

法拉第反常色散滤光器透射谱 的普遍计算方法*

张 量 李义民 汤俊雄

(北京大学电子学系, 区域光纤通信网及光通信系统国家重点实验室, 北京 100871)

摘 要 报道了一种计算法拉第反常色散滤光器(FADOF)透射谱的普遍方法。该方法可计算不同碱金属元素工作在任意电偶极跃迁和任意磁场强度下的法拉第反常色散滤光器透射谱, 对主动式和被动式法拉第反常色散滤光器同样适用。该方法还可进一步推广到其它类型的原子滤光器(如斯塔克型原子滤光器)的计算。给出了采用这种方法对铷主动式 775.9 nm 法拉第反常色散滤光器透射谱的计算结果, 与实验曲线符合较好。

关键词 法拉第反常色散滤光器, 原子滤光器, 透射谱。

1 引 言

法拉第反常色散滤光器是 90 年代初期提出的一种新型量子滤光器^[1, 2], 它具有高透射、高噪声抑制比、响应时间快以及可用于直接成像等优点, 在自由空间光通信^[3]、激光雷达^[4]、水下成像等许多领域中有很好的应用前景。

法拉第反常色散滤光器由两个正交格兰棱镜和置于纵向磁场中的原子汽室构成, 其滤光作用的物理机制是共振法拉第效应^[5]。文献[5, 6]给出了此效应的基本理论框架, 但没有考虑原子能级的超精细结构。文献[2]基于弱、中、强(相对于超精细相互作用而言)三种不同磁场强度下的近似, 讨论了能级超精细结构对法拉第反常色散滤光器性能的影响。文献[7]在此基础上前进一步, 统一了不同磁场强度下(对精细作用而言仍然是弱磁场)的处理方法, 但由于以态矢量 $|\alpha J F m_F\rangle$ 为基矢量, 使得对不同元素的不同电偶极跃迁都需要查很多 $3j$ 系数和 $6j$ 系数并编制相应的程序, 计算过程很繁琐。本文给出了计算法拉第反常色散滤光器透射谱的更普通的方法, 可以计算工作在不同元素的任意电偶极跃迁下的法拉第反常色散滤光器透射谱。该方法有一定的通用性, 易于编程。

2 法拉第反常色散滤光器透射谱的普遍计算方法

计算过程概括如下: 首先计算出给定的纵向磁场强度下, 有超精细结构存在时, 滤光工作跃迁上下能级结构的变化, 并确定其中所有塞曼子能级间可能的电偶极跃迁的偏振状态、

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-01-31; 收到修改稿日期: 1998-04-24

谱线中心频率和谱线强度。然后按照共振法拉第效应的理论框架和法拉第反常色散滤光器的透射谱公式即可得到所需的结果。

2.1 纵向磁场中 $IJ \rightarrow IJ'$ 跃迁的谱线结构

在外磁场中, 不仅原子的能级位置受到扰动, 发生塞曼分裂, 而且原子的不同态矢量之间发生混杂, 相应地引起 $J \rightarrow J'$ 跃迁谱线中不同分量间相对强度的变化。因此, 跃迁的谱线结构应包括每一塞曼分量的频率位置和相对强度。由于法拉第反常色散滤光器一般工作在零点零几特斯拉的纵向外磁场中, 其塞曼分裂在 GHz 量级, 相对相应的精细分裂而言, 属于极弱的磁场, 因此不考虑精细相互作用的影响。计及超精细相互作用, 原子在外磁场中的微扰哈密顿量为:

$$H = H_{\text{hfs}} + H_{\text{B}} \quad (1)$$

其中, H_{hfs} 为超精细相互作用项,

$$H_{\text{hfs}} = A \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + \frac{B}{I(2I-1)J(2J-1)} [3(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + \frac{3}{2}(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}) - \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{J}^2] \quad (2)$$

A 和 B 分别为超精细相互作用常数。(1) 式中, H_{B} 为原子与外加磁场相互作用项,

$$H_{\text{B}} = \mu_{\text{B}} B_z g_J J_z + \mu_{\text{B}} B_z g_I I_z \quad (3)$$

μ_{B} 为玻尔磁子, B_z 为外加纵向磁场强度, g_J 、 g_I 分别是轨道角动量和核自旋角动量的朗德 g 因子。 J_z 、 I_z 分别是 \mathbf{J} 、 \mathbf{I} 在纵向的投影。

