积符号); $f_d(x, y)$ 是 $f_p(x, y)$ 与探测单元固有宽度引起的展宽抽样脉冲 $d(x, y)$ 的卷积结果; $f_d(x, y)$ 与有限大小抽样阵限制函数 $s(x, y)$ 的乘积结果被抽样后, 成为离散图像函数 $f_s(x, y)$, 其中抽样周期等于像素距; 重建滤波函数 $r(x, y)$ (滤波点扩散函数) 由电子滤波实现, 对抽样过程引起的高阶频谱项进行截止或衰减。综上所述, 重建后的连续函数 $f_r(x, y)$ 可以表示为

$$f_r(x, y) = \{[f_o(x, y) \odot p(x, y) \odot d(x, y)]s(x, y) \frac{1}{\Delta x \Delta y} \text{comb} \left(\frac{x}{\Delta x}, \frac{y}{\Delta y} \right)\} \odot r(x, y) \quad (1)$$

其中 Δx 、 Δy 分别是 x 、 y 方向上的像素距, comb 为梳状函数^[4]。

对(1)式进行傅里叶变换, 得到重建图像的空间频谱 $F_r(\xi, \eta)$:

$$F_r(\xi, \eta) = [F_o(\xi, \eta)P(\xi, \eta)D(\xi, \eta)] \odot S(\xi, \eta) \odot \text{comb} \left(\frac{\xi}{\xi_s}, \frac{\eta}{\eta_s} \right) R(\xi, \eta) \quad (2)$$

大写字母代表(1)式相对应的小写字母所表示的函数的傅里叶变换, ξ_s 、 η_s 分别表示 x 、 y 方向上的抽样频率, $\xi_s = 1/\Delta x$, $\eta_s = 1/\Delta y$ 。假设 $R(\xi, \eta)$ 为理想的低通滤波函数: $R(\xi, \eta) = \text{rect}(\xi/2\xi_N, \eta/2\eta_N)$, 其中 ξ_N (η_N) 即为探测器的 Nyquist 频率。观察(2)式, 由于同 comb 函数的卷积, 像谱将沿着频率轴 ξ 、 η 方向分别以 2 倍 Nyquist 频率间隔周期重复排列, 像素单元的面积以及光学成像系统都会使像谱宽度有所减小, 高频有所衰减, 若已被减少的像谱宽度仍大于抽样频率, 则在重建的 Nyquist 通带内, 高级谱将交叠到零级谱上, 产生混淆。

2 微扫描

微扫描能够通过提高 Nyquist 频率来有效减少光电扫描成像系统的频谱混淆^[1, 2]。

通常说的 N 级微扫描是指一种均匀微扫描方法: 将目标图像分别在 x 、 y 方向上进行 $1/N$ (N 为整数) 像素距的亚像素位移, 得到的 $N \times N$ 幅欠抽样图像置在更精细的网格上, 合成一幅 Nyquist 频率提高到 N 倍的微扫描抽样图像。这种均匀微扫描已有详细讨论^[3]。

但在一些实际应用中, 并不能保证得到的多帧图像的相对位移在一个像素网格上是均匀分布的, 例如卫星遥感系列照片。但只要图像之间有非整数倍的位移, 就可以获得更多的信息, 直观上讲, 就该有机会合成一幅质量更好、混淆减少的图像。所以有必要注意非均匀微扫描在频谱混淆减少方面的作用。但是探讨非均匀微扫描减少混淆的数学原理及对实施中各种情况的详细阐述似乎还未有人专门做过。下面将全面讨论非均匀微扫描, 包括与均匀微扫描的对比。为了简单起见, 先讨论一维情形, 二维可以类似拓展。因为最常见的是 N 等于 2 的微扫描, 这里着重于由两组图像组成的非均匀微扫描。

