

圆偏振光场电离电子能量分布的计算*

陈德应 卢兴发 夏元钦 张彬彬 王 骥
(哈尔滨工业大学光电子技术研究所, 哈尔滨 150001)

摘 要 以准静态隧道电离理论为基础, 建立了描述圆偏振光场电离电子能量分布的简单模型。与现有的理论计算及实验结果比较表明, 该模型数学推导简单、物理意义明显, 可用于研究较高电子温度和(或)较低电子密度的光场电离等离子体参数。

关键词 电子能量分布, 光场电离等离子体, 圆偏振光场。

1 引 言

近年来出现的紧凑型超短脉冲、超高强度激光器为发展台式 X 光激光器提供了理想的驱动源, 使得这一领域的研究十分活跃。其中光场电离(OFI)机制是人们最感兴趣、取得进展最大的一种泵浦方式。在基于光场电离机制的瞬态复合 X 光激光和电子碰撞 X 光激光方案中, 电子能量(或温度)都是一个至关重要的参数。然而, 仅用通常的平均电子能量已不能充分描述远离平衡态的光场电离等离子体, 因为许多微观动力学过程, 如电子碰撞激发、消激发以及三体复合等过程的速率都与电子能量的分布(即电子能谱)密切相关。迄今为止, 人们对线偏振光场电离产生的电子能量分布进行了大量的理论研究^[1~8]和实验测量^[1, 9~11]。而对圆偏振光场电离, 实验上只测量了 He 的电子能谱^[1, 10]。现有的理论研究, 有的需要联合数个复杂的物理模型并借助庞大的数值计算程序^[6~8], 令实验物理学家望而生畏; 有的则仅有计算结果, 却未给出电子能量分布函数的解析表达式^[1, 5, 12, 13], 使人难以理解其物理内涵。

本文试图在准静态隧道电离理论的基础上, 建立一个描述圆偏振光场电离电子能量分布的简单模型, 并将其数值计算结果与现有的理论计算及实验结果比较以给出其适用范围。

2 模 型

2.1 圆偏振光场电离的电子剩余能

准静态隧道电离模型^[1, 3, 14]的主要特征就是引入了一个特定的电离时刻 t_i , 并认为电离后电子具有一经典速度 $\mathbf{v}(t)$, 且满足初始条件 $\mathbf{v}(t_i) = 0$ 。设峰值激光强度为 I_0 , 则峰值电场强度为 $F_0 = 27.5I_0^{1/2}$, 相应的圆偏振激光电场为

$$\mathbf{F}(t) = \frac{F_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \mathbf{e}_x + \frac{F_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t) \mathbf{e}_y \quad (1)$$

* 国家科委 863 高技术项目、国家自然科学基金(69688003)和博士点基金资助项目。

收稿日期: 1997-04-22; 收到修改稿日期: 1998-03-13

电离电子在激光电场作用下的牛顿运动方程为

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e \left[\frac{F_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \mathbf{e}_x + \frac{F_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t) \mathbf{e}_y \right] \quad (2)$$

由此得到电子的运动方程为

$$\begin{cases} v_x = -v_0 \sin(\omega t) + v_{0x} \\ v_y = v_0 \cos(\omega t) + v_{0y} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $v_0 = eF_0/(\sqrt{2}m\omega)$, v_{0x} 和 v_{0y} 可由初始条件 $v_x(t_i) = v_y(t_i) = 0$ 确定, 分别为 $v_{0x} = v_0 \sin(\omega t_i)$ 和 $v_{0y} = -v_0 \cos(\omega t_i)$ 。

相应的电子动能为

$$\frac{1}{2}m \langle v_x^2 \rangle + \frac{1}{2}m \langle v_y^2 \rangle = \frac{e^2 F_0^2}{2m\omega^2} = 2E_q \quad (4)$$