与文献[7]不同, 本文以 $|\alpha I J m_I m_J\rangle$ 为基矢量计算微扰哈密顿量的矩阵元, I 是核自旋角动量量子数, m_I 是相应的磁量子数, J 是总轨道角动量量子数, m_J 是相应的磁量子数, α 代表除角动量外的所有量子数。选取该表象的优点之一是 H_{B} 一项只有对角元,

$$\langle \alpha I J m_I m_J | H_{\text{B}} | \alpha I J m_I m_J \rangle = \mu_{\text{B}} B_z (g_J m_J + g_I m_I) \quad (4)$$

自然地适用于任意磁场强度, 不必象文献[2]那样作近似。优点之二是 H_{hfs} 矩阵元的表达式(详见附录)不含 $3j$ 、 $6j$ 系数, 因而适用于任意电偶极跃迁。假设微扰后的态矢量是 $|\gamma\rangle$, 相应的能级能量是 E_γ , 二者可通过求解微扰哈密顿量本征值问题获得。 $|\gamma\rangle$ 可用无微扰时的态矢量 $|\alpha I J m_I m_J\rangle$ 线性展开,

$$|\gamma\rangle = \sum_{\alpha} C_{\alpha}^{\gamma} |\alpha I J m_I m_J\rangle \quad (5)$$

C_{α}^{γ} 代表扰动后的态矢量在无微扰态矢量上的投影值, 在纵向磁场中, 只需考虑圆偏振分量, 谱线强度 $S_{\pm}(\gamma, \gamma')$ 可记为:

$$S_{\pm}(\gamma, \gamma') = \left(\sum_{\alpha} \sum_{\alpha'} C_{\alpha}^{\gamma} \langle \alpha I J m_I m_J | d_{\pm} | \alpha' I' J' m_I' m_J' \rangle C_{\alpha'}^{\gamma'} \right)^2 \quad (6)$$

$$\langle \alpha I J m_I m_J | d_{\pm} | \alpha' I' J' m_I' m_J' \rangle = (-1)^{J-m_J} \begin{bmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & \pm 1 & -m_J' \end{bmatrix} f || d || J' \rangle \quad (7)$$

下标 “ \pm ” 代表左旋圆分量, “ \pm ” 代表右旋圆分量, 上标 “ \prime ” 表示激发态, d_{\pm} 为电偶极矩算符, 约化矩阵元 $f || d || J' \rangle$ 和振子强度 f 之间有如下关系

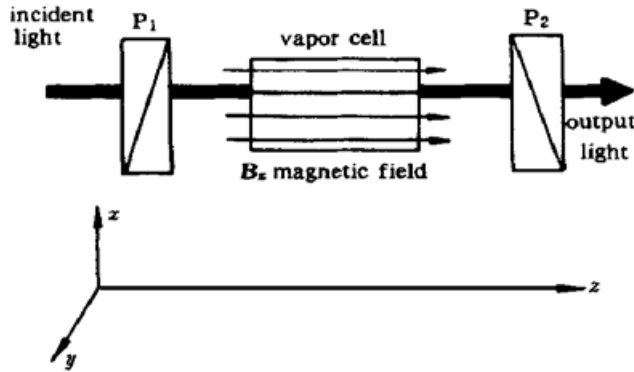
$$f(J \rightarrow J') = \frac{2m}{3\hbar} \frac{\omega_{J'}}{2J'+1} |f || d || J' \rangle|^2 \quad (8)$$

m 为原子质量, 由(6)、(7)、(8)三式可以计算得到每个分量的相对强度。

2.2 法拉第反常色散滤光器物理模型及透射谱表达式

法拉第反常色散滤光器物理模型如图 1 所示。图中 P_1 、 P_2 为格兰棱镜, P_1 的透射偏振方向为 x 方向, P_2 与之垂直, 沿 y 方向, 二者构成一正交偏振场。入射光为正入射的、沿 x 方向

偏振的单色光。原子汽室长度 l ，其中充有共振介质。法拉第反常色散滤光器透射谱的表达式为^[2]：



$$T_r = \frac{1}{2} \exp(-\bar{\alpha}l) [\cosh(\Delta\alpha l) - \cos(2\rho l)] \tag{9}$$

