

# ICCD 型与 CCD 型弱光哈特曼-夏克波前传感器的性能分析与对比\*

曹根瑞 胡新奇 王 森

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

**摘 要** 哈特曼-夏克(Hartmann-Shack)波前传感器由于其光能利用率高、结构简单、通道容量大等突出优点,是目前自适应光学系统波前传感器的主流形式。本文深入分析和比较了目前普遍采用的 ICCD 型和 CCD 型这两种主要类型的弱光哈特曼-夏克波前传感器的特点和波前相位探测精度,导出了定量分析数学模型,给出了实验结果。此研究结果对弱光哈特曼-夏克波前传感器的技术方案选定和工程设计有指导意义。

**关键词** 自适应光学, 波前传感器, 精度分析。

## 1 引 言

哈特曼-夏克波前传感器由于其光能利用率高、结构简单、通道容量大等突出优点,已是目前自适应光学波前传感器的主流形式。波前传感器通常在极弱光条件下工作,每次采样所得的光信号一般限于  $10^3$  光子的数量级或更低。如果采用一般的高帧频面阵光电探测器件,如光电二极管阵列或 CCD,由于其读出噪声通常达上百个电子水平,光信号将被淹没在噪声之中。为此,常采用像增强器先把极弱光图像的亮度大大增强,再将其耦合到高帧频 CCD 上作高速数字图像采集与处理,这就是至今在哈特曼-夏克波前传感器中仍广为采用的像增强 CCD 技术,或简称 ICCD 技术。像增强器的采用虽然大大减轻了 CCD 的读出噪声对整个 ICCD 系统的读出噪声的影响,但由于目前像增强器的量子效率较低,通常不超过 10%,因此大大限制了整个 ICCD 系统的量子效率,降低了系统的信噪比。随着 CCD 技术的发展,目前已研制出读出噪声仅 5 个电子或更少的低噪声、高量子效率、高帧频的面阵 CCD 器件及其相关电路<sup>[1]</sup>,因此将 CCD 直接用于极弱光图像的实时探测已成为可能,并已在哈特曼-夏克波前传感器中得到实际应用<sup>[2]</sup>。

考虑到 ICCD 与 CCD 分别在量子效率和读出噪声方面各有所长,两者在哈特曼-夏克波前传感器中的性能随工作条件的不同而不同,不能简单作肯定与否定的结论,因此有必要从分析像增强器和 CCD 等的噪声源对哈特曼-夏克波前传感器工作精度的影响出发,考虑大气湍流造成的波前畸变的统计特性,全面分析和综合比较 ICCD 型和 CCD 型哈特曼-夏克波前

\* 国家科委 863 高技术项目资助。

收稿日期: 1998-03-17; 收到修改稿日期: 1998-05-25

传感器的工作特性,为工程型波前传感器的方案选择和设计提供理论和实验依据。本文不仅考虑了像增强器的量子效率,而且深入分析了像增强器的增益起伏对哈特曼-夏克波前传感器工作精度的影响,并给出了实验结果。

## 2 像增强器的噪声分析

在由像增强器与 CCD 耦合而成的 ICCD 光电探测系统中,像增强器工作在极弱光条件下,CCD 工作在强光条件下,所以前者的噪声是 ICCD 系统的主要噪声源。像增强器的噪声主要来自三个方面,即光电阴极发射电子的涨落噪声  $N_c^2$ ,微通道板电子倍增涨落噪声  $N_{ch}^2 = K_{ch}N_c^2$  和荧光屏的颗粒噪声。理论分析和实验表明,其中前两者是像增强器的主要噪声来源,输出光电子的噪声均方差  $N_I$  为<sup>[6]</sup>

$$N_I = \sqrt{N_c^2 + N_{ch}^2} = \sqrt{N_c^2(1 + K_{ch})} \quad (1)$$

$$N_c = \sqrt{n\eta_c\eta P_0 G^2 \eta_s^2}$$

当微通道板中的二次电子倍增产额分别符合弗里(Furry)分布或泊松分布时

$$K_{ch} = \frac{1 + \delta}{\delta} + \frac{P(1 + \delta)}{\delta P - 1} \quad \text{或} \quad K_{ch} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta P - 1}$$