其中 $E_q = e^2 F_0^2/4m\omega^2$ 为电子在激光场中的颤动能(Quiver Energy), 当激光脉冲结束后, 电子要将这份能量返还给激光场。于是单个电子在恒定振幅的圆偏振激光场中的剩余能为

$$E = E_q = e^2 F_0^2/4m\omega^2 \quad (5)$$

即电子被圆偏振激光场电离后将保留一份等于 E_q 的动能。这里需要说明的是, 有些文献中称电子动能等于 $2E_q$, 这就相当于把圆偏振激光场两个分量的光强都当作 I_0 , 因而总的激光强度实际上等于 $2I_0$ 。本文认为这种表示法不甚合理而且容易引起混淆, 故在此作一完整推导以澄清这一概念。

当电离激光为双曲正割型脉冲时, 光强随时间变化关系为

$$I(t) = I_0 \operatorname{sech}^2[1.76(t - t_{\max})/\tau_p] \quad (6)$$

其中 τ_p 为脉冲宽度, t_{\max} 为脉冲达到峰值的时刻。相应的电场为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(t) &= \frac{F_0}{\sqrt{2}} \operatorname{sech} \left[\frac{1.76(t - t_{\max})}{\tau_p} \right] [\cos(\omega t) \mathbf{e}_x + \sin(\omega t) \mathbf{e}_y] = \\ &= \frac{F_0(t)}{\sqrt{2}} [\cos(\omega t) \mathbf{e}_x + \sin(\omega t) \mathbf{e}_y] \end{aligned} \quad (7)$$

这里 $F_0(t) = F_0 \operatorname{sech} [1.76(t - t_{\max})/\tau_p]$ 是脉冲激光场的峰值电场强度。 \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 是 x 、 y 方向的单位矢量。

于是电子剩余能也为随时间变化的量:

$$E(t) = e^2 F_0^2(t)/4m\omega^2 \quad (8)$$

即激光脉冲结束后, 任意时刻 t_i 电离产生的电子, 其剩余能 $E(t) = E(t_i)$ 就由参量 t_i 唯一地确定了。这里激光脉冲 $F_0(t)$ 可以是双曲正割型、高斯型或其它任意时间函数。图 1 中给出了根据式(8) 计算出的 $I_0 = 3 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 140 \text{ fs}$, $\lambda = 800 \text{ nm}$ 时双曲正割型圆偏振光场电离电子剩余能随电离时刻 t_i 的变化曲线。

2.2 圆偏振光场电离的电子能量分布

除了上述准静态电离理论外, 本文的模型还基于如下简化和假设: 1) 在较低电子密度 ($< 10^{19} \text{ cm}^{-3}$) 时, 激光脉冲的持续时间(通常为几十飞秒至小于 500 fs) 短于电子-电子碰撞时间 ($> 1 \text{ ps}$)^[15], 故在计算电子能量分布时忽略了电子-电子碰撞导致的等离子体热化。2) 在

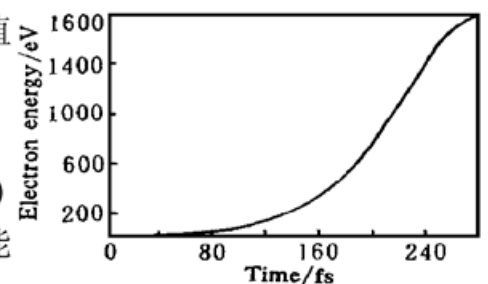


Fig. 1 The calculated time dependent OFI electron residual energy ($I_0 = 3 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 140 \text{ fs}$, $\lambda = 800 \text{ nm}$)

圆偏振激光场中, 电子-离子碰撞也不再重要。这是因为电离后自由电子的经典运动轨迹决定了电子不再回到相对静止的离子附近^[3], 或者电离电子的高颤动能使得电子-离子碰撞截面大大减小。因而源于电子-离子碰撞的逆韧致吸收也被忽略。3) 强场电离后离子的剩余电子具有远远高于激光频率的自然频率, 因而强场交变(ac)场电离速率对激光频率的依赖很弱, 可用准静态(dc)场隧道电离率公式来计算。又因为圆偏振激光电场的总振幅始终保持恒定, 因而其周期平均电离率即为准静态隧道电离率 W_{dc} ^[2]。4) 在圆偏振激光场作用下, 原子的电离通常为逐级电离^[16]。根据三维复杂原子隧道电离模型(即 Ammosov-Delone-Krainov, ADK 模型)^[17], 圆偏振光场电离率公式为

$$W_{dc}[F(t)] = 1.298\omega_b \frac{Z^2}{n_{eff}^4} \left[10.873 \frac{Z^3}{n_{eff}^4} \frac{F_a}{F(t)} \right]^{2n_{eff}-1} \exp \left[-\frac{2}{3} \frac{Z^3}{n_{eff}^3} \frac{F_a}{F(t)} \right] \quad (9)$$

