第 19 卷　第 8 期　　光　学　学　报　　Vol. 19, No. 8
1999 年 8 月　　ACTA OPTICA SINICA　　August, 1999

微腔中两原子缀饰态的二光子衰变*

田恩科[1)]　宋晓东[2)]　刘夏姬[3), 4)]

1), 中国科学院金属研究所, 中国科学院国际材料物理中心, 沈阳 110015
2), 吉林建筑工程学院基础部, 长春 130020
3), 东北师范大学物理系, 长春 130024
4), 清华大学现代应用物理系, 北京 100084

摘　要　研究了微腔中原子衰变问题。考虑微腔中存在两个原子, 两原子与腔场强耦合形成的缀饰原子与腔壁相互作用在特定初始条件下的衰变问题, 指出在腔场中该衰变方式下, 腔场光子数越多, 衰变则越强。

关键词　微腔,　两原子缀饰态,　衰变。

1　引　　言

由于量子电子学技术的发展, 人们可以制造出尺度可与原子波长相比拟的微腔, 原子在这种腔体中的行为, 例如腔中原子自发辐射的抑制、受激辐射的增强[1, 2]、真空场的拉比分裂现象等等, 与其处于真空之中迥然不同, 研究微腔中原子动力学的科学作为量子光学和原子物理的新兴领域被称为腔体量子电动力学。

在研究腔中原子自发辐射时, 人们主要考虑原子与腔场弱耦合情况[3]。本文考虑原子与腔场强耦合[4, 5], 即原子与腔场先耦合形成缀饰原子, 缀饰原子再通过与腔壁相互作用进行衰变。这里考虑微腔中有两个原子。研究两原子缀饰态在特定初始条件下的衰变问题。

2　模型及其两原子缀饰态

考虑二个两能级原子同处于一个微腔之中, 两原子相距较远, 两者之间没有相互作用, 且原子的物质波波长与腔的尺寸相比很小, 原子与腔壁之间没有直接相互作用。在原子与腔场、腔场与腔壁相互作用均取旋转波近似下[6], 整个体系的哈密顿量为:

$$H = \hbar\omega a^{+} a + \hbar\sum_{i=1}^{2}\omega_0\sigma_z^{(i)} + \hbar\sum_{i=1}^{2} g_i(\sigma_+^{(i)} a + \sigma_-^{(i)} a^{+}) + \hbar\sum_{\omega_\lambda}\omega_\lambda b_\lambda^{+} b_\lambda + \hbar\sum_{\omega_\lambda}\mu(\omega_\lambda)(ab_\lambda^{+} + a^{+} b_\lambda) \tag{1}$$

式中 a^{+}、a 是频率为 ω 的光场的产生和湮没算符; $\sigma_+^{(i)}$、$\sigma_-^{(i)}$ 分别是能级差为 ω_0 原子的上升和下

* 国家自然科学基金及东北师范大学校内基金资助课题。

收稿日期: 1997-09-08; 收到修改稿日期: 1998-06-29

降算符; g_i 表示原子与腔场相互作用的耦合常数; 用 $\hbar\sum_{\omega_\lambda}\omega_\lambda b_\lambda^+ b_\lambda$ 表示腔壁的自由项, b_λ^+ 、b_λ 是频率为 ω_λ 的产生和湮没算符。因腔壁可以看成连续谱体系[4], 所以可以将 $\hbar\sum_{\omega_\lambda}\omega_\lambda b_\lambda^+ b_\lambda$ 表示成积分形式 $\int_0^\infty \hbar\,\omega_\lambda\rho(\omega_\lambda)\,b_\lambda^+ b_\lambda \mathrm{d}\omega_\lambda$, $\rho(\omega_\lambda)$ 是依赖于频率 ω_λ 的状态密度; 最后一项表示腔场与腔壁的相互作用[4], $\mu(\omega_\lambda)$ 是此相互作用的耦合系数。