式中:  $n$  为光阴极单位面积每次采样获得的平均光子数,  $\eta_c$  为光阴极的平均量子效率,  $\eta$  为微通道板输入端的平均开口面积比,  $P_0$  为入射到微通道板的电子能得到倍增的平均概率,  $G$  为微通道板的平均量子增益,  $\eta_s$  为荧光屏的平均量子效率,  $\delta$  为微通道板二次电子平均发射系数,  $P$  为微通道板内各级二次电子能再次得到倍增的平均概率。

(1) 式中的第一项可归结为由于光阴极发射电子的随机涨落而引起的像增强器的输出量子噪声,在光子计数工作条件下,它仅仅影响荧光屏上出现的光脉冲的数量,而并不影响光脉冲的亮度。式中第二项则是由于微通道板倍增电子的随机涨落所引起的像增强器的输出量子噪声。通常二次电子的平均发射系数  $\delta$  为 2 到 5 左右,能再次得到倍增的平均概率  $P$  一般大于 90%。如取  $P = 95\%$ ,  $\delta$  取 3.5,则由上述  $K_{ch}$  的表达式可以算出由微通道板电子倍增涨落所引起的噪声均方差(即  $\sqrt{K_{ch}}$ ) 分别约为由光阴极发射电子涨落所引起的噪声均方差的 1.77 倍(弗里分布)或 0.85 倍(泊松分布)。由于微通道板电子倍增涨落噪声的存在必将导致像增强器荧光屏面上光子脉冲能量的起伏,即各单光子脉冲亮度之间的明显差别。

为验证上述分析的正确性,作者实际测定了现有哈特曼-夏克波前传感器实验系统中所用的 ICCD 器件的单光子脉冲能量分布的统计规律。实验系统如图 1 所示。图中均匀弱光源采用光强可调的星光模拟器,最低照度可达  $1 \times 10^{-6}$  lx 以下。像增强器为日本滨松公司生产的 C2166-01 型光子计数成像头,其最高亮度增益可达  $1 \times 10^7$ ,荧光屏余晖时间小于 0.1 ms,在  $-15^\circ\text{C}$  制冷条件下的暗计数小于 0.5 photon pulse/s  $\cdot$  mm<sup>2</sup>。CCD 为加拿大 DALSA 公司

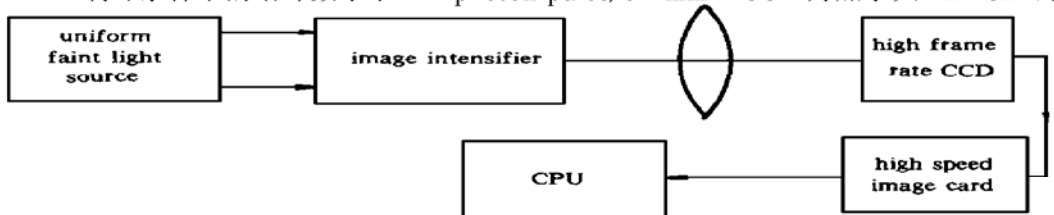


Fig. 1 Experimental system for measuring single photon responses

的 CA-D1-0128F 型高帧频(835 frame/s) CCD 像机。像增强器与 CCD 之间用 F/0.75 的超强光力透镜组耦合。

图 2 所示为实际拍摄的像增强器的单光子脉冲响应照片,可以看出,各单光子脉冲的能量有明显的差别。通过对每个单光子脉冲图像所在范围内各 CCD 像素响应值求和即可测出多个单光子脉冲的能量值。表 1 给出了当像增强器工作在一定的增益条件下对 1000 帧单光子脉冲图像的能量统计结果。

Table 1. Variance and average energy of single photon pulse

sampling time per frame/ms	number of sampling frames	average energy of pulse/ADU	energy variance /((ADU) <sup>2</sup> )	energy of mean variance/ADU	energy divergency/%
1.2	1000	182	4.65 × 10 <sup>4</sup>	216	119

Note: ADU-unit of photon pulse analog-digital output.

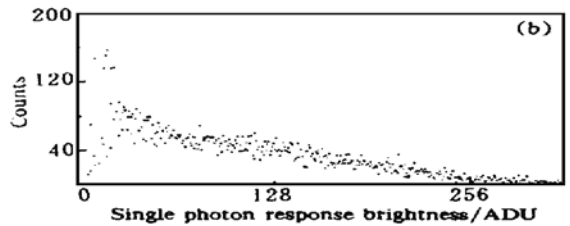
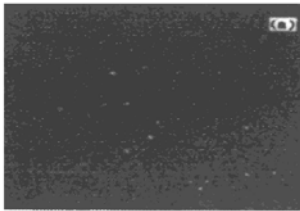


