

# 排序击中击不中变换及其光学实现\*

程惠全 刘立人 景红梅 汪澄

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 基于对形态学灰度排序击中击不中变换的取阈方法的研究, 提出了单通道排序击中击不中变换, 探讨了相应的光学实现。与补码编码击中击不中变换相比, 由于仅仅使用了原始图像因而更易于光学实现, 扩大了以击中击不中变换为基础的光学数学形态学处理系统的容噪性和处理能力。

**关键词** 数学形态学, 击中击不中变换, 加权排序腐蚀。

## 1 引 言

数学形态学已经广泛应用于图像处理和人工智能领域<sup>[1~4]</sup>。击中击不中变换作为一种重要的形态变换, 已被有效地应用于模式识别。由于其内禀并行性, 光学系统被用于实现形态变换<sup>[5~7]</sup>。在这些系统中, 补码编码两通道击中击不中变换在光学模式识别系统中发挥了重要的作用。基于通常的补码编码的两通道击中击不中变换, 已经诞生了几种算法和相应的光学处理系统<sup>[8~10]</sup>。由于击中击不中变换为原始图像及其补图像分别被结构元素  $S_1$  和  $S_2$  腐蚀所得结果图像的交集, 它是一个精确模板匹配操作。如同 Bloomberg<sup>[9]</sup>所指出的那样, 击中击不中变换对噪声、图像中的堵塞部分以及对结构元素的精确形状不确定等因素十分敏感。为了获得更多的鲁棒性, Bloomberg 等学者提出了用排序滤波器代替击中击不中变换中的腐蚀操作的方法, 从而构成一个  $(p, q)$  阶排序击中击不中变换。之后, Liu 分析了  $(p, q)$  阶排序击中击不中变换的一种推广形式  $n = p + q$ <sup>[11]</sup>。这种推广降低了实现系统对噪声的敏感性。然而, 现有的算法及其光学处理系统都存在这样或那样的缺点。

目前用于实现光学形态学击中击不中变换及基于击中击不中变换的光学图像处理系统以文献[7]所采用的相干光学系统和以文献[10]所采用的非相干光学系统为代表。两者分别具有顺序处理和需用两个独立光学处理通道的缺陷。前者没有能够充分发挥光学并行性, 后者受囿于光学系统的空间带宽积。文献[12]中提出了补码编码的一步光学实现法, 对文献[10]中的光学系统进行了重大改进, 但本质上仍然是两通道体系。在早一些的工作中, 作者曾经对单通道击中击不中变换的光学实现进行了探讨<sup>[13]</sup>。本文把这种方法推广到  $(p, q)$  阶排序击中击不中变换。而且改变以往的数值模拟法, 取而代之以对非相干相关器实现排序击中击

\* 中国科学院重点项目。

收稿日期: 1998-04-08; 收到修改稿日期: 1998-05-27

不中变换器实现击中击不中变换的严格数学描述。这样的处理节省了以数值模拟来获得先验结果的繁琐运算。除了严格的数学描述外,本文更关注于对实验结果的解释以及光电混合处理系统的一些实际应用中的问题。由于实现了排序击中击不中变换,大大改善了击中击不中变换对噪声敏感的状况,拓宽了光学形态学处理系统的处理能力。

## 2 改进的排序击中击不中变换

一幅二值图像  $X$  被一个二值结构元素  $S$  的腐蚀  $\ominus$  与膨胀  $\oplus$ , 构成了一系列形态变换和滤波的基础。它们被分别定义为

$$X \ominus S = \{z: S + z \subseteq X\}, \quad X \oplus S = \overline{X \ominus S}, \quad (1)$$

式中  $\bar{S}$  为  $S$  的映像,  $\bar{S} = \{z: -z \in S\}$ 。图像  $X$  被一对互不包含的结构元素  $(S_1, S_2)$  的击中击不中变换  $\odot$  定义为

$$X \odot (S_1, S_2) = (X \ominus S_1) \cap (\bar{X} \ominus S_2) \quad (2)$$

式中  $S_1 \cap S_2 = \Phi$ ,  $\Phi$  为空集,  $S_1$  为“击中”结构元素,  $S_2$  为“击不中”结构元素,  $\bar{X}$  为  $X$  的补图像也常写成  $X^c$ 。方程(2)表明击中击不中变换同时在图像的前景和背景上起作用以求得精确匹配。然而,由于击中击不中变换是一个过于严格的匹配,它对图像中的噪声以及图像的隐藏部分敏感。为了改进击中击不中变换的性能,文献[9]定义了一个  $(p, q)$  阶排序击中击不中变换为

