

双波长飞秒激光器锁模动力学的数值分析

朱长军* 王水才 贺俊芳 肖 东

(中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

摘 要 采用有限差分方法对双波长飞秒激光器的锁模方程进行了数值分析, 得到了不同参数下交叉锁模脉冲的数值解。结果表明, 在双光束谐振腔内, 由于自相位调制、群速色散、交叉耦合、增益放大以及损耗调制的作用, 在一定条件下, 激光器能够从连续运转状态发展到锁模状态, 并产生双波长飞秒交叉锁模脉冲。

关键词 双波长, 飞秒激光, 动力学特性, 数值分析。

1 引 言

近年来, 随着双波长超短脉冲激光器实验研究^[1-10]的广泛深入, 理论研究也取得了较大进展^[11, 12]。为了进一步研究双波长飞秒激光器的动力学特性, 采用文献[12]中的理论模型, 对其中的交叉锁模方程组进行有限差分处理, 并且在不同参数下进行数值求解, 获得了与实验相符合的结果。

2 方程组的离散化

双波长交叉锁模飞秒激光器的锁模方程为^[12]

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi_1(z, x) = (g_1 \alpha_1 v_1^2 - i \frac{D_1}{2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi_1(z, x) + i \frac{\epsilon_1}{2} \Phi_1^*(z, x) \Phi_1^2(z, x) + i \frac{k}{2} \Phi_2^*(z, x) \Phi_2(z, x) \Phi_1(z, x) + (\alpha_1 - \gamma_1) \Phi_1(z, x) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(z, x) = (g_2 \alpha_2 v_2^2 - i \frac{D_2}{2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi_2(z, x) + i \frac{\epsilon_2}{2} \Phi_2^*(z, x) \Phi_2^2(z, x) + i \frac{k}{2} \Phi_1^*(z, x) \Phi_1(z, x) \Phi_2(z, x) + (\alpha_2 - \gamma_2) \Phi_2(z, x) \quad (2)$$

其中 $D_1 = \frac{(d^2k/d\omega^2)_1}{(dk/d\omega)_1^2} = \frac{\beta_1}{v_1^2}$, $D_2 = \frac{(d^2k/d\omega^2)_2}{(dk/d\omega)_2^2} = \frac{\beta_2}{v_2^2}$, β_1 、 β_2 分别是光腔中两个光束回路中的总群速色散, ϵ_1 、 ϵ_2 分别为其克尔(Kerr)作用系数, k 为耦合系数, α_1 、 α_2 分别为单程增益, γ_1 、 γ_2 分别为腔内单程总损耗, g_1 、 g_2 分别为增益带宽, z 为以腔长为单位的归一化的长度。对腔内第一束光, $x = v_1 t$, 对第二束光, $x = v_2 t$ 。因此, (1)式和(2)式变为

* 现在通讯地址: 北京大学物理系, 北京 100871。

收稿日期: 1998-03-16; 收到修改稿日期: 1998-05-27

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_1(z, t) = & (g_1 \alpha_1 - i \frac{\beta_1}{2}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_1(z, t) + i \frac{\epsilon_1}{2} \Phi_1^*(z, t) \Phi_1^2(z, t) + \\ & i \frac{k}{2} \Phi_2^*(z, t) \Phi_2(z, t) \Phi_1(z, t) + (\alpha_1 - \gamma_1) \Phi_1(z, t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(z, t) = & (g_2 \alpha_2 - i \frac{\beta_2}{2}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_2(z, t) + i \frac{\epsilon_2}{2} \Phi_2^*(z, t) \Phi_2^2(z, t) + \\ & i \frac{k}{2} \Phi_1^*(z, t) \Phi_1(z, t) \Phi_2(z, t) + (\alpha_2 - \gamma_2) \Phi_2(z, t) \end{aligned} \quad (4)$$

令 $\Phi_1(z, t) = u_1(z, t) + i v_1(z, t)$, $\Phi_2(z, t) = u_2(z, t) + i v_2(z, t)$, 其中 $u_1(z, t)$ 、 $v_1(z, t)$ 、 $u_2(z, t)$ 和 $v_2(z, t)$ 是关于 z 和 t 的实函数, 则(3)式和(4)式变为

$$\frac{\partial}{\partial z} u_1 = g_1 \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_1 + \frac{\beta_1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} v_1 - \frac{\epsilon_1}{2} (u_1^2 + v_1^2) v_1 - \frac{k}{2} (u_2^2 + v_2^2) v_1 + (\alpha_1 - \gamma_1) u_1 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} v_1 = g_1 \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} v_1 - \frac{\beta_1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_1 + \frac{\epsilon_1}{2} (u_1^2 + v_1^2) u_1 + \frac{k}{2} (u_2^2 + v_2^2) u_1 + (\alpha_1 - \gamma_1) v_1 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_2 = g_2 \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_2 + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} v_2 - \frac{\epsilon_2}{2} (u_2^2 + v_2^2) v_2 - \frac{k}{2} (u_1^2 + v_1^2) v_2 + (\alpha_2 - \gamma_2) u_2 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} v_2 = g_2 \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} v_2 - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_2 + \frac{\epsilon_2}{2} (u_2^2 + v_2^2) u_2 + \frac{k}{2} (u_1^2 + v_1^2) u_2 + (\alpha_2 - \gamma_2) v_2 \quad (8)$$