其中 ω_b 和 F_a 分别是原子的频率单位和原子的库仑电场($\omega_b = 4.162 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$, $F_a = 5.142 \times 10^9 \text{ V/cm}$); Z 是电离产生离子的电荷数; $F(t)$ 是激光电场强度值; $n_{eff} = Z/(U_i/U_H)^{1/2}$ 是有效主量子数, U_i 是 $Z-1$ 阶离子的电离能, U_H 是氢原子的电离能($U_H = 13.6 \text{ eV}$)。设电离产生的最高电荷态为 Z_{max} , 电荷态 j 在时刻 t 的相对离子数为 $N_j(t)$, 从电荷态 $j-1$ 到电荷态 j 的电离率为 $W_j[F(t)]$ 。则各电荷态相对集居数随时间的演变规律可由下列一阶耦合微分方程组给出

$$\begin{cases} N_0(t) = -W_1[F(t)]N_0(t) \\ \dots\dots \\ N_j(t) = W_j[F(t)]N_{j-1}(t) - W_{j+1}[F(t)]N_j(t) \\ \dots\dots \\ N_{Z_{max}}(t) = W_{Z_{max}}[F(t)]N_{Z_{max}-1}(t) \\ \sum_{j=0}^{Z_{max}} N_j(t) = 1 \end{cases} \quad (10)$$

设时刻 t 发生的各阶电离所产生的归一化总电子数为 $n(t)$, 时刻 t 电离电子的剩余能为 $E(t)$, 则改变电离时刻 $t(0 \sim t_{max})$ 计算出 $dn(t)/dE(t) \sim E(t)$ 曲线, 即得出电离后电子的初始能量分布。下面推导 $dn(t)/dE(t)$ 的解析表达式。由于

$$\frac{dn(t)}{dE(t)} = \frac{dn(t)}{dt} \bigg/ \frac{dE(t)}{dt} \quad (11)$$

由(9)式和(8)式可得 $n(t)$ 和 $E(t)$ 的变化率为

$$\frac{dn(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{Z_{max}} W_j[F(t)]N_{j-1}(t) \quad (12)$$

$$\text{和} \quad \frac{dE(t)}{dt} = \frac{3.52}{\tau_p} E(t) \tanh \left[\frac{1.76(t_{max} - t)}{\tau_p} \right] \quad (13)$$

式中 $\tanh()$ 为双曲正切函数。将式(11)和式(12)代入式(10), 可得

$$\frac{dn(t)}{dE(t)} = 0.284 \frac{\sum_{j=1}^8 W_j[F(t)]\tau_p N_{j-1}(t)}{E(t) \tanh [1.76(t_{max} - t)/\tau_p]} \quad (14)$$

可见, 电子能量分布与原子种类(决定电离率)、峰值光强(决定电子剩余能)以及脉冲形状等因素有关。将上述模型编成简单的数值计算程序, 用(6)~(9)式求 $E(t)$ 和 $W_j[F(t)]$, 用四阶龙格-库塔法数值求解微分方程组(10)得到 $N_j(t)$, 最终由(14)式计算出 $dn(t)/dE(t)$ 。