2.1 直接重建

忽略抽样阵有限大小的影响, $f_d(x)$ 即为抽样前的连续图像。如果 $f_d(x)$ 的截止频率 ξ_c 大于 Nyquist 频率, 抽样后的重建图像 $f_r(x)$ 将出现混淆现象。设抽样函数 $\text{samp}(x) = (1/\Delta x) \text{comb}(x/\Delta x)$, 图像与探测器阵列的坐标原点对齐, 则第一组抽样阵列 $f_{s1}(x)$ 为

$$f_{s1}(x) = f_d(x) \text{samp}(x) \quad (3)$$

设探测器不动, 原图像向左移亚像素距离 $a = \Delta x/m$ ($m > 1$), 再对该图进行第二次抽样得

$$f_{s2}(x) = f_d(x + a) \text{samp}(x) = f_d(x) \text{samp}(x - a) \quad (4)$$

直接由 $f_{s1}(x)$ 、 $f_{s2}(x)$ 交错合成的微扫描抽样阵列 $f_{ms, s}(x)$ 为

$$f_{ms, s}(x) = (1/2)f_d(x) [\text{samp}(x) + \text{samp}(x - a)] = (1/2\Delta x)f_d(x) [\text{comb}(x/\Delta x) + \text{comb}(x/\Delta x - 1/m)] \tag{5}$$

对(5)式进行傅里叶变换, 得

$$F_{ms, s}(\xi) = (1/2)F_d(\xi) \odot \{ \text{comb}(\xi/\xi_s) [1 + \exp(-j2\pi\xi/m\xi_s)] \} = (1/2)F_d(\xi) \odot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\xi/\xi_s - k) [1 + \exp(-j2\pi k/m)]$$

其中 δ 为狄拉克 delta 函数。令

$$\beta_k = (1/2)[1 + \exp(-j2k\pi/m)] = |\cos \pi k/m| \exp(-j\omega)$$

其中

$$\omega = \arctan \sin(2\pi k/m) / [1 + \cos(2\pi k/m)]$$

则

$$F_{ms, s}(\xi) = F_d(\xi) \odot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \beta_k \delta(\xi/\xi_s - k) \tag{6}$$

对(3)式进行傅里叶变换, 得

$$F_{s1}(\xi) = F_d(\xi) \odot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\xi/\xi_s - k) \tag{7}$$

比较(6)、(7)式, $F_{s1}(\xi)$ 与 $F_{ms, s}(\xi)$ 分别为第一组抽样点的频谱和微扫描抽样阵列的频谱, 形式上均为 $F_d(\xi)$ 以 ξ_s 为周期的重复排列, 但 $F_{ms, s}$ 每项多了一个调制因子 β_k , 且 β_k 的幅值小于等于 1。

当 $k = 0$ 时, $\beta_0 = 1$, $F_{s1}(\xi)$ 与 $F_{ms, s}(\xi)$ 的零级谱相等。第 k 级谱的幅值, $F_{ms, s}(\xi)$ 为 $F_{s1}(\xi)$ 的 $|\cos(k\pi/m)|$ 倍。设二者的重建滤波函数均为 $R(\xi)$, 则由第 k 级谱带入重建函数通带内的混淆能量, $F_{ms, r}(\xi)$ 将减至 $F_{r1}(\xi)$ (下标 r 表示对应的重建连续函数) 的 $|\cos(k\pi/m)|^2$ 倍。

对于特殊的 $m = 2$ 微扫描: $\beta_{2k} = 1, \beta_{2k+1} = 0$, 所以给 $F_{ms, r}(\xi)$ 引入混淆的只有偶级谱, 等效于 Nyquist 频率提高了一倍。

顺便指出, 原图像向左位移 a 和 $\Delta x - a$ 在 $F_{ms, r}(\xi)$ 的混淆能量的减少意义上是等同的, 因为二者的微扫描抽样阵列的各级频谱的振幅调制相等, 位相调制共轭。物理意义是直观的, 而数学原理可通过调制因子 β_k 得到很好证明。设

$$m_1 = \Delta x/a, m_2 = \Delta x/(\Delta x - a),$$

则因为 $1/m_1 + 1/m_2 = 1$, 所以

$$|\cos(k\pi/m_1)| = |\cos(k\pi/m_2)|, \quad \sin(2k\pi/m_1) = -\sin(2k\pi/m_2), \\ \cos(2k\pi/m_1) = \cos(2k\pi/m_2)$$