$$X \odot_{p, q}(A, B) = (X \diamond_p A) \cap (X^c \diamond_q B) \quad (3)$$

式中有  $p = 1, 2, \dots, |A|$  和  $q = 1, 2, \dots, |B|$ 。  $|A|$  和  $|B|$  分别为  $A$  和  $B$  的基数即像素数目。“ $\diamond_r$ ”定义了一个  $r$  阶排序滤波操作。由于腐蚀操作仅仅是排序滤波的一种特殊情形,显然(3)式包括了(2)式。

考察形态学腐蚀操作与卷积及相关之间的关系,腐蚀具有如下两种等价表达形式

$$\begin{aligned} X \ominus S &= \overline{(X \circledast S)} \Big|_{TH=N} = \overline{(X \star S)} \Big|_{Th=N} \\ X \ominus S &= (\bar{X} \oplus S) = (\bar{X} \circledast S) \Big|_{Th=0} = \overline{(\bar{X} \star S)} \Big|_{Th=0} \end{aligned} \quad (4)$$

这里“ $\circledast$ ”表示卷积,“ $\star$ ”表示相关,“ $TH$ ”和“ $Th$ ”为两个不同的阈值水平,  $N$  为结构元素  $S$  的基数。因此,排序滤波可认为是(4)式的扩展

$$X \diamond_p S = (X \star S) \Big|_{TH=p}, \quad X \diamond_p S = \overline{(\bar{X} \star S)} \Big|_{Th=N-p} \quad (5)$$

根据方程(5),方程(2)又可写成

$$X \odot (S_1, S_2) = (X \star S_1) \Big|_{TH=|S_1|} \cap \overline{(\bar{X} \star S_2)} \Big|_{Th=0} \quad (6)$$

式中 0-阈值定义为  $f = Th_0(x) = \{f: \text{如果 } x > 0, f = 1; \text{否则 } f = 0\}$ , 该定义可推广到  $Th_q(x)$ 。  $Th_0(x)$  的等价描述为  $f = TH_1(x) = \{f: \text{如果 } x \geq 1, f = 1; \text{否则 } f = 0\}$ 。从(6)式可以看出  $X \odot (S_1, S_2)$  可以通过由  $X$  对  $S_1$  和  $S_2$  分别在不同阈值水平上相关结果的交集来实现。如果定义一个低通二值取阈操作  $Th'_0(X \star S_2) = \overline{Th(X \star S_2)} \Big|_{Th=0}$ , 那么  $X \odot (S_1, S_2)$  实际上由一个高通阈值滤波  $TH_{|S_1|}$  和低通阈值滤波  $Th'_0$  的交集予以完成。进而言之  $Th'_q$  也是一个低通取阈操作,它的滤波特性如图 1 所示。在此记法的基础上,方程(3)所描述的  $(p, q)$  阶排序击中击不中变换又可写成

$$X \odot_{p, q}(S_1, S_2) = TH_p(X \star S_1) Th'_{N-q}(X \star S_2) \quad (7)$$

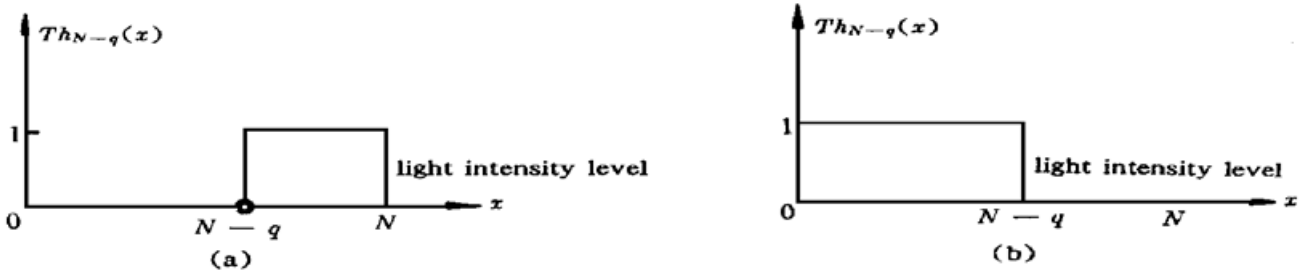


Fig. 1 The thresholding feature curves. (a) The thresholding feature curve of  $Th_{N-q}(x)$ , (b) The thresholding feature curve of  $Th'_{N-q}(x)$