Fig. 2 Photograph of single photon responses (a) and their statistics of brightness distribution (b)

此处定义的能量发散度为单光子脉冲能量的均方差/单光子脉冲能量的平均值,它代表了由于像增强器的增益起伏引起的噪声的均方差值,即  $\sqrt{K_{ch}}$ 。在理想微通道板的情况下此值应为零。此处的实测值介于弗里分布和泊松分布之间,结果比较合理。由此可见像增强器微通道板的电子倍增涨落所引起的量子噪声不仅不可忽略,而且占有重要地位,但在以往有关 ICCD 型哈特曼-夏克波前传感器的文献中都未涉及这一点<sup>[5, 7, 8]</sup>。

### 3 ICCD 型哈特曼-夏克波前传感器的精度分析

用 ICCD 作哈特曼-夏克波前传感器的光电探测器时,从 CCD 各像元输出信号的噪声将来自两个方面,一是像增强器的输出量子噪声,二是 CCD 自身的读出噪声。为讨论方便起见,如将所有噪声都折算到 ICCD 系统的输入端并以光电子数的方差表示,对应于某一 CCD 像元 (i, j) 则可写出:

$$S_{ij}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \tag{2}$$

式中  $\sigma_1^2$  表示折算到 ICCD 输入端的像增强器的光电子噪声方差;  $\sigma_2^2$  表示折算到 ICCD 输入端的 CCD 光电子噪声方差。由公式(1)看出,像增强器的输出噪声主要由光阴极的电子发射涨落噪声  $N_c^2$  和由微通道板的电子倍增涨落噪声  $K_{ch}N_c^2$  组成,它们都仅仅与入射光子数的均值和像增强器各有关参数的均值的乘积有关,因此可由(1)式写出等效于像增强器输入端的噪声方差为:

$$\sigma_1^2 = \bar{n}_{ij} + K_{ch}\bar{n}_{ij} \tag{3}$$

式中第一项  $\bar{n}_{ij}$  表示与第(ij)个 CCD 像元对应的像增强器光阴极面元发射光电子的涨落噪声方差,它服从泊松分布规律,所以就等于该面元发射的平均有效光电子数。式中第二项则表

示由微通道板电子倍增起伏所引起的并折算到像增强器输入端的噪声方差，其中系数  $K_{ch}$  为微通道板的噪声贡献。

将(3)式代入(2)式可写出 ICCD 系统输入端的等效光电子噪声方差:

$$S_{ij}^2 = (1 + K_{ch}) \bar{n}_{ij} + \sigma_r^2 \tag{4}$$

根据哈特曼-夏克波前传感器的工作原理可写出离散采样情况下光斑质心的计算公式:

$$X_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} x_i n_{ij}}{\sum_{i,j}^{L,M} n_{ij}} \quad \text{和} \quad Y_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} y_j n_{ij}}{\sum_{i,j}^{L,M} n_{ij}} \tag{5}$$

式中  $x_i$  和  $y_j$  分别为与 CCD 像元对应的 ICCD 输入端各探测单元中心的坐标;  $n_{ij}$  为第  $(ij)$  个单元探测到的有效光电子数,  $L$  和  $M$  分别为探测窗口内  $x$  和  $y$  方向的单元数。根据误差传递公式, 由上式可写出由于对光电信号  $n_{ij}$  的探测误差而引起的光斑质心坐标探测误差的方差为:

$$\sigma_{X_c}^2 = \left[ \sum_{i,j}^{L,M} x_i^2 S_{ij}^2 \right] / V^2 + \left[ U^2 \sum_{i,j}^{L,M} S_{ij}^2 \right] / V^4 - \left[ 2U \sum_{i,j}^{L,M} x_i S_{ij}^2 \right] / V^3 \tag{6}$$

式中:  $U = \sum_{i,j}^{L,M} x_i n_{ij}$ ,  $V = \sum_{i,j}^{L,M} n_{ij}$ , 再将(4)式代入(6)式, 可得光斑质心探测的方差:

$$\sigma_{X_c}^2 = \frac{1}{V} \left\{ \left[ \sum_{i,j}^{L,M} n_{ij} x_j^2 \right] / V - X_c^2 \right\} (1 + K_{ch}) + \left[ \sigma_r^2 \left( \sum_{i,j}^{L,M} x_j^2 + LM X_c^2 - 2X_c \sum_{i,j}^{L,M} x_j \right) \right] / V \tag{7}$$