因此 $\beta_{k, 1}$ 与 $\beta_{k, 2}$ 的幅值相等, 相位共轭, 上述结论得证。

通常由第一级谱造成的混淆最为严重, 有必要单独讨论 $k = 1$ 时的情形。 $m > 1$, 所以 $|\beta_1| = |\cos(\pi/m)| < 1$, 即微扫描阵列直接重建的图像 $F_{ms, r}(\xi)$ 由一级谱带来的混淆总会较单独一幅图像有所降低。降低的程度与 m 的取值有关。 $|\beta_1|$ 与 $1/m$ 的关系曲线如图 2 所示。

当且仅当 $1/m = 0.5$ 时 $|\beta_1|$ 有最小值 0; 且 $|\beta_1|$ 对 $1/m = 0.5$ 对称, 这又验证图像向左移动 a 和移动 $\Delta x - a$ 对微扫描抽样阵列的周期谱调制相等; 又 $|\beta_1|$ 随 $|1/m - 0.5|$ 单调递增, 所以位移 a 越接近半个像素距大小, 第一级谱的混淆影响越小。这正

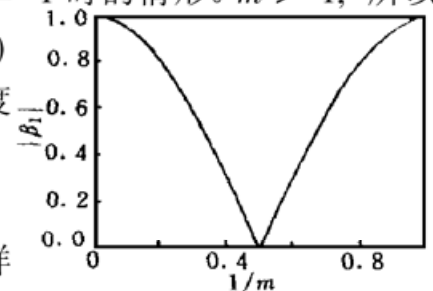


Fig. 2 $|\beta_1|$ as a function of $1/m$

是通常取 $a = \Delta x/2$ 的原因: 将两幅欠抽样图像阵列简单地错开排列, 即可得 Nyquist 频率提高一倍的微扫描阵列。

当 $1/m \neq 0.5$ 时, 第一级谱就不能完全消除, 如果仍然是简单地对微扫描阵列直接重建, 则特别当 $|1/m - 0.5|$ 接近 0.5 时, 对混淆的减少几乎不会有贡献。

所以对非均匀微扫描, 直接重建不会得到最好的效果, 而如果引入 Gaskill^[4] 的插入滤波, 则对混淆的消除就会有所提高。

2.2 插入重建

设由两组错位图像插入重建的连续微扫描图像为 $f_{ms,c}$, 则^[4]

$$f_{ms,c} = f_{s1} \odot n(x) + f_{s2}(x) \odot n(\Delta x/m - x) \quad (8)$$

其中

$$n(x) = \text{sinc}(2x/\Delta x) - (\pi x/\Delta x) \cotan(\pi/m) \text{sinc}^2(x/\Delta x)$$

值得注意的是, 当 $m = 2$ 时, $n(x) = \text{sinc}(2x/\Delta x)$, 与理想重建滤波函数 $r(x)$ 具有相同的形式, 所以均匀微扫描的直接重建和插入重建本质上是一致的。

对(8)式进行傅里叶变换, 得

$$F_{ms,c}(\xi) = F_{s1}(\xi)N(\xi) + F_{s2}(\xi)N^*(\xi) \exp(-j2\pi\xi/m\xi_s) \quad (9)$$

其中 $N(\xi) = (1/2\xi_s) \text{rect}(\xi/2\xi_s) - (j/2) \cotan(\pi/m) \text{tri}'(\xi/\xi_s)$, 式中 $\text{tri}(\xi/\xi_s)$ 代表以 (ξ/ξ_s) 为自变量的三角形函数^[4], $\text{tri}'(\xi/\xi_s) = d \text{tri}(\xi/\xi_s)/d\xi$, 且由(4)式可得

$$F_{s2}(\xi) = F_d(\xi) \exp(j2\pi\xi/m\xi_s) \odot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\xi/\xi_s - k)$$