对(5)~(8)式进行差分处理, 就能得到方程的数值解。

3 结果及讨论

激光器在连续运转状态下, 随着功率的增加, 增益介质中与光强有关的非线性折射率的变化(克尔效应)将引起自聚焦, 光场经受的相位延迟正比于折射率, 因而引起了光场与强度有关的非线性相移。这一结果导致光场光子数密度的起伏。这种起伏比光场光子数密度的统计起伏(统计噪音)要大得多。其中最大的起伏将优先得到放大, 在自相位调制、群速色散、增益放大和损耗调制的作用下形成锁模飞秒脉冲。在双波长飞秒激光器中, 双波长脉冲除了各自都经历以上过程外, 还要经过交叉耦合, 进行交叉锁模, 才能形成稳定的飞秒脉冲。在实验中, 可采取控制增益和损耗的方法, 使双波长飞秒激光器中双腔的增益和损耗差别很小。

因此根据实验^[13], 参数可以选取如下: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.02$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1 \exp(-\frac{I}{I_s})$, I 为光强, I_s 为饱和光强, $I_s = 3 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$; $g_1 = 2.789 \times 10^2 \text{ fs}^2$, $g_2 = 5.578 \times 10^2 \text{ fs}^2$; $k = 0.882 \times 10^{-4} (\text{W} \cdot \text{m})^{-1}$; $\epsilon_1 = 0.466 \times 10^{-4} (\text{W} \cdot \text{m})^{-1}$, $\epsilon_2 = 0.416 \times 10^{-4} (\text{W} \cdot \text{m})^{-1}$ 。

(3)式和(4)式分别描述中心波长为 $\lambda_1 = 755 \text{ nm}$ 和 $\lambda_2 = 845 \text{ nm}$ 锁模脉冲的成形过程。

1) 考察双波长飞秒激光脉冲脉宽随群速色散量的变化, 如图 1 所示。 τ_1 、 τ_2 分别是两列脉冲的脉宽。从以上数值计算的结果可以看出, 由于两列脉冲之间的相互耦合, 两列脉冲脉宽随群速色散变化的曲线非常相似, 当 $\beta_1 = -600 \text{ fs}^2/\text{m}$, $\beta_2 = -500 \text{ fs}^2/\text{m}$ 时, 两列脉冲的脉宽存在最小值, 分别为 39 fs 和 48 fs 。

2) 考察脉宽都为最小值时锁模方程的数值解, 从图 1(a)和图 1(b)可以知道, 当 $\beta_1 = -600 \text{ fs}^2/\text{m}$, $\beta_2 = -500 \text{ fs}^2/\text{m}$ 时, 中心波长为 λ_1 的脉冲和中心波长为 λ_2 的脉冲在腔内往返振荡, 获得增益并且脉宽被压缩。由于群速色散得到最佳补偿, 因此这两列脉冲发展成为稳定的锁模脉冲, 脉宽最窄, 分别约为 39 fs 和 48 fs , 交叉锁模具有良好的稳定性。如图 2 所示。

