

非简谐性离子晶格在光场中的能谱 ——动态斯塔克效应*

欧 发

(华南理工大学应用物理系, 广州 510641)

何明高 吴福根

(广东工业大学数理系, 广州 510090)

摘 要 以文献[5]在偶极近似与旋转波近似下导出的哈密顿算符(Hamiltonian)为基础, 并以单模光频支声子与单模光场构成的共振耦合系统为简化模型, 取得该耦合系统相互作用能谱的较严格的解析解, 同时还发现一种起源于声子-声子耦合的真空(能级)平移效应。可以预期, 本文所研究的能谱将是有关晶体物质结构的又一种信息源。

关键词 能谱, 非简谐性, 离子晶格, 光场。

1 引 言

近年来, 作者通过光场与玻色(boson)元激发之间的非线性耦合, 描述了增强吸收型光学双稳性的机制^[1], 提出了新的激光模型^[2~4], 并阐明了基于这种光与物质相互作用的光脉冲传播特征, 导出相应的“面积定理”^[5]。玻色元激发是一种物质存在形式, 其典型事例为非简谐性离子晶格中的声子^[6~8]。所谓非简谐性是指晶格作非线性振动。晶格振动可以分解为两部分: 1) 元胞的整体运动, 它的量子化形成声频支声子; 2) 元胞内原子之间的相对运动——光频支声子, 对于离子晶体这种运动就是正、负离子之间相对位移(电极化)的变动。显然, 离子晶体中的光频支声子与作为电磁波的光场之间相互作用比起声频支要强。当然, 耦合的强弱还与两者频率有关, 频率相近或共振的情况下相互作用最强。本文所要研究的能谱就是指频率相近的单模光频支声子与单模光子所构成的系统(简称本征系统)的能谱。当然, 对于非线性晶格, 还应考虑到声子-声子的共振耦合, 它同样要影响系统的能谱结构。声子或光子与离共振较远光频支声子模式的耦合较弱, 如果有必要考虑的话, 可纳入本征系统与热库之间的耦合。本文的目标是求本征系统的能谱, 可暂不考虑热库的作用。

下面将阐明声子(晶格的集体激发)与光场的相互作用将导致系统的能级分裂, 犹如原子在静电场中的能级分裂——斯塔克效应, 亦可看成是一种动态斯塔克效应。

* 国家自然科学基金资助项目(批准号 69678003)。

收稿日期: 1997-12-08; 收到修改稿日期: 1998-05-21

2 哈密顿算符与运动方程

令 a^+ 、 a 与 $\omega_a(b^+$ 、 b 与 $\omega_b)$ 依次为本征系统中的光子(声子)产生、湮灭算符与圆频率。则系统的哈密顿算符的自由部分为

$$H_0 = \hbar \omega_a a^+ a + \hbar \omega_b b^+ b \quad (1)$$

曾在文献[5]中取偶极近似与旋转波近似, 导出该系统的相互作用哈密顿为(下式中的 I 也可以看成为 $\hbar = 1$ 单位制的相互作用哈密顿算符)^[5]:

$$H^- \equiv \hbar I = \hbar g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2}) + i\hbar g[ab^+(1 + \lambda b^+ b) - a^+(1 + \lambda b^+ b)b] \quad (2)$$

其中 $\hbar g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2})$ 为声子之间的耦合项(这是晶格非简谐性, 或非线性的特征之一), g_b 为其耦合常数(实数); $i\hbar g[ab^+(1 + \lambda b^+ b) - a^+(1 + \lambda b^+ b)b]$ 则为光子-声子耦合项: g 代表线性耦合常数, 而 λg 则为光子与声子的非线性耦合(也是由晶格的非简谐性引起)常数。 (a^+, a) 与 (b^+, b) 均遵从玻色对易关系:

$$[b, b^+] = 1, \quad [a, a^+] = 1 \quad (3)$$

(1)式、(2)式中 $a^+ a$ 与 $b^+ b$ 分别为光子数算符 N_a 与声子数算符 N_b ,

$$N_a = a^+ a, \quad N_b = b^+ b \quad (4)$$

不难根据本征系统总哈密顿 H ,

$$H = H_0 + H^- \quad (5)$$

得海森堡(Hiesenberg)运动方程:

