第 19 卷　第 7 期
1999 年 7 月

光　学　学　报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 19, No. 7
July, 1999

量子微腔中原子大质心动量转移问题

张　力　王　成　孙昌璞　李延敏
(东北师范大学物理系, 长春 130024)

摘　要　讨论了双模量子环型微腔中二能级原子与腔场相互作用的动力学问题, 分析了量子微腔的双模腔场和原子质心交换动量的过程。通过控制双模光场的光子数, 得到了原子质心运动可同时吸收或发射多个光子的结论。从而可以实现较大的原子质心动量转移过程, 使原子分束效应更为显著。

关键词　原子质心动量转移,　双模量子腔场,　腔体量子电动力学。

1　引　　言

伴随原子光学技术令人瞩目的发展, 现已实现了利用量子微腔中的电磁场对原子行为进行人为控制[1]。通过原子与腔场相互作用以实现原子质心动量的分立化转移以达到原子分束目的[2]。由于这一技术在如"原子干涉仪"等许多方面已得到应用[3], 使得这方面的理论研究成为前沿课题热点之一[4]。目前的理论研究多集中于研究单模腔场与三能级原子相互作用, 粒子数经由暗态在两激发态之间转化从而实现原子动量分立化转移[5]。此种方法的局限是原子质心动量完成一次转移只能吸收或发射一个光子的动量, 这对于需要大的原子质心动量转移的情况是不适宜的。基于此目的, 本文讨论了双模量子腔场与二能级原子的相互作用的动力学问题, 分析了双模腔场与原子质心交换动量以实现大的原子质心动量转移的过程。

2　理论模型

考虑频率分别为 ω_1、ω_2 的双模量子化环型微腔场与能级差为 $\hbar\omega_a$ 的二能级原子的相互作用, 体系的哈密顿量可写为:

$$H = P^2/2M + H_0 + H_1 \tag{1}$$

式中 P 表示体系的动量, M 表示体系的质量,

$$H_0 = \hbar\omega_a|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_1 a_1^{+} a_1 + \hbar\omega_2 a_2^{+} a_2 \tag{2}$$

$$\begin{aligned} H_1 = {} & [\hbar\Omega_1 \exp(-\mathrm{i}k_1x)]a_1|e\rangle\langle g| + [\hbar\Omega_2 \exp(\mathrm{i}k_2x)]a_2|e\rangle\langle g| + \\ & [\hbar\Omega_1 \exp(\mathrm{i}k_1x)]a_1^{+}|g\rangle\langle e| + [\hbar\Omega_2 \exp(-\mathrm{i}k_2x)]a_2^{+}|g\rangle\langle e| \end{aligned} \tag{3}$$

其中 a_1^{+}、a_1 和 a_2^{+}、a_2 分别为双模腔场的产生、湮没算符; k_1、k_2 分别为双模腔场 ω_1、ω_2 的波矢; $|e\rangle$、$|g\rangle$ 分别为原子的激发态和基态; Ω_1、Ω_2 分别为原子和双模腔场 ω_1、ω_2 的电偶极耦

收稿日期: 1997-12-22; 收到修改稿日期: 1998-06-12

合系数。为讨论方便，引入幺正算符

$$W = \exp[-\mathrm{i}(a_1^+ a_1 k_1 x - a_2^+ a_2 k_2 x)] \tag{4}$$

所定义的表象变换。在此变换下，原哈密顿量的各项皆有其相应的变换项

$$\left.\begin{aligned} &W(P^2/2M)W^+ = (1/2M)[P + \bar{h} k_1 a_1^+ a_1 - \bar{h} k_1 a_1^+ a_1]^2 \\ &H_0' = W H_0 W^+ = H_0 \\ &H_1' = W H_1 W^+ = \bar{h}\Omega[(a_1\cos\theta + a_2 \sin\theta A)|e\rangle\langle g| + (a^+\cos\theta + a_2^+\sin\theta)|g\rangle\langle e|] \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

其中

$$\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}, \qquad \tan\theta = \Omega_2/\Omega_1 \tag{6}$$

从而总的哈密顿量在么正变换后为

$$H_{\text{eff}} = W H W^+ = \frac{P^2}{2M} + \frac{\bar{h}^2}{2M}(k_1 a_1^+ a_1 - k_2 a_2^+ a_2)^2 + \bar{h}(\omega_1 + v_p k_1)a_1^+ a_1 +$$

$$\bar{h}(\omega_2 - v_p k_2)a_2^+ a_2 + \bar{h}\omega_a |e\rangle\langle e| + H_1' \tag{7}$$