其中，平均吸收系数 $\bar{\alpha}$ 、圆二向色性系数 $\Delta\alpha$ 、圆双折射系数 ρ 的表达式如下：

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-) = \frac{\omega}{2c} \text{Im}(\chi_+ + \chi_-) \tag{10}$$

$$\Delta\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_+ - \alpha_-) = \frac{\omega}{2c} \text{Im}(\chi_+ - \chi_-) \tag{11}$$

$$\rho = \frac{\omega}{2c}(n_+ - n_-) = \frac{\omega}{4c} \text{Re}(\chi_+ - \chi_-) \tag{12}$$

Fig. 1 Schematic diagram of FADOF

n_+ 、 n_- 分别为对圆偏振光的折射率，透射谱的计算最终归结为原子极化率张量的计算。

2.3 原子极化率张量的计算^[5]

考虑跃迁 $J \rightarrow J'$ 的某一个分量 $|y\rangle \rightarrow |y'\rangle$ ，在未加磁场且不计超精细相互作用时， $J \rightarrow J'$ 跃迁中心频率为 ω_0 ，在计及上述两项微扰后的频率为 $\omega_0 + \Delta\omega$ ，谱线的自然线宽为 Γ ，则对于频率为 ω 的入射光，原子的极化率张量为：

$$\chi_{\pm} = \frac{N_y e^2 f_{\pm}^{yy'}}{8\pi m \nu_{yy'} \epsilon_0} \frac{i}{\sqrt{\pi}} W(\nu_{yy'} + i a_{yy'}) \tag{13}$$

其中 N_y 是下能级上的原子数密度， ϵ_0 为真空的介电常数。

$$f_{\pm}^{yy'} = \frac{2m}{3\hbar} \frac{\omega_{yy'}}{2J' + 1} S_{\pm}(y, y') \tag{14}$$

与塞曼分量的谱线强度 $S_{\pm}(y, y')$ 直接有关。

$W(\nu_{yy'} + i a_{yy'})$ 是考虑多普勒效应后引入的等离子体色散函数，其中，

$$\nu_{yy'} = \frac{\sqrt{\ln 2} E_{y'} - E_y}{\Delta\nu_D} \frac{1}{\hbar}, \quad a_{yy'} = \frac{\sqrt{\ln 2} \Gamma}{\Delta\nu_D} \frac{1}{\Delta\nu_D}$$

$\Delta\nu_D$ 为多普勒增宽，则总的极化率为各个分量贡献之和：

$$\chi_{\pm}(J \rightarrow J') = \sum_y \sum_{y'} \frac{N_y e^2 f_{\pm}^{yy'}}{8\pi m \nu_{yy'} \epsilon_0} \frac{i}{\sqrt{\pi}} W(\nu_{yy'} + i a_{yy'}) \tag{15}$$

总之，法拉第反常色散滤光器透射谱的计算方法可以概括为：从微扰哈密顿量出发，选取适当的表象(这是本方法的关键问题)，求得微扰后的本征值和本征矢，相应地给出每个塞曼子能级的频移和每个塞曼分量的谱线强度；在此基础上，利用原子与光相互作用的理论，计算极化率张量，并对所有分量的贡献求和；最后，由 $T_r(\omega)$ 的表达式即可得到透射谱。

3 计算实例与实验结果的比较

利用前面给出的计算方法对铷主动式 775.9 nm 法拉第反常色散滤光器的透射谱进行了计算，相应的能级如图 2 所示。

该法拉第反常色散滤光器的工作跃迁是 $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{3/2}$ ，因而需要另外一束激光(780.1 nm)把原子从基态泵浦至第一激发态 $5P_{3/2}$ ，“主动式”定义即由此而来。从滤光机制讲，主动式与

被动式没有区别。区别在于被动式滤光器中，所有基态原子都参与滤光过程；而对于主动式滤光器，参与滤光过程的是处于下能级即泵浦跃迁上能级的原子。考虑到法拉第反常色散滤光器是检测微弱信号光，信号光对下能级原子数密度的影响可以忽略，可以把泵浦过程和滤光过程分开处理。在计算主动式滤光器透射谱时，需要根据实验条件确定下能级原子数密度，即式(13)中的 N_y 。图 3 是铷 775.9 nm 法拉第反常色散滤光器的透射谱的理论曲线。条件为 $l = 5 \text{ cm}$, $B_z = 0.0315 \text{ T}$, $t = 170^\circ\text{C}$, 有 3% 的原子处于 $5P_{3/2}$ 。