将(3)式代入, 并令 $a = \pi/m$, 则 $F_{ms,c}(\xi)$ 第 k 级谱表达式为

$$F_{ms,ck}(\xi) = (A_k + jB_k)F_d(\xi - k\xi_s) \quad (10)$$

其中 $A_k = \cos k\alpha(\cos k\alpha - \sin k\alpha \cot \alpha)$, $B_k = \sin k\alpha(\sin k\alpha \cotan \alpha - \cos k\alpha)$, 因此 $F_d(\xi)$ 的振幅调制因子 \mathcal{Y}_k 可以表示为

$$\mathcal{Y}_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} = |\sin(k-1)\alpha/\sin \alpha| \quad (11)$$

k 取不同的值, 可得 \mathcal{Y}_k 的集合形式:

$$\{\dots \mathcal{Y}_{-1}, \mathcal{Y}_0, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_3, \mathcal{Y}_4 \dots\} = \{\dots 0, 1, 0, 1, 2|\cos 2\alpha|, |1 + 2\cos 2\alpha| \dots\} \quad (12)$$

观察(12)式, 因为 $\mathcal{Y}_1 = 0$, 第一级谱不会叠加入插入重建微扫描图像 $f_{ms,c}$ 中, 所以混淆能量将较单一欠抽样重建图像 f_r 有所减少。尤其 $F_d(\xi) = 0(|\xi| > \xi_s)$ 时, 即使每组欠抽样图像均有第一级谱带来的混淆信息, 经过以上的插值重建也可以消除混淆而完全恢复出 $F_d(\xi)$ 。若 $F_d(\xi) \neq 0(|\xi| > \xi_s)$ 时, $f_{ms,c}$ 中虽没有第一级谱的混淆, 但因 $\mathcal{Y}_2 = 1$, 第二级谱与零级谱的幅值相等, 第二级谱的混淆影响不能消除; 而对于更高级谱引入的混淆减小程度与 m 的取值有关: \mathcal{Y}_3 当且仅当 $m = 2$ 时有最小值 0, \mathcal{Y}_4 当且仅当 $m = 3$ 时有最小值 0, …… 换言之, $F_d(\xi)$ 截止频率不高于 $2\xi_s$ 时, $f_{ms,c}$ 对于 m 取不同的值, 混淆的减少程度却相等; 当 $F_d(\xi)$ 有高于 $2\xi_s$ 的频谱成分时, m 取值太大(“小”位移)或接近 1(“大”位移)都不利于消除高级频谱混淆影响。

对 $f_{ms,c}$ 进行重抽样时, 为了不引入新的混淆, 重抽样周期 Δx_{rs} 应小于等于 $\Delta x/2$ 。得到的重抽样离散图像 $f_{ms,cs}$ 可以表达为

$$f_{ms,cs} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_{ms,c}(k\Delta x_{rs}) \delta(x - k\Delta x_{rs}) \quad (13)$$