3 计算结果及讨论

本工作对文献[10]和文献[8]中的光场电离 He 等离子体进行了计算。图 2 中给出了 $I_0 = 6 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 180 \text{ fs}$, $\lambda = 820 \text{ nm}$ 的圆偏振激光脉冲在低密度 He(离子密度 $n_i = 7 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$) 中产生的光场电离电子能谱计算结果。根据一维准经典库仑势垒压制电离(Barrier-Suppression Ionization, BSI)模型^[18]可计算出 He 的二阶电离阈值光强为 $I_{th} = 9 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$, 而 $I_0 < I_{th}$, 故图中的单峰电子分布是 He 的一阶电离产生的。能谱的峰值位于 $E_{\text{peak}}^{(1)} = 52.3 \text{ eV}$, 而文献[10]图 2 中测量的峰值位于 $E_{\text{peak}}^{(2)} = 62 \text{ eV}$ 。此外, 文献[13]和文献[5]中计算的峰值分别为 $E_{\text{peak}}^{(3)} = 80 \text{ eV}$ 和 $E_{\text{peak}}^{(4)} = 105 \text{ eV}$ 。可见, 本文的计算结果与实验结果的符合程度优于 Corkum^[13]的模型和 Lerner 等人^[5]的模型, 但与实验结果仍有偏差。作者认为这一偏差很可能来源于所采用的准静态隧道电离率公式, 因为文献[10]中采用复杂的非微扰 Keldysh-Faisal-Reiss(KFR)电离理论进行的数值模拟与实验结果相当吻合。

在 $n_i = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 的 He 中, $I_0 = 10^{16} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 160 \text{ fs}$, $\lambda = 616 \text{ nm}$ 的圆偏振光产生的光场电离电子能谱计算结果如图 3 所示。图中的两个峰对应着 He 的两个电离电子, 峰值分别位于 33 eV 和 205 eV, 两峰的相对强度比为 4.38。与文献[8]中图 1 比较, 两者的形状相似, 但后者两峰分别位于 $\sim 100 \text{ eV}$ 和 $\sim 340 \text{ eV}$, 相对强度比约为 4.3。本文认为, 造成图 3 中较冷电子能量分布的主要原因是计算中忽略了逆韧致吸收加热。可用无碰撞参数 $N_D = 1.7 \times 10^9 (T_e^3/n_e)^{1/2}$ ^[19] 来判断无碰撞假设的有效性, $N_D \rightarrow \infty$ 时为无碰撞极限。在图 2 和图 3 的两个例子中, N_D 值分别约为 3×10^7 和 1200, 因而后者的计算结果与包括了逆韧致吸收加热的模型偏差较大。

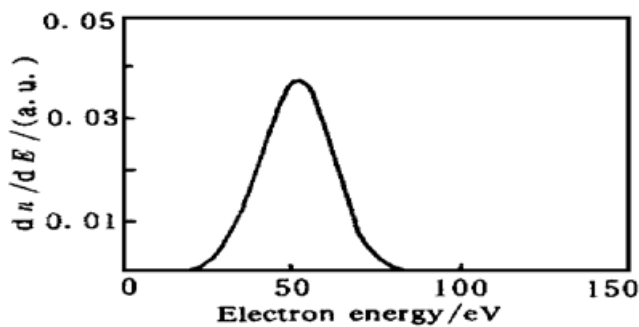


Fig. 2 The calculated electron energy spectrum of He OFI-plasma ($I_0 = 6 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 180 \text{ fs}$, $\lambda = 820 \text{ nm}$, $n_i = 7 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$)

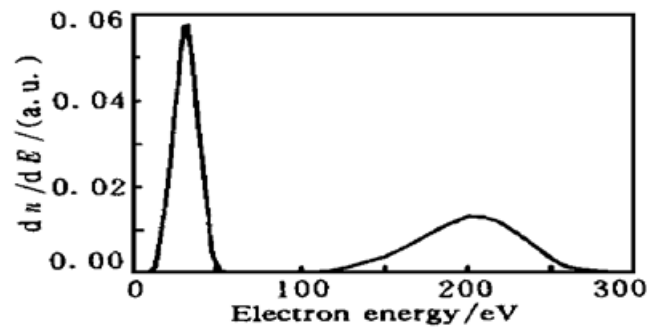


Fig. 3 The calculated electron energy spectrum of He OFI-plasma ($I_0 = 10^{16} \text{ W/cm}^2$, $\tau_p = 160 \text{ fs}$, $\lambda = 616 \text{ nm}$, $n_i = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)

结 论 本文建立了一个计算圆偏振激光场电离电子能量分布的简单模型, 并编制了相应的数值计算程序。与现有理论计算及实验结果比较表明, 该模型适用于近乎无碰撞的光场电离等离子体, 对于较高电子温度或较低电子密度等离子体的参数也能给出粗略的估计。