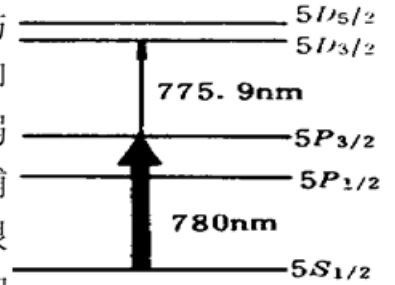


Fig.2 Energy levels of Rb 775.9 nm FADOF

对铷主动式 775.9 nm 法拉第反常色散滤光器也进行了实验研究。图 4 所给曲线的实验条件为 $l = 5 \text{ cm}$, $B_z = 0.0315 \text{ T}$, $t = 170^\circ\text{C}$, 泵浦光功率 $P = 18 \text{ mW}$, 此时通过对信号光被吸收程度的测量确定约有 3% 的原子处于 $5P_{3/2}$ 态。图中上部的曲线是用来进行频率定标的法布里-珀罗腔(自由光谱范围 1.8 GHz)的透射峰。该透射谱只有一个出现在中心频率处的透射峰, 峰值透射率约为 8% (计及菲涅耳损耗), 若不计菲涅耳损耗, 则为 16%, 与理论值 18% 一致; 透射带宽约 1.3 GHz, 理论值约 1.2 GHz, 二者基本符合; 但是理论和实验曲线还有一些细节上的差异, 主要是理论曲线中出现的小边峰, 而实验曲线中没有, 我们认为这一差别有如下三种来源: 1) 所用信号激光的线宽较宽, 约为 50 MHz; 2) 由于实验条件所限, 信号光的传播方向与纵向磁场方向存在着小的夹角; 3) 计算中作者认为原子布居数在 $5P_{3/2}$ 态上各磁子能级间是均匀分布的, 实际情况与此假设有小的偏离, 这一偏差是主动式法拉第反常色散滤光器特有的。总之, 实验曲线与图 3 的理论曲线在主要参数上符合得较好。

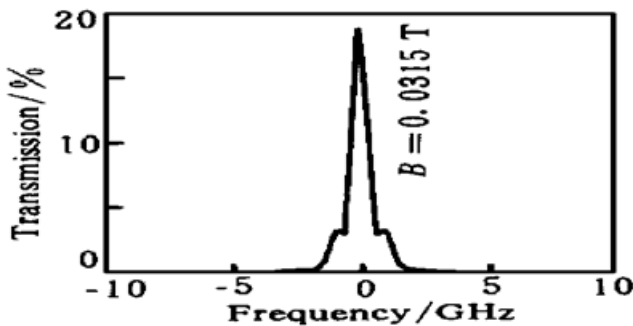


Fig.3 Theoretical transmission spectrum of Rb 775.9 nm FADOF

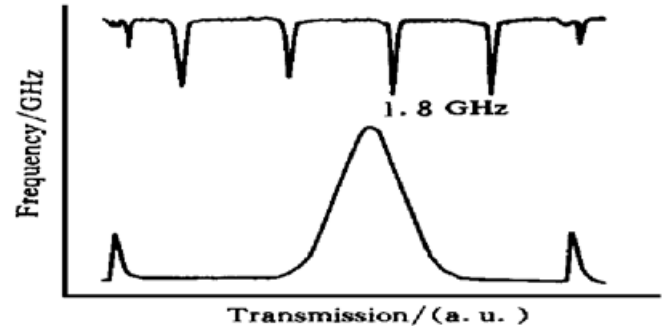


Fig.4 Experimental transmission spectrum of Rb 775.9 nm FADOF

小 结 本文给出一种计算法拉第反常色散滤光器透射谱的普遍方法及用该方法计算的主动式铷 775.9 nm 法拉第反常色散滤光器的透射谱, 与实验结果符合较好。该方法适用于工作在不同碱金属元素的任意电偶极跃迁上和任意磁场强度下的情形。对其他类型的原子滤光器(如斯塔克型原子滤光器), 只需对微扰哈密顿量的对角元进行修改即可移植使用。该方法有一定的通用性, 对从理论上研究原子滤光器的性能有重要意义。