当然, 增加微扫描次数来获得更高的 Nyquist 频率, 是消除高级谱混入的赝像的根本方法, 且不会使图像变模糊。

3 计算机模拟结果

微扫描的实现过程在计算机上进行了模拟。图 3 是微扫描一维情形的模拟过程的例子。

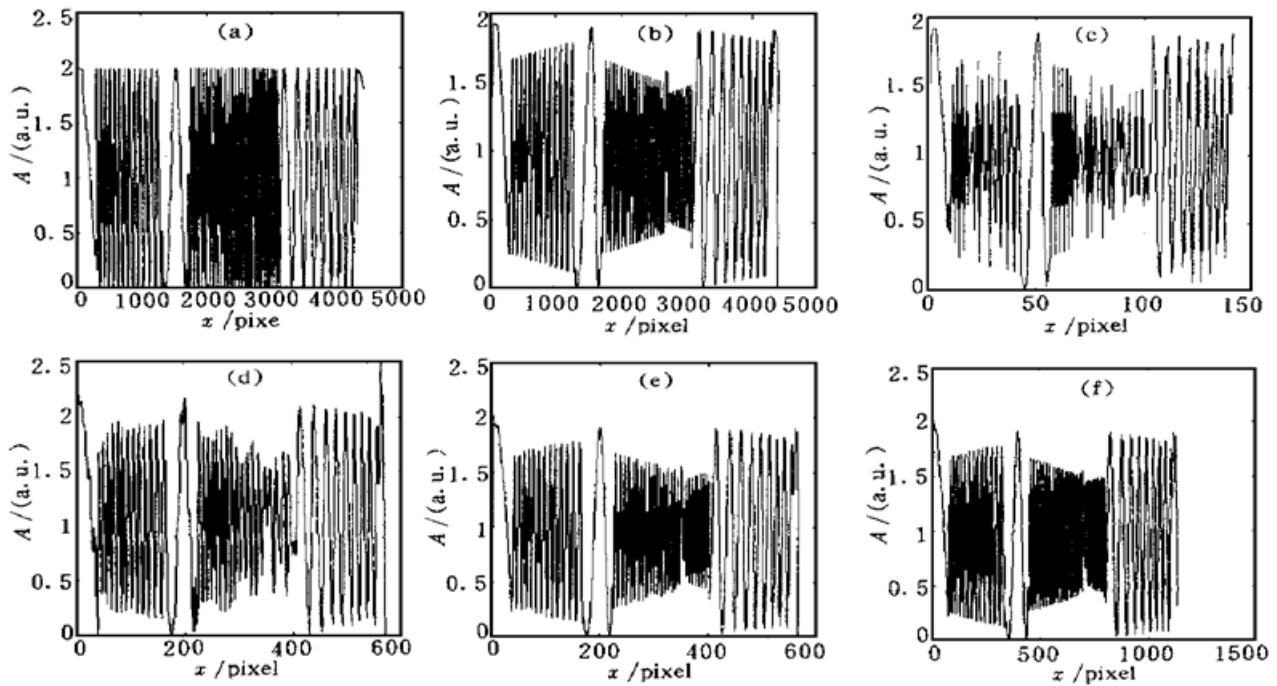


Fig. 3 (a) Object, (b) Blurred image due to integration effect of finite detector unit size, (c) Sub-sampled image showing significant aliasing effect, (d) Resampled image function after directly reconstructing the two sets of sampled image data, (e) Resampled microscan image function after interpolation technique, (f) Resampled microscan image function with a sampling period smaller than that of (e)

图 3(a) 表示原物体图像, 由 4400 个像素组成, 包括了幅值(由纵坐标 A 所示)相等的各种频率成分, 其最高频率 ξ_c 为 $1/44$ (pixel^{-1})。忽略光学系统的影响, 假设探测器单元形状为矩形函数, 宽度为 28 (pixel), 则抽样前, 经过探测器单元积分后的模糊物体图像如图 3(b) 所示: 频率越高, 其振幅衰减程度越大。图 3(c) 是模糊物体图像的欠抽样图像, 抽样频率 ξ_s 等于 $1/31$ (pixel^{-1}), 因为 $\xi_s/2 < \xi_c < 3\xi_s/2$, 所以图 3(c) 只有第一级谱混淆, 但由于高频成分即使经过模糊衰减后, 仍占有较多的能量, 所以混淆比较严重。图 3(d) 是利用两个相对位移相差 1 (pixel) (3% 抽样间隔) 的欠抽样图像, 经直接重建后的重抽样图像, 重抽样频率为 $4\xi_s$ 。图 3(e) 的产生条件与图 3(d) 基本相同, 只是其中采用了插入重建。比较图 3(d) 和 3(e): 前者的混淆仍然比较严重; 而后者基本消除了混淆, 其中的微小起伏是抽样点不够多的缘故。将重抽样频率提高一倍, 如图 3(f) 所示, 则完全恢复出了模糊物体图像。可见, 即使 3% 的“小”(或 97% 的“大”)位移, 插入重建也是可以恢复出被第一级谱混叠的信息。

对于二维微扫描, 需要 4 帧原图像的欠抽样图像。图 4 则是二维微扫描的例子。图 4(a) 是单帧辐条目标图像的欠抽样结果图像(为了比较, 对原抽样点阵进行了双线性插值), 由于混入了包括第 4 级谱的频谱成分, 混淆很明显。图 4(b)、4(c) 分别是由 4 帧水平和垂直方向上相对位移均等于抽样周期的 22%、44% 的欠抽样图像导出的插入重建非均匀微扫描图像, 因为消除了第一级谱的叠加影响, 所以与图 4(a) 比较, 混淆大为减少, 图像质量都有很大提高。但由于存在第二级以上的高级谱的混淆信息, 插入重建的效果不仅与原物图的频谱分布有关, 还与位移量有关, 所以仔细观察, 不难发现图 4(c) 的混淆现象比图 4(b) 要少一些, 符合 2.2 节所述的规律。