$$\dot{a} = \frac{1}{i\hbar}[a, H] = -i\omega_a a - g(1 + \lambda N_b)b, \quad (a^\circ = \frac{da}{dt}) \quad (6)$$

$$\dot{a}^* = i\omega_a a^* - gb^+(1 + \lambda N_b) \quad (7)$$

$$\dot{b} = \frac{1}{i\hbar}[b, H] = -i(\omega_b + 4g_b)b - 4ig_b N_b b + g[(1 + 2\lambda N_b)a - b^2 a^+] \quad (8)$$

$$\dot{b}^* = i(\omega_b + 4g_b)b^* + 4ig_b b^* N_b + g[(1 + 2\lambda N_b)a^* - b^{+2}a] \quad (9)$$

$$N_a^\circ = \frac{1}{i\hbar}[N_a, H] = -g[ab^+(1 + \lambda N_b) + a^+(1 + \lambda N_b)b] \quad (10)$$

$$N_b^\circ = \frac{1}{i\hbar}[N_b, H] = g[ab^+(1 + \lambda N_b) + a^+(1 + \lambda N_b)b] \quad (11)$$

不难验证, 根据 $N_a^\circ = \dot{a}^* a + a^* \dot{a}$ 以及 $N_b^\circ = \dot{b}^* b + b^* \dot{b}$, 由(6)~(9)式同样可以得到(10)式与(11)式。由(10)式与(11)式可见, 由于光子与声子之间相互作用($g \neq 0$), 使得 N_a 与 N_b 都不是守恒量($N_a^\circ \neq 0, N_b^\circ \neq 0$), 但是,

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{i\hbar}[N, H] = 0, \quad (N = N_a + N_b, H = H_0 + H^-) \quad (12)$$

这就说明系统的光子数 N_a 与声子数 N_b 的总和 N 是一个守恒量, 这完全是可以理解的。声子是声场(晶格振动)的元激发, 犹如光子是光场(电磁振动)的元激发。晶格(作为单模的正则振动)与单模光场, 由于内部相互作用, 两者可以交换能量, 故各自的激发数 N_b 与 N_a 不是守恒量。在单模声子与单模光子构成的系统近似当成孤立系统时(即没有考虑各自与环境——热库之间的耦合), N_a 之‘长’必以 N_b 之‘消’为代价, 因而激发总数不变。一种二能级原子与单模光场构成的本征系统(Janynes-Cummings 模型), 与此类似的守恒量是光子数与原子激发数之和^[9]。由于

$$H = H_0 + H^-, \quad \text{且} \quad [N, H_0] = 0 \quad (13)$$

N 不仅与 H 可对易, 而且与 H^- 也可对易, 即有

$$[N, H] = 0, \quad \text{即} \quad [N, I] = 0 \quad (14)$$

这样, N 与 H (或 N 与 I) 就存在公共的本征态。

3 相互作用能的本征值谱

下面解此公共本征态以及相应的 N 与 H^- 的本征值谱。令 n 、 n_a 与 n_b 依次为 N 、 N_a 与 N_b 的本征值, 相应的本征态为 $|n\rangle$ 、 $|n_a\rangle$ 与 $|n_b\rangle$:

$$N|n\rangle = n|n\rangle, \quad (15)$$

$$\text{即} \quad (N_a + N_b)|n\rangle = n|n\rangle$$

$$\text{而} \quad N_a|n_a\rangle = n_a|n_a\rangle, \quad N_b|n_b\rangle = n_b|n_b\rangle \quad (16)$$

$$\text{因为} \quad N|n\rangle = (N_a + N_b)|n_a\rangle|n_b\rangle = n_a|n_a\rangle|n_b\rangle + n_b|n_a\rangle|n_b\rangle = (n_a + n_b)|n\rangle \quad (17)$$

$$\text{只要} \quad n_a + n_b = n \quad (18)$$

故 $|n\rangle$ 可以表达成 $|n_a\rangle$ 与 $|n_b\rangle$ 的直积。为使符号简化, 令 $n_b \equiv r$,

$$\text{则} \quad n_a = n - r, \quad \text{相应} \quad |n\rangle = |r\rangle|n - r\rangle, \quad r = 0, 1, \dots, n \quad (19)$$