参 考 文 献

[1] Dick D J, Shay T M. Ultrahigh-noise rejection filter. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(11) : 867~ 869
 [2] 陈怀林, 彭玉峰, 汤俊雄等. 一种新型原子共振滤光器研究. *光学学报*, 1992, **12**(9) : 841~ 845
 [3] Tang Junxiong, Wang Qingji, Duan Minghao *et al.*. Experimental study of a novel free-space optical communication system. *Opt. Engg.*, 1994, **33**(11) : 3758~ 3761

- [4] Chen H, She C Y, Searcy P *et al.*. Sodium-vapor dispersive Faraday filter. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(12) : 1019~ 1021
- [5] Yeh P. Dispersive magneto-optic filters. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(11) : 2069~ 2075
- [6] Camm D M, Curzon F L. The resonant Faraday effect. *Can. J. Phys.*, 1972, **50**(22) : 2866~ 2880
- [7] Yin B, Shay T M. Theoretical model for a Faraday anomalous dispersion optical filter. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(20) : 1617~ 1619

附 录

微扰矩阵元 $\langle \alpha J m_l m_j | \mathbf{H}_{\text{hfs}} | \alpha J m'_l m'_j \rangle$ 的表达式如下:

$$\begin{aligned} \langle \alpha J m_l m_j | \mathbf{H}_{\text{hfs}} | \alpha J m'_l m'_j \rangle = & [A + \frac{3}{2} \frac{B}{I(2I-1)J(2J-1)}] \{ (m_l m_j \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \\ & \frac{1}{2} \sqrt{[I(I+1) - m_l(m_l+1)][J(J+1) - m_j(m_j-1)]} \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \\ & \frac{1}{2} \sqrt{[I(I+1) - m_l(m_l-1)][J(J+1) - m_j(m_j+1)]} \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} \} + \\ & \frac{3B}{I(2I-1)J(2J-1)} (m_l^2 m_j^2 \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \frac{1}{2} \sqrt{[J(J+1) - m_j(m_j-1)][I(I+1) - m_l(m_l+1)]} \times \\ & (2m_l m_j - m_l + m_j - 1) \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \frac{1}{2} \sqrt{[J(J+1) - m_j(m_j+1)][I(I+1) - m_l(m_l-1)]} \times \\ & (2m_l m_j + m_l - m_j - 1) \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \\ & \frac{1}{4} \sqrt{[J(J+1) - m_j(m_j-1)][I(I+1) - m_l(m_l+1)][J(J+1) - (m_j-2)(m_j-1)][I(I+1) - (m_l+2)(m_l+1)]} \times \\ & \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \frac{1}{4} \{ [J(J+1) - m_j(m_j+1)][I(I+1) - m_l(m_l-1)] + \\ & [J(J+1) - m_j(m_j-1)][I(I+1) - m_l(m_l+1)] \} \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} + \\ & \frac{1}{4} \sqrt{[J(J+1) - m_j(m_j+1)][I(I+1) - m_l(m_l-1)][J(J+1) - (m_j+2)(m_j+1)][I(I+1) - (m_l-2)(m_l-1)]} \times \\ & \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} - \frac{B}{(2I-1)(2J-1)} (I+1)(J+1) \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_j m_j'} \end{aligned}$$

General Method of Calculating the Transmission Spectrum of Faraday Anomalous Dispersion Optical Filter

Zhang Liang Li Yimin Tang Junxiong

(*Electronics Department, National Key Laboratory on Local Fiber-Optic Communication Network and Advanced Optical Communication Systems, Peking University, Beijing 100871*)

(Received 31 January 1998; revised 24 April 1998)

Abstract A general calculation method to obtain the transmission spectrum of Faraday anomalous dispersion optical filter (FADOF) is presented. The theoretical scheme can be applied to any electrical dipole transmission of various atomic vapors and is valid for arbitrary magnetic fields. Moreover, the method can be used to predict the performance of both the passive FADOF and excited state FADOF (ESFADOF). It can also be extended to calculate the transmission spectrum of other new type atomic optical filters (such as Stark type atomic optical filters). The theoretical transmission curve of Rb 775.9 nm ESFADOF obtained by the general method is given, which agrees well with the experimental result.

Key words Faraday anomalous dispersion optical filter, atomic optical filter, transmission spectrum.