从(6)式和(7)式可以看出形态学击中击不中变换以及排序击中击不中变换也可仅用原始图像  $X$  加以实现, 因而大大减轻了对光学系统空间带宽积的要求。在用(6)式或(7)式实现相应的形态学变换时, 必须采用某种手段将相关项  $X \star S_1$  和  $X \star S_2$  两者在相关平面上的贡献分开。

### 3 光学实现系统的参数考虑

在(3)式中, 排序击中击不中变换被写成由两个通常意义上的相关取阈操作的交集。对于一个非相干光学相关系统, 排序击中击不中变换根据其初始定义具有如下的相关取阈形式

$$X \odot_{p,q}(S_1, S_2) = \begin{cases} 1, & X \star S_1 + X^c \star S_2 \geq p + q \text{ and } X \star S_1 \geq p, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

当考虑排序击中击不中变换的单通道描述, 由相关项  $X \star (\alpha_1 S_1 \cup \alpha_2 S_2)$ , 得到(7)式的相关取阈表示

$$X \odot_{p,q}(S_1, S_2) = \begin{cases} 1, & \alpha_1 p_k \leq X \star \alpha_1 S_1 + X \star \alpha_2 S_2 \leq \alpha_1 p_k + \alpha_2(|S_2| - q), \\ & \text{for any } p \leq p_k < N; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

式中  $p$  和  $p_k$  为正整数即  $p, p_k \in Z^+$ ,  $Z^+$  定义为正整数集合。为了简单起见, 令  $\alpha_1 = 1$  后(9)式变为

$$X \odot_{p,q}(S_1, S_2) = \begin{cases} 1, & p_k \leq X \star S_1 + X \star \alpha_2 S_2 \leq p_k + \alpha_2(|S_2| - q), \\ & \text{for any } p \leq p_k < N; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

在  $\alpha_1 = 1$  的前提下, 仅需考虑参数  $\alpha_2$ 。一个合适的情况为令所有的  $j\alpha_2 < 1$ , 这里  $j = 0, 1, \dots, |S_2|$ , 之所以这样选取的理由在后面说明。现在考虑  $n = p + q$  这种扩展的排序击中击不中变换, 由于  $p$  和  $q$  具有可互换性, 故  $\alpha_2 = 1$ , 相应的由相关项  $X \star (S_1 \cup S_2)$  所获得的  $n$  阶击中击不中变换由下式描述

$$X \odot_n(S_1, S_2) = \begin{cases} 1, & p - k < X \star S_1 + X \star S_2 \leq p + (|S_2| - q) - 2k, \\ & \text{for any } 0 < k < \min\{p, |S_2| - q\} \text{ and } k \in Z^+; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

根据第2节的改进算法, 可以结构  $S_1$  和  $S_2$  的并集作为一个新的结构元素, 这就是前面采用  $X \star (\alpha_1 S_1 \cup \alpha_2 S_2)$  的原因。而要分开相关项  $X \star S_1$  和  $X \star S_2$  的贡献, 可采用两种方法: 其一为偏振态调制法, 即给两个相关项分别用相互垂直的两种偏振态加以调制; 其二为系数加权调制, 即给结构元素  $S_1$  和  $S_2$  加上不同的加权系数  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  从而使两个相关项的贡献能分开。

本文考察了在  $\alpha_1 = 1$  的前提下, 必须  $j\alpha_2 < 1, j = 0, 1, \dots, |S_2|$ , 从而使得  $X \star S_1$  的光强为整数、 $X \star (\alpha_2 S_2)$  为小数才行。这时, 在阈值水平  $p$  上对  $X \star (S_1 \cup \alpha_2 S_2)$  的整数部分决定了  $p$  阶“击中”而小数部分决定了  $q$  阶“击不中”。此时, 对电子取阈系统的分辨率从 1 提高到  $1/|S_2|$ 。这里选取  $\alpha_2 = (1 - 0.1)/|S_2|$ , 显然满足  $|S_2| \alpha_2 < 1$ 。