(19) 式说明, 具有确定本征值 n 的本征态, 具有 $(n + 1)$ 的简并度。这 $(n + 1)$ 个简并的本征态系 $\{|r\rangle|n - r\rangle\} (r = 0, 1, \dots, n)$ 具有完备性, 因此, 在一般情况下, $|n\rangle$ 应表达成它的线性叠加:

$$|n\rangle = \sum_{r=0}^n C_r |r, n - r\rangle, \quad |r, n - r\rangle \equiv |r\rangle|n - r\rangle \quad (20)$$

显然, 并非任一种 N 的本征态 $|n\rangle$ 都是 N 与 I 的公共本征态, 例如 $|n\rangle = |r, n - r\rangle \equiv |n_b\rangle|n_a\rangle$ 就不是, 因为

$$\begin{aligned} I|r, n - r\rangle &= \{g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2}) + ig[ab^+(1 + \lambda N_b) - a^+(1 + \lambda N_b)b]\}|r, n - r\rangle = \\ &= 2g_b(r^2 + r + 1)|r, n - r\rangle + \\ &= ig\{(1 + \lambda r)\sqrt{(n - r)(r + 1)}|r + 1, n - r - 1\rangle - \\ &= [1 + \lambda(r - 1)]\sqrt{r(n - r + 1)}|r - 1, n - r + 1\rangle\} \end{aligned} \quad (21)$$

这里第二个等式之右的结果包含了利用以下关系式:

$$b|r, n - r\rangle = \sqrt{r}|r - 1, n - r\rangle, \quad b^+|r, n - r\rangle = \sqrt{r + 1}|r + 1, n - r\rangle \quad (22)$$

$$a|r, n - r\rangle = \sqrt{n - r}|r, n - r - 1\rangle, \quad (23)$$

$$a^+|r, n - r\rangle = \sqrt{n - r + 1}|r, n - r + 1\rangle$$

$$n_b|r, n - r\rangle = r|r, n - r\rangle, \quad N_a|r, n - r\rangle = (n - r)|r, n - r\rangle \quad (24)$$

值得指出, 由于 I 中声子之间相互作用部分,

$$g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2}) = 2g_b(N_b^2 + N_b + 1) \quad (25)$$

与 N_b 可对易, $|r, n - r\rangle$ 恰为 N_b 与 $g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2})$ 公共本征态, 相应本征值为 $2g_b(r^2 + r + 1)$, 即

$$g_b(b^{+2}b^2 + b^2b^{+2})|r, n - r\rangle = 2g_b(r^2 + r + 1)|r, n - r\rangle \quad (26)$$

现设 $|n, \alpha\rangle$ 为 N 与 I 的公共本征态, $\{I_\alpha\}$ 为 I 的本征值谱, 即

$$I|n, \alpha\rangle = I_\alpha|n, \alpha\rangle \quad (27)$$

$$N|n, \alpha\rangle = n|n, \alpha\rangle \quad (28)$$

并将 $|n, \alpha\rangle$ 在 N 的简并本征态系 $\{|r, n-r\rangle\}$ 中展开,

$$|n, \alpha\rangle = \sum_{r=0}^n C_r(\alpha)|r, n-r\rangle \quad (29)$$

展开系数 $C_r(x)$ 可看成本征态矢 $|n, \alpha\rangle$ 沿基矢 $|r, n-r\rangle$ 的分量, 再将 I 表达成以 $\{|r, n-r\rangle\}$ 为基矢的矩阵元 I_{sr} ,

$$I_{sr} \equiv \langle s, n-s|I|r, n-r\rangle \quad (30)$$

据(21)式,

$$I_{sr} = 2g_b(r^2 + r + 1)\delta_{sr} + ig\{(1 + \lambda r)\sqrt{(n-r)(r+1)}\delta_{s, r+1} - [1 + \lambda(r-1)]\sqrt{r(n-r+1)}\delta_{s, r-1}\} \quad (31)$$