考虑原子与腔场之间的耦合较强, 即 $g_i \gg \mu(\omega_\lambda)$ 情况下, 原子先与腔场相互作用形成缀饰原子。由求解 H_0 可以给出两原子缀饰态的表达式,

$$H_0 = \hbar\,\omega a^+ a + \hbar\sum_{i=1}^{2}\omega_i\sigma_z^{(i)} + \hbar\sum_{i=1}^{2}g_i(\sigma_+^{(i)} a + \sigma_-^{(i)} a^+) \tag{2}$$

在二原子处在光场中对称位置 $g_1(x_1) = g_2(x_2)$ 和二原子能级差相同的特殊情况下($\omega_1 = \omega_2$), 可得到 H_0 的本征函数为

$$\left.\begin{aligned}
|\Phi_1(n+1)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, g_2, n+1\rangle - |g_1, e_2, n+1\rangle)\\
|\Phi_2(n+1)\rangle &= \sin\theta_n(|e_1, e_2, n\rangle - |g_1, g_2, n+2\rangle) -\\
&\quad \cos\theta_n(|e_1, g_2, n+1\rangle + |g_1, e_2, n+1\rangle)\\
|\Phi_+(n+1)\rangle &= \cos^2\frac{\theta_n}{2}|e_1, e_2, n\rangle + \sin^2\frac{\theta_n}{2}|g_1, g_2, n+2\rangle +\\
&\quad \sin\frac{\theta_n}{2}\cos\frac{\theta_n}{2}(|e_1, g_2, n+1\rangle + |g_1, e_2, n+1\rangle)\\
|\Phi_-(n+1)\rangle &= \sin^2\frac{\theta_n}{2}|e_1, e_2, n\rangle + \cos^2\frac{\theta_n}{2}|g_1, g_2, n+2\rangle -\\
&\quad \sin\frac{\theta_n}{2}\cos\frac{\theta_n}{2}(|e_1, g_2, n+1\rangle + |g_1, e_2, n+1\rangle)
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

上述式中 $\tan\theta_n = \dfrac{2g\sqrt{n+1}}{\omega_1 - \omega}$, $|\Phi_1(n+1)\rangle$ 和 $|\Phi_2(n+1)\rangle$ 是 H_0 的简并态, 相应的本征值为

$$\epsilon(n+1) = (n+1)\hbar\,\omega + \hbar\,\omega_1,$$

$|\Phi_+(n+1)\rangle$ 和 $|\Phi_-(n+1)\rangle$ 对应的本征值为

$$\left.\begin{aligned}
\epsilon_+(n+1) &= (n+1)\hbar\,\omega + \hbar\,\omega_1 + \hbar\sqrt{(\omega_1 - \omega)^2 + 4g^2(n+1)}\\
\epsilon_-(n+1) &= (n+1)\hbar\,\omega + \hbar\,\omega_1 - \hbar\sqrt{(\omega_1 - \omega)^2 + 4g^2(n+1)}
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

上面给出的 H_0 的本征函数正是两原子缀饰态的表达式。

3　特定初始状态下缀饰原子的衰变

考虑初始时, 两原子制备在 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, g_2\rangle - |g_1, e_2\rangle)$ 线性叠加态上[7], 腔场处于福克(Fock)态、光子数为 2 的第二激发态$|2\rangle$上, 腔壁处于真空态$|0\rangle$, 则全系统初始状态可表示为

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, g_2, 2\rangle - |g_1, e_2, 2\rangle)\otimes|0\rangle = |\Phi_1(2), 0\rangle$$

式中$\otimes$表示直积。由腔场与腔壁的相互作用项

$$H' = \hbar\sum_{\omega_\lambda}\mu(\omega_\lambda)(ab_\lambda^+ + a^+ b_\lambda)$$