从上面的描述中, 看到了排序击中击不中变换可以用一个排序灰度腐蚀来实现。在这个实现方案中采用了  $\{0, \alpha_2, 1\}$  三个灰度。对应于方程的带通取阈特性示于图 2。当  $\alpha_2$  也取为 1 时, 可得到  $n = p + q$  扩展形式的排序击中击不中变换。至于  $|S_2| \alpha_2 > 1$  的情形则被舍弃, 因为在这种情形下无法从总的相关光强中区分阈值水平  $p$  和  $q$  的贡献, 这时再在阈值水平  $p$  上进行取阈操作是没有意义的。

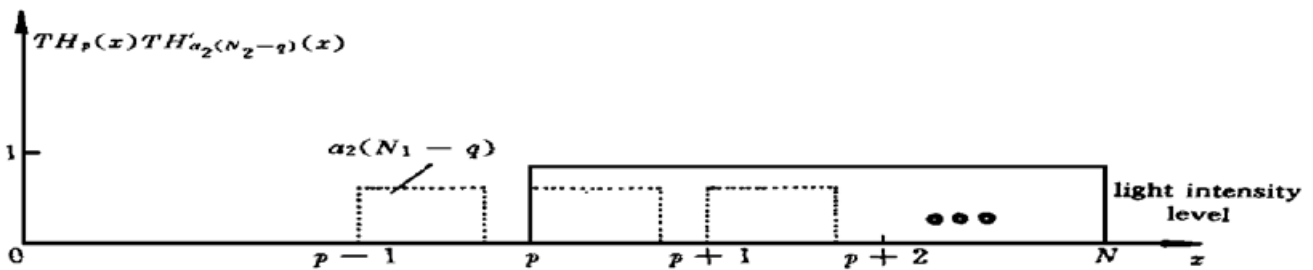


Fig. 2 The real thresholding case of the  $(p, q)$  th rank order hit-miss transform implemented by the one-channel grayscale erosion algorithm

### 4 光学实现和实验结果

本文用非相干光学相关器来实现排序击中击不中变换。光学系统原理图如图 3 所示。输入图像和结构元素对  $[S_1, S_2]$  的布置如图 4 所示。图 5 为相关面上的光强分布。

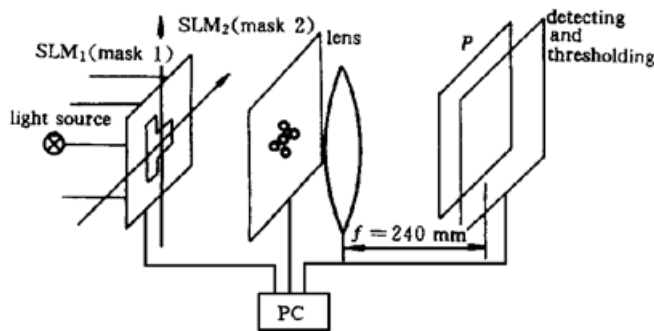


Fig. 3 The optical setup of the proof-of-principle experiment. Where the original image  $f$  is displayed on mask 1 while the structuring element pair  $[S_1, S_2]$  is displayed on mask 2

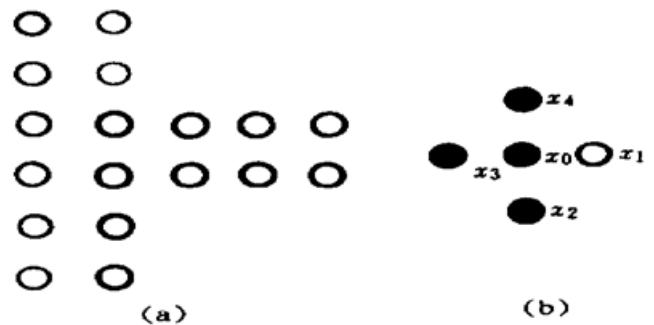


Fig. 4 The masks employed in the experiment as the substitutes of the SLMs. (a) The pattern of the original image  $f$ , (b) The pattern of the grayscale weighted structuring element pair  $[S_1, S_2]$ . The pixels of  $S_1$  are transparent while the pixels of  $S_2$  are shaded

实验中, 两块模板用来代替空间光调制器。每块模板上编码孔的直径为 1 mm, 相邻两个编码孔之间的间隔为 1.5 mm, 两块模板之间的距离为 210 mm, 所用透镜的焦距为 240 mm; 光探测器紧挨相关平面靠后放置, 逻辑“与”操作由一台控制计算机完成。本文所采用的结构元素对具有  $\bar{X}_0, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \bar{X}_4$  的形式其中未加横杠的代表  $S_1$  的像素, 加横杠的代表  $S_2$  的像素。在文献[10]中对常规击中击不中变换, 该结构元素表现为一个轮廓提取操作。最终的排序击中击不中变换的结果可在显示器上显示出来, 图 6 展示了几个这样的结果。图 6