利用本征态系 $\{|r, n-r\rangle\}$ (基矢) 的完备性关系式

$$\sum_{s=0}^n |s, n-s\rangle\langle n-s, s| = 1 \quad (\text{单位算符}) \quad (32)$$

以及(29)式与(30)式将本征方程(27)式转化为以 $C_r(\alpha)$ 为未知量的线性方程组,

$$\sum_{r=0}^n I_{qr}C_r(\alpha) = I_\alpha \sum_{r=0}^n C_r(\alpha)\sigma_{qr}. \quad (33)$$

$\{C_r(\alpha)\}$ 的非平凡(不全部为零)解的条件是以下 $(n+1)$ 阶的行列式 Δ_n 为零:

$$\Delta_n = \|I_{qr} - I_\alpha\delta_{qr}\| = 0, \quad q, r = 0, 1, \dots, n; \quad n = 0, 1, \dots, \infty \quad (34)$$

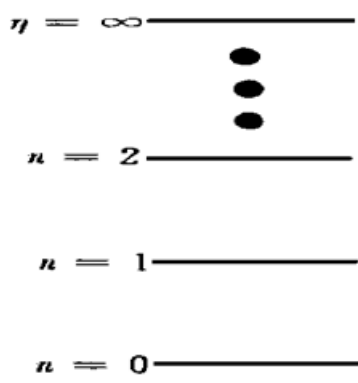
该行列式对角元素为

$$I_{rr} - I_\alpha = 2g_b(r^2 + r + 1) - I_\alpha = 2g_br(r+1) - (I_\alpha - 2g_b) \quad (35)$$

$$\text{并令} \quad T_\alpha = I_\alpha - 2g_b, \quad T_{rr} = 2g_br(r+1) \quad (36)$$

据(33)式可解出 I_α 的本征值谱, 但可直接解 T_α , T_α 与 I_α 不过差一个常数 $2g_b$ 而已. 非对角元素即为矩阵元 I_{sr} 的非对角元素, 据(32)式, 不为零的非对角 I_{sr} 为 $I_{r+1, r}$ 与 $I_{r-1, r}$:

$$\left. \begin{aligned} I_{r+1, r} &= ig(1 + \lambda r)\sqrt{(r+1)(n-r)} \\ I_{r-1, r} &= -ig[1 + \lambda(r-1)]\sqrt{r(n-r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$n = \infty$  具有以上特征的行列式 Δ_n 具有如下简单递推关系:

$$\Delta_{n+1} = \Delta_n(T_{n+1, n+1} - T_\alpha) - \Delta_{n-1}I_{n+1, n}I_{n, n+1}, \quad n = 0, 1, \dots, \infty \quad (38)$$

这里作为本征系统的声子与光子总数 n , 代表系统处于自由状态(内部没有相互作用)的能级, 如图1所示, 当完全共振时, $\omega = \omega_n$

$= \omega$, 以 n 为标志的能量为 $nh\omega$. 但是, 如果计及相互作用, 每个能级发生分裂, 分裂能级正是(34)式 $\Delta_n = 0$ 时, T_α (或 I_α) 的 $n+1$ 个根. 相应地可赋予 I_α 下标 α 以 $n+1$ 个不同序号. 因为 $\Delta_n = 0$ 正好是 T_α 的 $n+1$ 次方程. 原来 $|n\rangle$ 有 $n+1$ 简并度, 相互作用使该简并消除.

Fig. 1 Levels symbolized by the total number n of phonons and photons of the system

4 讨 论

现讨论 $n = 0, 1, 2$ 这三个最低的简并能级: [以下有关非对角 I_{sr} 与 T_{rr} 的结果, 分别参见(31)式、(35) ~ (37)式]

1) $n = 0$, 这是完全真空态, 没有任何光子与声子。

$$\Delta_0 = T_{00} - T_\alpha = 0,$$

其中 $T_{00} = 0$, 则 $T_\alpha = 0$, 即

$$I_\alpha = 2g_b \quad (39)$$

这时 I_α 只有一个根, 虽然 $n = 0$ 能级没有分裂, 但将其向上平移 $2hg_b$ 。这种在声子的真空态, 还会有声子相互作用引起的 $n = 0$ 能级向上平移, 显然是一种经典力学无法理解的量子效应, 暂称为声子相互作用的真空平移。