知,
$$H\,|\,\phi(2),\ 0\rangle = \hbar\sum_{\omega_\lambda}\mu(\omega_\lambda)\ \sqrt{2}\,|\,\phi(1),\ |\,\lambda\rangle,\ H\,|\,\phi(1),\ |\,\lambda\rangle$$
$$H\,|\,\phi(1),|\,\lambda\rangle = \hbar\,\mu(\omega_\lambda)\,|\,\phi(2),\ 0\rangle + \hbar\sum_{\omega_{\lambda'}}\mu(\omega_{\lambda'})\,|\,\phi(0),\ |\,\lambda,\ |\,\lambda'\rangle,$$
$$H\,|\,\phi(0),\ |\,\lambda,\ |\,\lambda'\rangle = \hbar\,\mu(\omega_{\lambda'})\,|\,\phi(1),\ |\,\lambda\rangle$$

得 t 时刻波函数为

$$|\,\Psi(t)\,\rangle = A(t)\ \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E(2)t\right]|\,\phi(2),\ 0\rangle + \sum_\lambda B_\lambda(t)\ \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E(1)t\right]|\,\phi(1),\ |\,\lambda\rangle + \sum_{\lambda,\lambda'}C_{\lambda\lambda'}(t)\ \exp\left[-\frac{i}{\hbar}E(0)t\right]|\,\phi(0),\ |\,\lambda\,|\,\lambda'\rangle \tag{5}$$

式中, $E(2) = \epsilon(2)$, $E(1) = \epsilon(1) + \hbar\omega_\lambda$, $E(0) = \epsilon(0) + \hbar\omega_\lambda + \hbar\omega_{\lambda'}$

由于$|\,\Psi(t)\,\rangle$满足薛定谔方程 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\,\Psi(t)\,\rangle = H\,|\,\Psi(t)\,\rangle$, 所以可以得到$|\,\Psi(t)\,\rangle$中各含时系数所满足的方程为

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{A}(t) = \frac{1}{i\hbar}\sum_\lambda B_\lambda(t)\hbar\,\mu(\omega_\lambda)\ \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E(1) - E(2)]t\right\}\\
&\dot{B}_\lambda(t)\ \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E(1) - E(2)]t\right\} = \frac{1}{i\hbar}\Big(A(t)\hbar\,\mu(\omega_\lambda)\ \sqrt{2} + \\
&\qquad\sum_{\lambda'}C_{\lambda\lambda'}\hbar\,\mu(\omega_{\lambda'})\ \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E(0) - E(2)]t\right\}\Big)\\
&\dot{C}_{\lambda\lambda'}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E(0) - E(2)]t\right\} = \frac{1}{i\hbar}B_\lambda(t)\hbar\,\mu(\omega_\lambda)\ \times\\
&\qquad\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E(1) - E(2)]t\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

将上式进行拉普拉斯变换

$$\tilde{F}(p) = \int_0^\infty\exp(-pt)F(t)\ dt$$

通过整理得到:

$$\tilde{A}(p) = \frac{1}{p + \Gamma(p)}$$
$$\Gamma(p) = \sum_\lambda\frac{|\,\mu(\omega_\lambda)\,|^2\ \sqrt{2}}{p - i(\omega - \omega_\lambda) + \sum_{\lambda'}\dfrac{|\,\mu(\omega_{\lambda'})\,|^2}{p - i(2\omega - \omega_\lambda - \omega_{\lambda'})}} \tag{7}$$

由于腔场与腔壁耦合是弱耦合, 即 $\mu(\lambda)$ 是小量, 所以可以将 $\Gamma(p)$ 进行展开,

$$\Gamma(p) = \sum_\lambda\frac{|\,\mu\omega_\lambda|^2\ \sqrt{2}}{p - i(\omega - \omega_\lambda)} - \sum_\lambda\frac{|\,\mu\omega_\lambda|^2\ \sqrt{2}}{[p - i(\omega - \omega_\lambda)]^2}\sum_{\lambda'}\frac{|\,\mu(\omega_{\lambda'})\,|^2}{p - i(2\omega - \omega_\lambda - \omega_{\lambda'})} + \cdots\cdots \tag{8}$$