(a) 为  $f \odot_{1.4}[S_1, S_2]$  的实验结果, 对应着模板 1 的图像被结构元素击中击不中变换即  $f \odot [S_1, S_2]$  的结果, 它提取了原图像的最左外端边界; 图 6(d) 为  $f \odot_{1.0}[S_1, S_2]$  的实验结果, 与  $f \ominus S_1$  相对应, 由于  $S_1$  仅为具有一个像素的结构核, 所以  $f \ominus S_1$  的结果仍是  $f$  本身; 图 6(b) 为  $f \odot_{1.3}[S_1, S_2]$  和  $f \odot_{1.2}[S_1, S_2]$  的实验结果; 图 6(c) 为  $f \odot_{1.1}[S_1, S_2]$  的实验结果; 此两者对应着图 6(a) 和图 6(d) 的处理结果之间的两个过渡状态。图 6 的实验结果表明本文所采用的排序击中击不中变换清晰地表达了一个从击中击不中变换  $f \odot [S_1, S_2]$  到图像腐蚀操作  $f \ominus S_1$  之间的过渡过程。本文采取固定  $f \odot_{p,q}[S_1, S_2]$  中的  $p = 1$ , 而令  $q$  从 4 变化到 0 来观察  $f \odot_{p,q}[S_1, S_2]$  的处理效果。如果令  $p = 0$ , 显然  $f \odot_{0,q}[S_1, S_2]$  则变成  $f \diamond_q S_2$  的操作, 从而失去了排序击中击不中变换作为模板匹配操作的意义。当  $|S_1|$  和  $|S_2|$  同时大于 1 时,  $p$  和  $q$  的联合变化情形可在本文的基础上作进一步的研究。

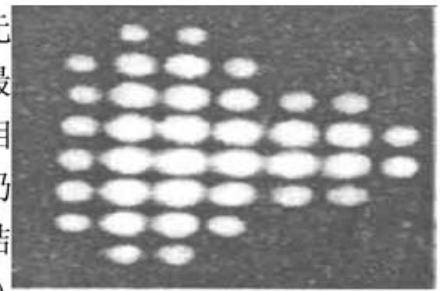


Fig. 5 The correlation result between the image mask and the structuring element pair mask that is  $f \star [S_1, \alpha_2 S_2]$

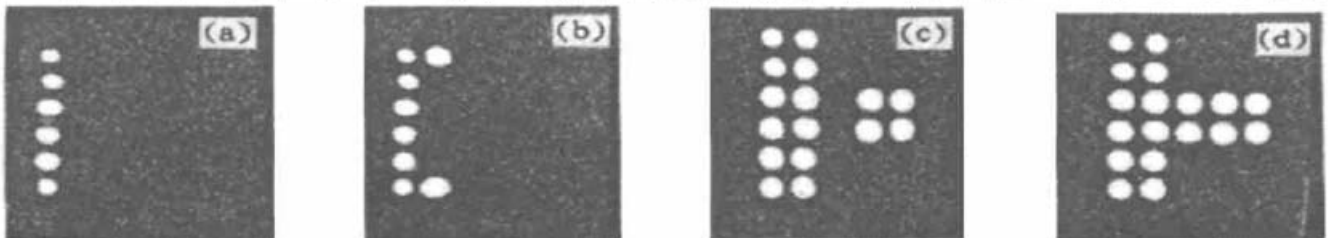


Fig. 6 The rank order hit-miss results after the detecting and the threshold operations. (a) The result of  $f \odot_{1.4}[S_1, S_2]$ , (b) The result of  $f \odot_{1.3}[S_1, S_2]$  and  $f \odot_{1.2}[S_1, S_2]$ , (c) The result of  $f \odot_{1.1}[S_1, S_2]$ , (d) The result of  $f \odot_{1.0}[S_1, S_2]$  (i.e.  $f \ominus S_1$ )