2) $n = 1$, 这时只有 1 个声子或 1 个光子被激发。当 $g_b = 0$, $T_{11} = T_{00} = 0$

则
$$\Delta_1 = T_\alpha^2 - I_{01}I_{10} = T_\alpha^2 - g^2 = 0, \quad (40)$$

所以 $T_\alpha = T_{\pm 1} = \pm g$, $|n = 1\rangle$ 的简并度为 2, 能级分裂数也是 2。由这个最简单的例子已可以看出能级分裂只取决于以 g 为标志的声子-光子耦合, 而与声子间耦合无关。这完全可以理解, $g_b = 0$, 意味着对角元素 $T_{rr} = 0$, 这不会改变 $\Delta_n = 0$ 方程中 T_α 的最高方次 $n + 1$ 。

$n = 1$ (只有一个粒子被激发: 光子或声子) 的情况, 以 λ 为标志的光子-声子非线性耦合对能级分裂不起作用, 因为在 (40) 式 $\Delta_1 = 0$ 方程中没有 λ 的踪迹, 这是 $n = 1$ 比较特殊之处。下面再考察 g_b 的作用:

当 $g_b \neq 0$,

$$\Delta_1 = -T_\alpha(T_{11} - T_\alpha) - I_{01}I_{10} = T_\alpha^2 - 4g_bT_\alpha - g^2 = 0 \quad (41)$$

$$T_\alpha = 2g_b \pm \sqrt{g^2 + 4g_b^2} \approx 2g_b \pm g(1 + 2g_b^2/g^2), \quad g_b \ll g \quad (42)$$

可见, 声子间耦合 ($g_b \neq 0$) 的作用是使 $g_b = 0$ 时分裂的能级整体平移 $2g_b$, 同时分裂能级之间距离加大 ($\sim 4g_b^2/g$), 如图 2(a) 所示。

3) $n = 2$,

$$\begin{aligned} \Delta_2 = & (-T_\alpha)^3 + (T_{11} + T_{22})(-T_\alpha)^2 + (T_{11}T_{22} - I_{10}I_{01} - I_{21}I_{12})(-T_\alpha) - I_{01}I_{10}T_{22} = \\ & (-T_\alpha)^3 + 16g_b(-T_\alpha)^2 + [4 \times 12g_b^2 - 2g^2 - 2g^2(1 + \lambda^2)](-T_\alpha) - 24g_bg^2 = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

当 $g_b = 0$,

$$T_\alpha\{T_\alpha^2 - 2g^2[1 + (1 + \lambda)^2]\} = 0 \quad (44)$$

有三个根

$$T_\alpha = T_0 = 0, \quad I_{\pm} = \pm \sqrt{2g} \sqrt{1 + (1 + \lambda)^2}, \quad (45)$$

亦即 $n = 2$ 能级的三个分裂能级, 如图 2(b) 所示。当 $g_b \neq 0$, 在 $g_b \ll g$ 的条件下, 可根据 (43)

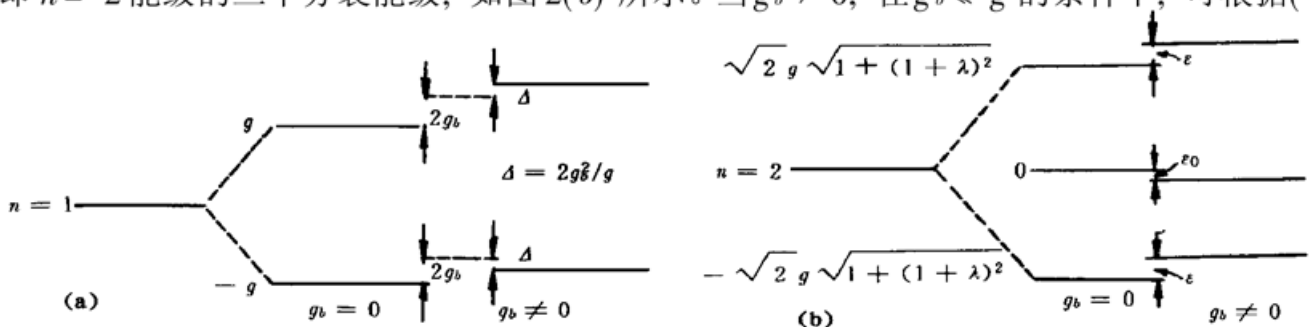


Fig. 2 Splitting of (a) $n = 1$ and (b) $n = 2$ levels with photon-phonon coupling g much greater than phonon-phonon coupling g_b