同时正由于 $\mu(\lambda)$ 是小量, 可以采用维格纳-外斯可夫(Wigner-Weisskopf)近似, 在这种意义下 $\Gamma(p)$ 的零级近似为 0, 一级近似利用

$$\lim_{p\to 0}\frac{1}{p - i(\omega - \omega_\lambda)} = \pi\delta(\omega - \omega_\lambda) + \frac{i}{\omega - \omega_\lambda} \tag{9}$$

得到:

$$\Gamma^{(1)}_{(p)} = \nu_1 - i\Delta\omega_1 \tag{10}$$

式中, $\nu_1 = \pi f(\omega) \sqrt{2}$, $\Delta\omega_1 = \int \frac{f(\omega_\lambda)\,d\omega_\lambda}{\omega_\lambda - \omega}$, $f(\omega_\lambda) = \frac{2}{3\pi\hbar c^3}|\mu(\lambda)|^2\omega_\lambda^3\rho(\omega_\lambda)$

在二级项计算时同样利用(9)式的极限值, 同时由于 $p \to 0$ 忽略 p 的高级项, 得到:

$$\Gamma^{(2)}(p) = \nu_2 - i\Delta\omega_2,$$

$$\nu_2 = \pi\sqrt{2}\int \frac{f(\omega_\lambda)f(2\omega - \omega_\lambda)}{(\omega_\lambda - \omega)^2}d\omega_\lambda, \qquad \Delta\omega_2 = \int d\omega_\lambda \int d\omega_{\lambda'} \frac{f(\omega_\lambda)f(\omega_{\lambda'})}{(\omega_\lambda - \omega)^2(\omega_{\lambda'} + \omega_\lambda - 2\omega)} \tag{11}$$

若只取到二级近似, 则

$$\Gamma(p) \approx \nu - i\Delta\omega, \qquad \nu = \nu_1 + \nu_2, \qquad \Delta\omega = \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2,$$

利用(7)式及拉普拉斯的逆变换可得到:

$$A(t) = \exp(-\nu t + i\Delta\omega t) \tag{12}$$

ν 表示 $|\Phi(2)\rangle$ 状态的衰变速率, $\Delta\omega$ 是 $E(2)$ 与 $E(1)$ 能级间的兰姆(Lamb)移动。利用(6)式中第2式及第3式, 又由于 $\mu(\lambda')$ 是小量, 忽略第二项中 $B_\lambda(t)$ 与 $C_{\lambda\lambda'}(t)$ 的关联得到

$$B(t) = \frac{\sqrt{2}\mu(\omega_\lambda)}{i}\frac{\exp[-\nu t - i(\omega - \omega_\lambda - \Delta\omega)t] - 1}{-\nu + i(\omega_\lambda - \omega + \Delta\omega)} \tag{13}$$

再利用(6)式中第3式得到

$$C_{\lambda\lambda'}(t) = \sqrt{2}\mu(\omega_{\lambda'})\mu(\omega_\lambda)\frac{\exp[-\nu t - i(\omega - \omega_\lambda - \Delta\omega)t] - 1}{i[-\nu + i(\omega_\lambda - \omega + \Delta\omega)](\omega_{\lambda'} - \omega)} -$$

$$\mu(\omega_{\lambda'})\mu(\omega_\lambda)\sqrt{2}\frac{\exp[-\nu t - i(2\omega - \omega_{\lambda'} - \omega_\lambda - \Delta\omega)t] - 1}{i[-\nu + i(\omega_\lambda - \omega + \Delta\omega)][-\nu - i(2\omega - \omega_{\lambda'} - \omega_\lambda + \Delta\omega)]} \tag{14}$$