其中

$$v_p = P/M \tag{8}$$

是原子质心速度算符，在匀速运动时取为常数。为计算方便，忽略光子反弹项[即(7)式中的二次项]。为实现“暗原子”机制，定义“选择定则”:

$$\omega_1 + v_p k_1 = \omega, \qquad \omega_2 - v_p k_2 = \omega \tag{9}$$

即:

$$\omega_1 - \epsilon_2 = - v_p(k_1 + k_2). \tag{10}$$

则哈密顿量为

$$H_{\text{eff}} = P^2/2M + \bar{h}\omega(a_1^+ a_1 + a_2^+ a_2) + \bar{h}\omega_a|e\rangle\langle e| +$$

$$\bar{h}\Omega[(a_1\cos\theta + a_2\sin\theta)|e\rangle\langle g| + (a_1^+\cos\theta + a_2^+\sin\theta)|g\rangle\langle e| \tag{11}$$

将产生一种特殊的暗态。为更清楚的表示这一点，在此处引入两个新的湮没算符 α_1、α_2，使

$$\alpha_1 = a_1\cos\theta + a_2\sin\theta, \qquad \alpha_2 = - a_1\sin\theta + a_2\cos\theta \tag{12}$$

则有

$$[\alpha_i, \alpha_j^+] = \delta_{ij}, \qquad (i \neq j) \tag{13}$$

由此得到体系有效哈密顿量形式为

$$H_{\text{eff}} = P^2/2M + \bar{h}\omega_a|e\rangle\langle e| + \bar{h}\omega\alpha_1^+\alpha_1 + \bar{h}\omega\alpha_2^+\alpha_2 + \bar{h}\Omega(|g\rangle\langle e|\alpha_1^+ + |e\rangle\langle g|\alpha_1) \tag{14}$$

注意到有效模式 α_2 和 α_2^+ 与原子没有耦合，从而导致模型的精确解。

3　原子质心的动量转移

下面把体系的有效哈密顿量分成两部分:

$$H_{\text{eff}} = H_{\text{eff0}} + H_{\text{eff}}' \tag{15}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} &H_{\text{eff0}} = P^2/2M + \bar{h}\omega a_2^+ \alpha_2 \\ &H_{\text{eff}}' = \bar{h}\omega_a|e\rangle\langle e| + \bar{h}\omega\alpha_1^+\alpha_1 + \bar{h}\Omega(|g\rangle\langle e|\alpha_1^+ + |e\rangle\langle g|\alpha_1) \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

首先求 H_{eff0} 的能量本征值及波函数。显然 H_{eff0} 的本征函数为复合态为

$$\left.\begin{aligned} &|\Psi_{en}'\rangle = |e, n\rangle = |e\rangle \otimes \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle \otimes |p\rangle, \\ &|\Psi_{gn}'\rangle = |g, n\rangle = |g\rangle \otimes \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle \otimes |p\rangle \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

相应的能量本征值为

$$E'_{en} = \bar{h}\,\omega n + \bar{h}\,\omega_a, \qquad E'_{gn} = \bar{h}\,\omega n \tag{18}$$

然后求 $H'_{\rm eff}$ 的本征函数。可以看出，$H'_{\rm eff}$ 相当于旋转波近似下反映二能级原子与单模腔场相互作用的 Jynes-Cumming(J-C) 模型的哈密顿量[2, 5]。其能量本征函数为

$$\left.\begin{aligned}|\chi'_+(n)\rangle &= \cos(\theta_n/2)|g, n+1\rangle + \sin(\theta_n/2)|e, n\rangle\\ |\chi'_-(n)\rangle &= -\sin(\theta_n/2)|g, n+1\rangle + \cos(\theta_n/2)|e, n\rangle\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

其中
$$\tan(\theta_n/2) = 2\Omega\sqrt{n+1}/\Delta, \qquad \Delta = \omega - \omega_a \tag{20}$$

相应的能量本征值为

$$E_{n\pm}(n) = (n+1/2)\bar{h}\,\omega + \bar{h}\,\omega_a/2 \pm \bar{h}\,[\Delta^2/4 + \Omega^2(n+1)]^{1/2} \tag{21}$$

已知了有效哈密顿量 $H_{\rm eff}$ 的能量本征函数后，可通过么正变换的逆变换求出体系的哈密顿量的本征函数

$$|\Psi_{en}\rangle = W^+|\Psi'_{en}\rangle = \sum_m(-)^m\frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n-m)!}}\sin^m\theta\cos^{n-m}\theta|e, m, n-m, p+m\bar{h}\,k_1-(n-m)\bar{h}\,k_2\rangle \tag{22}$$

$$|\Psi_{gn}\rangle = W^+|\Psi'_{gn}\rangle = \sum_m(-)^m\frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n-m)!}}\sin^m\theta\cos^{n-m}\theta|g, m, n-m, p+m\bar{h}\,k_1-(n-m)\bar{h}\,k_2\rangle \tag{23}$$

相应的能量本征函数为

$$E_{en} = \bar{h}\,\omega n + \bar{h}\,\omega_a, \qquad E_{gn} = n\bar{h}\,\omega \tag{24}$$