式求得对 $T_\alpha = 0$, $T_\alpha(g_b = 0) = 0$, I_+ , I_- 的校正值 ϵ_0 , ϵ_\pm 与 ϵ 分别为[参见图 2(b), ϵ_0 与 ϵ_\pm 的解法请参见附录]:

$$\epsilon_0 = -12g_b/[1 + (1 + \lambda)^2], \quad \epsilon_\pm = 2g_b[4 + \frac{3}{1 + (1 + \lambda)^2}] = \epsilon, \quad (46)$$

这又说明声子间耦合 g_b 的作用使分裂了的能级发生移动: I_+ 与 I_- 一起向上平移了 ϵ , 而 $T_\alpha = 0$ 能级则向下移了一个数值 $|\epsilon_0|$ 。

对应每个 n , 最终解出的 $(n + 1)$ 个 I_α 为

$$I_\alpha = T_\alpha + 2g_b, \quad \alpha = (n + 1) \text{ 个序号} \quad (47)$$

$n = 0, 1, \dots$ 的所有分裂能级均存在一个公共的、起因于声子之间耦合的平移 $2g_b$ 。

最后还值得指出, 以上的讨论, 特别是 3) $n = 2$ 情况, 均以声子-光子耦合为主, 而声子-声子耦合为辅, 即 $g \gg g_b$, 在这种情况下, 能级分裂主要决定于前者, 而后者只作为对已分裂能级校正(小的移动)。其实, 也可以考虑完全相反的情况: $g_b \gg g$, 可先近似取 $g = 0$, (37) 式中非对角元素均为零, 这时分裂能谱 I_α 正如(35)式所示就是对角元素

$$I_\alpha = I_{rr} = 2g_b(r^2 + r + 1), \quad \alpha = r = 0, 1, \dots, n \quad (48)$$

$g_b \gg g$ 的情况下再考虑光场的作用, 那同样也属于校正工作了。不论 g 与 g_b 哪个强或弱, $|n\rangle$ 态分裂能级的数目 $(n + 1)$ 总是不变的。

小 结 采用单模光频支声子与单模光子构成的共振耦合系统这样一个简化的模型, 并以文献[5]中在偶极近似与旋转波近似下的哈密顿为基础, 本文研究了处于光场中的非简谐性离子晶格的能谱。由于在自由状态(无相互作用)下系统粒子总数与相互作用哈密顿可对易, 使得我们有可能用解析的方法, 比较严格地解出对应每个粒子总数本征值 n 的相互作用能谱, 该能谱就是通常所说的能级分裂。相互作用包括两部分: 1) 声子与光子之间; 2) 声子与声子之间。若声子与光子的相互作用远强于声子与声子的相互作用, 则能级分裂主要决定于前者, 后者则仅引起分裂能级作微小移动。

声子(晶格的集体激发)与光场相互作用所产生的能级分裂, 可以看成是一种动态斯塔克效应。倘若能在实验上观测到这种能谱, 至少又提供了一种获取反映物质结构信息的手段。

参 考 文 献

- [1] Ou Fa. A dynamical model for the increasing absorption optical bistability. *Z. Phys. (B)*, 1992, **88** (1): 117~ 121
- [2] 欧 发, 魏宝华, 刘翠红. 光场与振子(boson 元激发)的耦合——一种新的激光模型. *中国激光*, 1994, **21**(3): 165~ 171
- [3] Ou Fa, Wei Bao-Hua, Yu K W *et al.*. Mirrorless lasing action via nonlinear interaction between photons and bosons. *J. Phys. -Condens. Matter*, 1996, **8**(17): 2957~ 2965
- [4] 欧 发, 吴福根. 改进了的光场-Boson 元激发非线性耦合的激光模型. *量子电子学报*, 1997, **14**(2): 111~ 117
- [5] 欧 发, 吴福根. 光脉冲在含 boson 元激发的非线性介质中的传播与面积定理. *光学学报*, 1998, **18** (6): 648~ 656
- [6] Ou Fa, Wu Ting-Wan, He Wen-Hua. Anharmonic vibration of ionic crystal and increasing absorption optical bistability. *Proc. SPIE*, 1992, **1726**: 380~ 383
- [7] 欧 发, 魏宝华, 吴庭万. 离子晶格非简谐振动引起的光学非线性与增强吸收型光双稳. *光学学报*,