如前所述, 对于如图 4(b) 所示的系数加权, 使得电子取阈系统的分辨率从 1 提高到  $1/|S_2|$ , 可通过选用分辨率高于  $1/|S_2|$  的电子取阈系统。在分辨率保持不变的前提下, 也可通过提高电子系统对相关积分(光强)的增益来补偿对分辨率的要求。此时, 应使增益提高后的电信号仍处于取阈系统的线性范围内, 通过调整照明光的光通量来标定单位光强的大小总能达到上述的线性区域要求。由于非相干光学系统同样具有平移不变性, 因而本文所采用的实验系统对对中并无太严格的要求, 唯一要求参与相关的像素行之间不能有垂直于光轴平面内的夹角, 这也可通过观察相关面上的相关光强模式来调整。实验中透镜起光学累加器的作用, 对透镜的像差要求是尽量减小场曲和畸变的影响, 这取决于光学设计时的像差系数间的均衡从而使初级像差系数  $S_{IV}$  和  $S_V$  达到最小。在选择透镜时仅需根据给定的像差容限来选取合乎要求的透镜。对于大尺寸的输入图像和结构核, 可紧挨光源光路中放一个光阑, 并将此光阑置于光源和输入图像之间加入的一个扩束透镜的前焦面来保证照明光的均匀性的要求, 这些实际应用中的问题对于实验结果的好坏亦起着举足轻重的作用。

**结 论** 本文用排序灰度腐蚀在非相干光学相关器上实现了排序击中击不中变换。与常规排序击中击不中变换相比, 文中的方法仅仅采用了前景图像。文中的光学系统由于节省了空间带宽积因而比常规补码编码两通道击中击不中变换来得简单。尽管取阈操作比常规击中击不中变换复杂, 但这可由电子系统很方便地实现。因而原有的光学系统在采用了文中的改进方法之后, 可以处理尺寸更大一些的图像, 增强了处理能力。

## 参 考 文 献

- [1] Serra J. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. New York: Academic Press, 1982
- [2] Maragos P. Tutorial on advances in morphological image processing and analysis. *Opt. Engng.*, 1987, **26** (7) : 623~ 632
- [3] Huang K S, Jenkins B K, Sawchuk A A. Binary image algebra and digital optical cellular image processor design. *Comput. Vis. Graph. Image Proc.*, 1989, **45**(2) : 295~ 345
- [4] Dougherty E R. *An Introduction to Morphological Image Processing, TT09 of SPIE Tutorial Text Series*, Bellingham, Washington, SPIE Optical Engineering Press, 1992
- [5] O'Neil K S, Rhodes W T. Morphological transformations by hybrid optical-electronic methods. *Proc. SPIE*, 1986, **638** : 41~ 46
- [6] Botha E, Richards J, Casasent D P. Optical laboratory morphological inspection processor. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(24) : 5342~ 5350
- [7] Casasent D, Schaefer R, Sturgill R. Optical hit-miss morphological transform. *Appl. Opt.*, 1992, **31** (29) : 6255~ 6263
- [8] Liu L. Optoelectronic implementation of mathematical morphology. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(10) : 482~ 484
- [9] Bloomberg D, Maragos P. Generalized hit-miss operations. *Proc. SPIE*, 1990, **1350** : 116~ 128
- [10] Liu L. Morphological hit-or-miss transform for binary and gray-tone image processing and its optical implementation. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(10) : 3447~ 3454
- [11] Liu L. Optical parallel rank order hit-miss transform and its applications. *Optik*, 1995, **99**(1) : 13~ 17
- [12] Yuan S, Wu M, Bai Y *et al.*. One-step implementation of the optical hit-miss transform. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(35) : 6881~ 6887
- [11] 景红梅, 程惠全, 邵 岚等. 单通道光学相关实现击中与否运算. *光学学报*. 1998, **18**(10) : 1317~ 1325

## Rank Order Morphological Hit-Miss Transform and Its Optical Implementation

Cheng Huiquan    Liu Liren    Jing Hongmei    Wang Cheng

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 8 April 1998; revised 27 May 1998)

**Abstract** Based on the study of the thresholding method of the morphological rank order hit-miss transform (ROHMT), a one-channel rank order hit-miss transform is proposed and a rank order grayscale erosion is developed to implement the ROHMT and its extension. Compared with the conventional complement encoded hit-miss transform (HMT). Only the original image is used. Based on this implementing scheme, the HMT-based morphological processing systems can be greatly simplified; Its immunity to noise and processing capacity are both increased. A proof-of-principle experiment is conducted and the experimental result is given.

**Key words** mathematical morphology, hit-miss transform, weighted rank order erosion.