而

$$\begin{aligned}|\chi_+(n)\rangle = W^+|\chi'_+(n)\rangle &= \sum_m(-)^m\frac{\sqrt{(n+1)!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n+1-m)!}}\times\\ &\cos\frac{\theta_n}{2}\sin^m\theta\cos^{n-m+1}\theta|g, m, n+1-m, p+m\bar{h}\,k_1+m\bar{h}\,k_2-(n+1)\bar{h}\,k_2\rangle+\\ &\sum_m(-1)^m\frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n-m)!}}\sin\frac{\theta_n}{2}\sin^m\theta\cos^{n-m}\theta|e, m, n-m, p+m\bar{h}\,k_1+m\bar{h}\,k_2-n\bar{h}\,k_2\rangle\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}|\chi_-(n)\rangle = W^+|\chi'_-(n)\rangle &= -\sum_m(-1)^m\frac{\sqrt{(n+1)!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n+1-m)!}}\times\\ &\sin\frac{\theta_n}{2}\sin^m\theta\cos^{n-m+1}\theta|g, m, n+1-m, p+m\bar{h}\,k_1+m\bar{h}\,k_2-(n+1)\bar{h}\,k_2\rangle+\\ &\sum_m(-)^m\frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{m!}\sqrt{(n-m)!}}\cos\frac{\theta_n}{2}\sin^m\theta\cos^{n-m}\theta|e, m, n-m, p+m\bar{h}\,k_1+m\bar{h}\,k_2-n\bar{h}\,k_2\rangle\end{aligned} \tag{26}$$

体系哈密顿量总的本征函数为

$$\left.\begin{aligned}|\Psi_1\rangle &= |\Psi_{en}\rangle\otimes|\chi_+(n)\rangle, \qquad |\Psi_2\rangle = |\Psi_{en}\rangle\otimes|\chi_-(n)\rangle\\ |\Psi_3\rangle &= |\Psi_{gn}\rangle\otimes|\chi_+(n)\rangle, \qquad |\Psi_4\rangle = |\Psi_{gn}\rangle\otimes|\chi_-(n)\rangle\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

相应的能量本征值为

$$
\left.\begin{aligned}
E_{1,2}(n) &= (2n+1)\hbar\omega + 3\hbar\omega_0/2 \pm \hbar\left[\Delta^2/4 + \Omega^2(n+1)\right]^{1/2} \\
E_{3,4}(n) &= (2n+1)\hbar\omega + \hbar\omega_0/2 \pm \hbar\left[\Delta^2/4 + \Omega^2(n+1)\right]^{1/2}
\end{aligned}\right\} \tag{28}
$$

从(27)式给出的双模量子腔场与双原子的相互作用的本征函数可以看出，完成二能级原子和双模腔场交换动量可吸收或发射多个光子以完成质心动量的分立化转移。在此过程中，质心的动量改变量正比于 $m\hbar k_1 - (n-m)\hbar k_2 = m\hbar(k_1+k_2) - n\hbar k_2$，如果可人为控制双模腔场的光子数，将会使原子有大的质心动量转移，使原子的分束效应更为显著而具有实用性。

结　论　本文通过分析双模量子环型微腔中二能级原子与腔场相互作用的动力学过程，给出了体系哈密顿量本征函数；指出了双模量子腔场和原子质心交换动量过程中可吸收或发射多个光子的特点，且由此可引起大的原子质心动量转移。这将使与原子分束有关的现象更加显著，并使利用原子分束原理制成的仪器更为精确。

参　考　文　献

[1] Miesner H J, Brune M, Raimond J M. Laser light can cool particle beams in 3 dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(4): 623~630

[2] 张　力, 王　成, 孙昌璞. 量子微腔中三能级原子准绝热动力学过程的研究. 中国科学(A 辑), 1996, **26**(6): 543~549

[3] Weitz M, Young B C, Chu S. Atomic interferometer based on adiabatic population transfer. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(19): 2563~2569

[4] Sun C P. Born-Oppenheimer approximation of quantized cavity-atom system and localization control of atomic tunneling. *Science in China (Series A)*, 1995 **38**(2): 227~236

[5] 王　成, 张　力, 孙昌璞. 量子微腔中原子俘获的绝热微扰分析. 光学学报, 1996, **16**(4): 385~388

Large Translation of Atomic Mass Center Momentum in Quantum Micro-Cavity

Zhang Li　　Wang Cheng　　Sun Changpu　　Li Yanmin

(*Physics Department, Northeast Normal University, Changchun* 130024)

(Received 22 December 1997; revised 12 June 1998)

Abstract　The dynamic problem of interaction between a 2-level atom and double modes field is analyzed. It dealt with the process of exchange of momentum between the field and the atom. More photons could be absorbed or emitted when number of photons is controlled. Thus large translation of atomic mass center momentum is realized.

Key words　translation of atomic mass center momentum,　double mode cavity field,　cavity quantun electrodynamics.