根据离散型随机变量方差的定义, 式中  $(\sum_{i,j}^{L,M} n_{ij} x_j^2) / V - X_c^2$  实际就代表了离散采样情况下探测窗口内与衍射光斑对应的光电子分布的方差, 即以像元宽度为单位的被探测光斑能量分布的等效高斯宽度:  $\sum_{i,j}^{L,M} n_{ij} x_j^2 / V - X_c^2 = \sigma_\lambda^2$ 。  $\sigma_\lambda^2$  由于孔径衍射光斑的光强分布规律决定。

另外(7)式中的后一项可进一步改写为:

$$\sigma_r^2 \left( \sum_{i,j}^{L,M} x_j^2 + LM X_c^2 - 2X_c \sum_{i,j}^{L,M} x_j \right) / V = \sigma_r^2 M \left( \sum_{i,j}^{L,M} x_j^2 + L X_c^2 \right) / V = \sigma_r^2 M L \left( \frac{L^2 - 1}{12} + X_c^2 \right) / V$$

再考虑到子孔径内  $x$  方向与  $y$  方向的像元数  $L$  和  $M$  通常是相等的, 于是(7)可改写为:

$$\sigma_{X_c}^2 = (1 + K_{ch}) \frac{\sigma_\lambda^2}{V} + \frac{\sigma_r^2}{V^2} L^2 \left[ \frac{L^2 - 1}{12} + X_c^2 \right] \tag{8}$$

式中  $X_c$  为以像元数表示的光斑质心坐标的测量平均值。由于大气湍流的影响,  $X_c$  实际是一个随机变量, 但通过调校光学系统可以使光斑的晃动中心与探测窗中心的坐标原点重合, 因此  $X_c$  将正比于进入子孔径的波前到达角的方差  $\langle \alpha^2 \rangle$ 。根据大气湍流理论和波前到达角方差的定义, 可写出:

$$\langle \alpha^2 \rangle = \frac{6.88}{k^2 r_0^5 D_s^5} \tag{9}$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $r_0$  为大气相干长度;  $D_s$  为望远镜入瞳面上子孔径的口径。

根据图 3 所示的自适应望远镜光学系统的几何关系可写出波前到达角方差与光斑晃动量之间的关系式:

$$X_c = \frac{\alpha f_c}{a} = \frac{\sqrt{6.88} f_c \lambda}{2\pi r_0^5 D_s^5 a} = \frac{\sqrt{6.88}}{2\pi a} \left( \frac{r_0}{D_s} \right)^5 \frac{f_c \lambda}{r_0} \tag{10}$$

式中  $f_c$  为与阵列透镜焦面对应的望远镜的组合焦距, 根据图 3 所示的几何光路关系不难看出有:  $f_c = D_s f / d_s$ ;  $a$  为 ICCD 光阴极面上与 CCD 像元共轭的像元宽度。由于在  $r_0/D_s$  等于 0.5 到 2 的很大范围内,  $(r_0/D_s)^5$  都近似等于 1, 所以上式又可近似为:

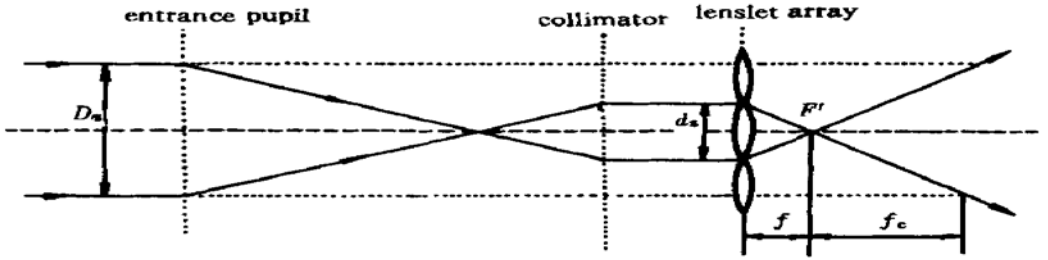


Fig. 3 Parameters concerning the focal plane position of the lenslet array in an adaptive telescope

$$X_c \approx \frac{\sqrt{6.88} f_c \lambda}{2\pi a r_0} \approx \frac{0.417 D_s f \lambda}{a d_s r_0} = \frac{0.417 D_s F^\# \lambda}{a r_0} \quad (11)$$