参 考 文 献

- [1] Corkum P B, Burnett N H, Brunel F. Above-threshold ionization in the long-wave limit. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(11): 1259~1262
- [2] Burnett N H, Corkum P B. Cold-plasma production for recombination extreme-ultra-violet lasers by optical-field-induced ionization. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1989, **6**(6): 1195~1199
- [3] Corkum P B. Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**

- (13) : 1994~ 1997
- [4] Lerner P B, Cohen J S. Formation of hot electrons in noble gases by intense-field ionization: A quasi-static tunneling, independent-electron model. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **51**(2) : 1464~ 1470
- [5] Lerner P B, LaGattuta K, Cohen J S. Comparison of quasi-classical and quasi-static quantum approaches to the ionization of helium by a circularly polarized laser field. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1996, **13**(1) : 96~ 100
- [6] Janulewicz K A, Healy S B, Pert G J. Electron energy relaxation in helium-plasma driven by linearly polarized subpicosecond laser pulses. *Opt. Commun.*, 1996, **130**(1/3) : 63~ 68
- [7] Janulewicz K A, Grout M J, Pert G J. Electron residual energy of optical-field-ionized plasmas driven by subpicosecond laser pulses. *J. Phys. (B)*, 1996, **29**(4) : 901~ 914
- [8] Janulewicz K A, Healy S B, Pert G J. Electron energy relaxation and distribution functions of OFI-plasmas. *Inst. Phys. Conf. Ser. No. 151: section 4, X-ray Lasers 1996 Conf.*, Lund, (Sweden): IOP Publishing Ltd, 1996. 161~ 163
- [9] Mevel E, Breger P, Trainham R *et al.*. Atoms in strong fields: Evolution from multiphoton to tunnel ionization. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(4) : 406~ 409
- [10] Mohideen U, Sher M H, Tom H W K *et al.*. High intensity above-threshold of He. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**(4) : 509~ 512
- [11] Glover T E, Crane J K, Perry M D *et al.*. Measurement of velocity distributions and recombination kinetics in tunnel-ionized helium plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(3) : 445~ 448
- [12] Lemoff B E, Barty C P J, Harris S E. Femtosecond-pulse-driven, electron-excited XUV lasers in eight-times-ionized noble gases. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(8) : 569~ 571
- [13] Corkum P B, Corkum P B, Perry M D. *Shortwavelength V*. OSA Proceedings Series, Vol. 17, Washington, D. C.: Optical Society of America, 1993. 83
- [14] Smith S J, Knight P L. *Multiphoton Processes*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 25~ 34
- [15] Blyth W J, Preston S C, Offenberger A A *et al.*. Plasma temperature in optical field ionization of gases by intense ultrashort pulses of ultraviolet radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(4) : 554~ 557
- [16] Fittinghoff D N. Optical field ionization of atoms and ions using ultrashort laser pulses. (Ph. D Thesis), Livermore: University of California, 1993. 94~ 105
- [17] Ammosov M V, Delone N B, Krainov V P. Tunneling ionization of complex atoms and of atomic ions in an alternating electromagnetic field. *Sov. Phys. JETP*, 1986, **64**(6) : 1191~ 1194
- [18] Augst S, Strickland D, Megerhofer D D *et al.*. Tunneling ionization of noble gases in a high-intensity laser field. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **63**(20) : 2212~ 2215
- [19] Kruer W L. *The Physics of Laser Plasma Interactions*. New York: Addison-Wesley, 1988. 2~ 4

Electron Energy Distribution in Circularly Polarized Optical-Field Ionized Plasmas

Chen Deying Lu Xingfa Xia Yuanqin Zhang Shanshan Wang Qi
(*Institute of Opto-Electronics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

(Received 22 April 1997; revised 13 March 1998)

Abstract A simplified model is established to describe the electron energy distribution in circularly polarized optical-field ionized plasmas, based on quasi-static tunneling ionization theory. Comparisons with existing calculations and experimental result show that it can be used to study OFI plasmas with higher electron temperature and/or lower electron density.

Key words electron energy distribution, optical-field-ionization (OFI) plasmas, circularly polarized optical-field.