由(12)式、(13)式、(14)式给出的 $A(t)$, $B_\lambda(t)$, $C_{\lambda\lambda'}(t)$ 的表达式便可获得 t 时刻的波函数 $|\Psi(t)\rangle$。知道初始处于 $|\Phi(2)\rangle$ 状态的缀饰原子将衰变为 $|\Phi(1)\rangle$ 和 $|\Phi(0)\rangle$ 状态, 衰变速率为 $\nu = \nu_1 + \nu_2$。

4 讨论

若改变初始状态中腔场状态, 使其光子数为1, 处于第一激发态。则初始条件可以写作

$$|\Psi(0)\rangle = |\Phi(1), 0\rangle$$

重复上述的计算知道, 其将以 $\nu_1/\sqrt{2}$ 的衰变速率衰变为 $|\Phi(0), |_\lambda\rangle$ 状态。由此可以知道腔场中光子数越多, 衰变越强。

考虑与强单色场相互作用的两原子处于真空场之中, 此时体系的哈密顿量可写为

$$H = \hbar\omega a^+ a + \hbar\sum_{i=1}^{2}\omega_0\sigma_z^{(i)} + \hbar\sum_{i=1}^{2}g_1(\sigma_+^{(i)}a + \sigma_-^{(i)}a^+) + \hbar\sum_{\omega_\lambda}\omega_\lambda b_\lambda^+ b_\lambda +$$

$$\hbar\sum_{\omega_\lambda^i}\mu^{(i)}(\omega_\lambda)(\sigma_+^{(i)}b_\lambda + \sigma_-^{(i)}b_\lambda^+). \tag{15}$$

若初始时处于 $|\Phi(2), 0\rangle$ 状态, $|0\rangle$ 为真空背景场状态, 则由于 $|\Phi(2), 0\rangle$ 为上述哈密顿量 H 的本征状态, 即 $|\Phi(2)\rangle$ 为文献[7]指出的辐射陷获状态, 所以不衰变。由此, 在腔场中通过腔壁与腔场耦合的衰变方式下, 腔场中光子数越多, 衰变越强。

感谢孙昌璞教授的指导和帮助。

参 考 文 献

[1] Klepper D. Inhibited spontaneous emission. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**(4) : 233~ 236

[2] Martini F K, Innocenti G, Jacobovitz G R *et al.*. Anomalous spontaneous emission time in a microscopic optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**(17) : 2955~ 2958

[3] Oraevskiv A N. Spontaneous emission in a cavity. *Physics-Uspekhi*, 1994, **37**(4) : 393~ 405

[4] Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J, Grgnberg G. *Atom-Photon Interaction.* New York: John Wiley, INC. 1992. 407~ 435

[5] 郭光灿. 量子光学第一版, 北京: 高等教育出版社, 1990. 463~ 513

[6] Sun Changpu, Liu Xiaji. Approximation theory of oscillating factor suppressing amplitude in quantum process and its applications. *Acta. Physica Sinica*, 1996, **5**(5) : 343~ 353

[7] 萨晋 III M, 斯考莱 M O, 兰姆 W E. 激光物理. 北京: 科学出版社, 1982. 484~ 487

Two-Photon Decay of Two-Atom Dressed State in a Microcavity

Tian Enke

(*International Centre for Materials Physics, Institute of Metal Research, The Chinese Academy of Sciences, Shenyang* 110015)

Song Xiaodong

(*Elementary Department, Jilin Architecture and Engineering College, Changchun* 110020)

Liu Xiaji

Department of Physics, Northeast Normal University, Changchun 130024

Department of Modern Applied Physics, Tsinghua University, Beijing 100084

(Received 8 September 1997; revised 29 June 1998)

Abstract The problem of atomic decay in the microcavity is discussed. Suppose that there are two atoms in the microcavity, the decay in the interaction between cavity wall and the dressed atom caused by strong couple of the two atoms and cavity field is discussed in specific initial condition. It is pointed out that the decay in that case is stronger when there are more photons in the microcavity.

Key words microcavity, two-atom dressed state, decay.