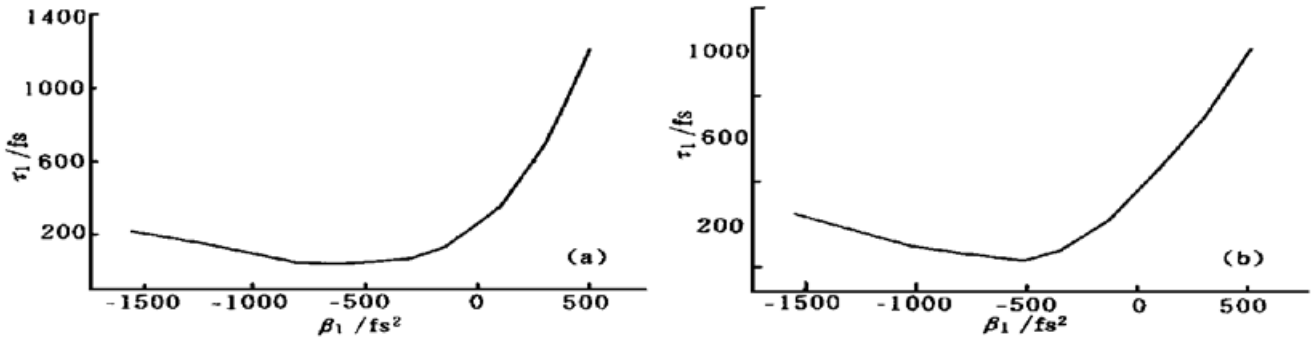


Fig. 1 Pulse width vs. GVD with (a) $\lambda_1 = 755 \text{ nm}$; (b) $\lambda_2 = 845 \text{ nm}$

3) 考察两列脉冲都没有达到最佳群速色散补偿(过补偿)时锁模方程的数值解, 当 $\beta_1 = \beta_2 = -15 \times 10^2 \text{ fs}^2/\text{m}$ 时, 中心波长为 λ_1 的脉冲和中心波长为 λ_2 的脉冲在腔内往返振荡, 获得增益并且脉宽被压缩, 最终发展成为稳定的锁模脉冲, 由于群速弥散没有得到最佳补偿, 因此两列脉冲的脉宽都较宽, 脉宽分别为 200 fs 和 240 fs, 如图 3 所示。

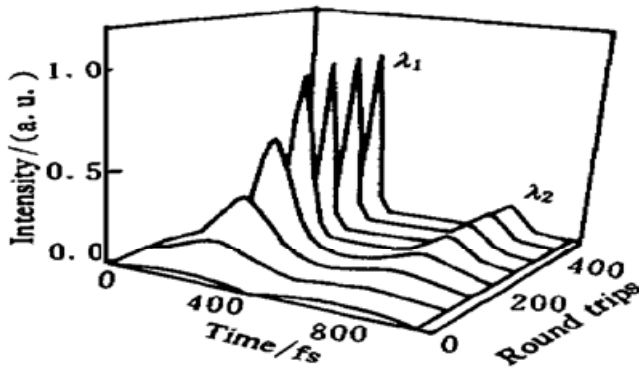


Fig. 2 Numerical solution to the equations with $\beta_1 = -600 \text{ fs}^2/\text{m}$, $\beta_2 = -500 \text{ fs}^2/\text{m}$

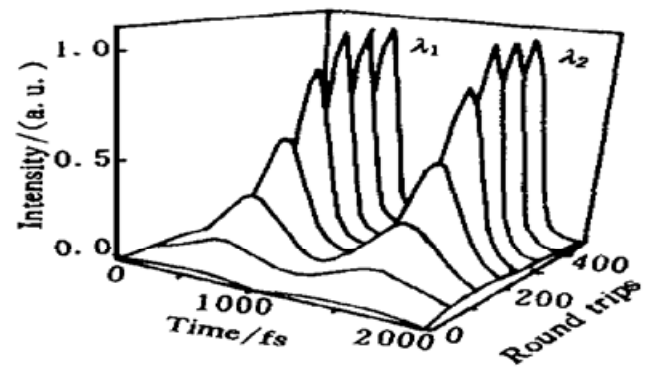


Fig. 3 Numerical solution to the equations with $\beta_1 = \beta_2 = -15 \times 10^2 \text{ fs}^2/\text{m}$

4) 考察两列脉冲都达到最佳群速弥散补偿时, 由于增益的不同而引起的变化。当 $\beta_1 = -600 \text{ fs}^2/\text{m}$, $\beta_2 = -500 \text{ fs}^2/\text{m}$, 中心波长为 λ_2 的脉冲的增益是中心波长为 λ_1 的脉冲的 70% 时, 中心波长为 λ_1 的脉冲得到最佳的色散补偿, 能形成稳定的锁模脉冲, 脉宽仍为 39 fs; 中心波长为 λ_2 的脉冲增益小于中心波长为 λ_1 的脉冲, 由于和第一列脉冲模式之间存在激烈的增益竞争, 中心波长为 λ_2 的脉冲不能发展成为高数值、窄脉宽的锁模脉冲, 峰值约为第一列脉冲的 16%, 脉宽约为 106 fs, 如图 4 所示。

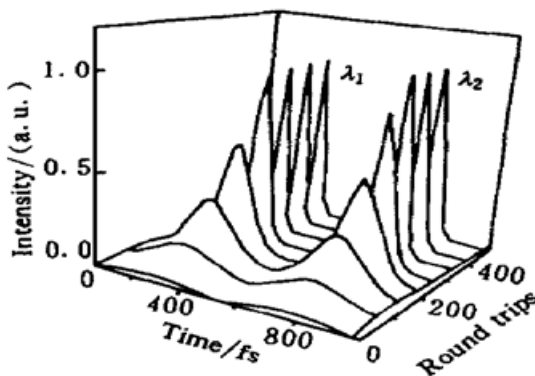


Fig. 4 Numerical solution to the equations with $\beta_1 = -600 \text{ fs}^2/\text{m}$, $\beta_2 = -500 \text{ fs}^2/\text{m}$