1995, **15**(10) : 1311~ 1317

- [8] Wei Bao-Hua, Ou Fa, Yu K W *et al.*. Optical nonlinearity of ionic crystals and its increasing absorption optical bistability. *J. Phys. -Condens. Matter*, 1996, **8**(36) : 6695~ 6703
 [9] 郭光灿. 量子光学, 北京: 高等教育出版社, 1990. 266~ 275

附 录 $n = 2$ 能级分裂的校正

现 $g_b \neq 0$, 但设 $g_b \ll g$,

$$a \equiv \sqrt{2g} \sqrt{1 + (1 + \lambda)^2} \gg g_b \quad (\text{A1})$$

则(43)可近似写成

$$x^3 - 16g_b x^2 - a^2 x - 24g_b g^2 = 0, \quad (\text{其中 } x \equiv T_\alpha) \quad (\text{A2})$$

设 x 的三个根为

$$\epsilon_0, \quad a + \epsilon_+, \quad -a + \epsilon_- \quad (\text{A3})$$

也就是说, ϵ_0 、 ϵ_+ 与 ϵ_- 分别是 $g_b = 0$ 时所得三个根 0 与 $\pm a$ 的校正。于是有

$$(x - \epsilon_0)(x - a - \epsilon_+)(x + a - \epsilon_-) = 0 \quad (\text{A4})$$

展开(A4), 并与(A2)比较系数得

$$\begin{aligned} \epsilon_0 + \epsilon_+ + \epsilon_- &= 16g_b, & a(a + \epsilon_+ - \epsilon_-) - \epsilon_0(\epsilon_+ + \epsilon_-) &= a^2, \\ \epsilon_0(a + \epsilon_+) &+ \epsilon_0(a - \epsilon_-) &= -24g_b g^2 \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

由上式的第一式可见, $|\epsilon_0|$ 、 $|\epsilon_+|$ 与 $|\epsilon_-|$ 均与 g_b 为同一量级, 因而它们也就远小于 a , 即 $|\epsilon_0|$ 、 $|\epsilon_+|$ 、 $|\epsilon_-| \ll a$, 相应(A5)之第二式中 $(\epsilon_+ - \epsilon_-)$ 与 $\epsilon_0(\epsilon_+ + \epsilon_-)$ 以及其第三式中的 ϵ_+ 与 ϵ_- 均可近似当成零, 这样, 由(A5)得

$$\epsilon_0 = 12g_b/[1 + (1 + \lambda)^2], \quad \epsilon_+ = \epsilon_- = 2g_b[4 + \frac{3}{1 + (1 + \lambda)^2}] \quad (\text{A6})$$

Energy Spectrum of Anharmonic Ionic-Crystal Lattice in Lightfield —— A Dynamical Stark Effect

Ou Fa

(Department of Applied physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

He Minggao Wu Fugen

(Department of Math and Phys., Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090)

(Received 8 December 1997; revised 21 May 1998)

Abstract On the basis of Hamiltonian derived in the references [5] under the dipole and rotating-wave approximations, the energy spectrum of ionic-crystal lattice vibration anharmonically in lightfield is discussed. The energy level as the total number n of photons and optic phonons with the same mode-frequency splits up into sublevels via the photon-phonon and phonon-phonon coupling, which would be a kind of dynamical (A. C.) Stark effect. We found a purely quantum effect: the $n = 0$ (vacuum) level is shifted by the interaction between phonons themselves. It is expected that spectrum calculated might be another resource of information for crystal structure.

Key words energy spectrum, anharmonicity, ionic-crystal lattice, light field.