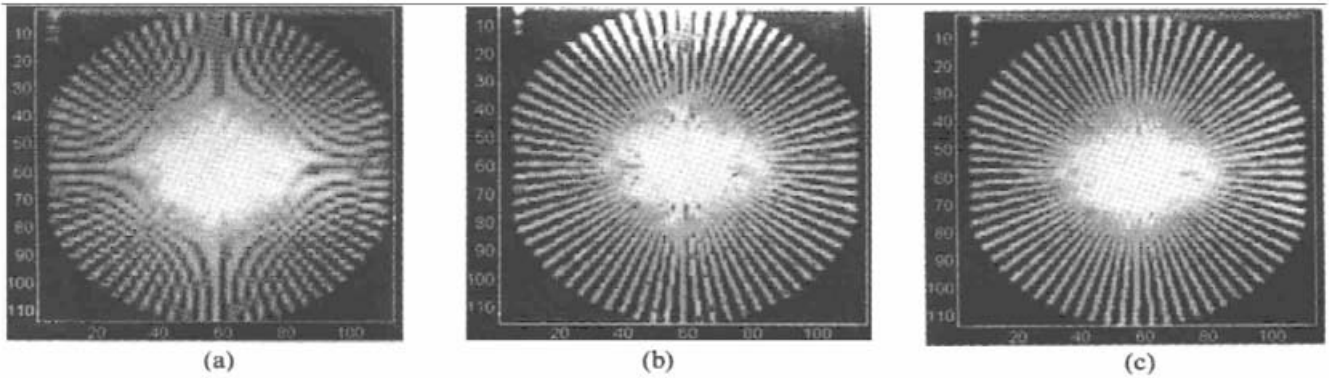


Fig. 4 Images of a spoke object (a) Ordinary sub-sampled image (pixel has been replicated by bilinearly interpolating to facilitate a comparison) (b) Microscanned image interpolated from 4 sub-sampled frames with shift of 22% sampling period in both directions (c) Microscanned image interpolated from 4 sub-sampled frames with shift of 44% sampling period in both directions

结 论 光电成像微扫描过程中, 可用不同位移的多帧欠抽样图像重建成一帧 Nyquist 频率提高、混淆减少的图像。重建的具体方法, 要视这种微扫描是否均匀而定。对于均匀微扫描, 直接重建与插入重建本质上是一致的; 而对于非均匀微扫描, 尤其“小”位移和“大”位移, 采用插入重建方法, 才有利于混淆的减少。当更高级谱混入时, 位移不同, 微扫描重建图像的效果可能有所差别。如果仍严重影响图像质量, 则只能增加微扫描次数。

参 考 文 献

- [1] Awamoto K, Ito Y, Ishizaki H *et al.*. Resolution improvement for HgCdTe IRCCD. *Proc. SPIE*, 1992, **1685**: 213~ 220
- [2] Friedenber A. Microscan in infrared staring systems. *Opt. Engng*, 1997, **36**(6): 1745~ 1749
- [3] Watson E A, Muse R A, Blommel F P. Aliasing and blurring in microscanned imagery. *Proc. SPIE*, 1992, **1689**: 242~ 250
- [4] 加斯基尔 J D. 线性光学·傅里叶光学·光学. 北京: 人民教育出版社, 1981. 62~ 289

Mathematics Theory and Realization of Aliasing Reduction in Opto-Electric Imaging System Using Microscanning

Zhang Haitao Zhao Dazun

(Color Science and Engineering Lab., Department of Optical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 25 May 1998; revised 27 July 1998)

Abstract In the opto-electric imaging system, aliasing will occur when sampling a scene containing spatial frequencies exceeding half of the sampling frequency. Microscanning is a potential method to reduce aliasing effect. Mathematical theory for microscanning based aliasing reduction, including non-even cases, is analysed. Computer simulation of microscanning realization for both one- and two-dimensional cases is presented.

Key words microscanning, opto-electric imaging system, aliasing, subsampling.