这一结果表明, 在双波长飞秒激光器中, 如果其中一列脉冲回路的增益远小于另一列, 它将由于增益竞争而得不到足够的增益, 脉冲压缩效应变得很弱, 脉宽相对来说, 就比较宽, 幅度也较低, 使交叉锁模变得不稳定。这一点在实验中得到了证实^[13]。

本文采用有限差分方法, 对双波长飞秒激光器的锁模方程进行了数值求解, 得到了不同参数下交叉锁模脉冲的动力学行为。理论分析与实验证明, 在双光束运转的激光谐振腔内, 由连续运转状态发展成为交叉锁模状态, 初始脉冲受到群速色散、自相位调制、交叉耦合、增益放大以及损耗调制的作用。同时在激光介质内进行交叉锁模, 存在着激烈的增益竞争,

只有平衡双光束之间的增益竞争, 补偿腔内群速色散, 才能获得最佳的双波长飞秒激光器运转。理论计算的结果对多波长飞秒激光器运转有一定的参考价值和指导意义。

感谢西北大学数学系刘国良教授、西安交通大学理学院李开泰教授的热情帮助, 并感谢杨建军同学、孙永道同学以及张帆同学的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] Evans J M, Spence D E, Burns D *et al.*. Dual-wavelength self-mode-locked Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(13): 1074~ 1076
- [2] De Barros M R X, Becker P C. Bi-wavelength operation of a short-pulse Ti:sapphire laser. *Proc. SPIE*, 1994, **2116**: 37~ 46
- [3] Zhang Zhigang, Yagi Takashi. Dual-wavelength synchronous operation of a mode-locked Ti:sapphire laser based on self-spectrum splitting. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(24): 2126~ 2128
- [4] De Barros M R X, Becker P C. Two color synchronously mode-locked femtosecond Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(8): 631~ 633
- [5] Wang Shuicai, Xiao Dong, Yang Jianjun *et al.*. Sub-10 femtosecond jitter tunable multi-wavelength Ti:sapphire laser. *Proc. SPIE*, 1997, **2869**: 527~ 532
- [6] 王水才, 肖东, 杨建军等. 双色交叉锁模钛宝石飞秒激光器. *激光技术*, 1996, **20**(6): 321~ 323
- [7] 王水才, 肖东, 杨建军等. 多波长可调谐 Ti:Al₂O₃ 飞秒激光器的研究. *中国激光(A)*, 1996, **23**(4): 295~ 299
- [8] Dykaar D R, Darack S B. Sticky pulse: two-color cross-mode-locked femtosecond operation of a single Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(8): 634~ 636
- [9] Dykaar D R, Darack S B, Knox W H. Cross locking dynamics in a two-color mode-locked Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(14): 1058~ 1060
- [10] Leitenstorfer A, Furst C, Laubereau A. Widely tunable two-color mode-locked Ti:sapphire laser with pulse jitter less than 2 fs. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(8): 916~ 918
- [11] Xiao Dong, Wang Shuicai, Yang Jianjun *et al.*. Studies on three-wavelength characteristics of a femtosecond Ti:sapphire laser. *Proc. SPIE*, 1997, **2869**: 533~ 539
- [12] 朱长军, 王水才, 肖东. 双波长飞秒激光器的量子理论研究. *光子学报*, 1998, **27**(1): 1~ 6
- [13] 朱长军, 王水才, 肖东. 双腔双波长交叉锁模钛宝石飞秒激光器的研究. *光子学报*, 1998, **27**(2): 100~ 102

Numerical Analysis of Dynamic Characteristic of Dual-Wavelength Femtosecond Lasers

Zhu Changjun Wang Shuicai He Junfang Xiao Dong

(State Key Laboratory of Transient Optics Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068)

(Received 16 March 1998; revised 27 May 1998)

Abstract Numerical method is used to study dynamic characteristics of dual-wavelength femtosecond lasers and finite difference is used to solve cross mode-locking equations. The results show that two trains of mode-locking pulses interact in two-beam laser cavity and under specific condition, i. e., group velocity dispersion, self-phase modulation, cross coupling, gain amplification and loss are balanced, laser can be cross mode-locked, so cross mode-locking femtosecond pulses can be generated.

Key words dual-wavelength, femtosecond laser, dynamic characteristics, numerical analysis.