式中  $F^\# = f/d_s$  为阵列透镜的光阑指数。将上式代入(8)式可得以像元数表示的ICCD型哈特曼-夏克波前传感器的光斑质心探测综合误差为:

$$\sigma_{x_c}^2 = \frac{\sigma_\Lambda^2}{V} + K_{ch} \frac{\sigma_\Lambda^2}{V} + \frac{\sigma_r^2}{V} L^2 \left[ \frac{L^2 - 1}{12} + \left( \frac{0.417 D_s F^\# \lambda}{a r_0} \right)^2 \right] \quad (12)$$

如将上式改写为阵列透镜入瞳面上子孔径直径两端之间以波长为单位的光程差方差的形式,则有:

$$\sigma_w^2 = \frac{a^2 \sigma_{x_c}^2}{f^2} \frac{d_s^2}{\lambda^2} = \left( \frac{a}{F^\# \lambda} \right)^2 \sigma_{x_c}^2 \quad (13)$$

在子孔径为方孔且其边长等于大气相干长度,并考虑到大气湍流影响的情况下,以像元宽度  $a$  为单位表示的子孔径衍射光斑的等效高斯宽度可表示为<sup>[18, 31]</sup>:

$$\sigma_\Lambda \approx 1.143 \times 0.364 F^\# \lambda / a = 0.416 F^\# \lambda / a \quad (14)$$

将(14)和(12)式代入(13)式可得:

$$\sigma_w^2 = \frac{(0.416)^2}{V} + \frac{K_{ch}(0.416)^2}{V} + \frac{\sigma_r^2}{V^2} L^2 \left[ \frac{L^2 - 1}{12} + \left( \frac{0.417 D_s F^\# \lambda}{a r_0} \right)^2 \right] \left( \frac{a}{F^\# \lambda} \right)^2 = \frac{0.173}{V} + \frac{0.173 K_{ch}}{V} + \frac{\sigma_r^2 L^2}{V^2} \left[ \frac{L^2 - 1}{12} \left( \frac{a}{F^\# \lambda} \right)^2 + \left( \frac{0.417 D_s}{r_0} \right)^2 \right] \quad (15)$$

式中第一项为考虑了光电探测器的量子效率后的有效光电子的散粒噪声引起,第二项为像增强器微通道板电子涨落噪声引起,第三项则由 CCD 的读出噪声和子孔径内离散、有限采样引起。如果用 CCD 直接探测光斑的质心坐标,则上式中的第二项将消失。图 4 给出了按(15)式计算的不同工作条件下 ICCD 和 CCD 型哈特曼-夏克波前探测器的波前探测精度的比较。

由图 4 所示曲线看出:

1) ICCD 型和 CCD 型哈特曼-夏克波前传感器的波前探测精度随各自的量子效率、读出噪声、子孔径像元数和入射光子数的不同而不同,都随入射光子数的无限增加而趋于零。

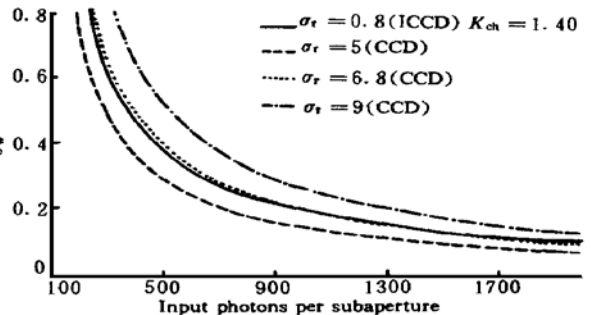


Fig. 4 Performance comparison of ICCD and CCD types of H-S wavefront sensor operated with different read-out noise  $\sigma_r$  ( $L = 10$ ,  $\eta_{ICCD} = 0.1$ ,  $\eta_{CCD} = 0.8$ )

2) 当 CCD 的读出噪声较大时, 例如大于 8 个电子时, CCD 型哈特曼-夏克波前传感器的波前探测精度全面低于 ICCD 型; 当 CCD 的读出噪声较小, 例如约 7 个电子时, 如光信号很弱, 例如少于约 1140 光子的范围内, CCD 型的精度低于 ICCD 型, 但在光信号大于 1140 光子的范围内, CCD 型的精度高于 ICCD 型; 当 CCD 的读出噪声更小, 例如小于 5 个电子时, CCD 型的精度将全面高于 ICCD 型。

3) 增益起伏是像增强器不可忽视的重要噪声源, 也是 ICCD 型哈特曼-夏克波前传感器中与光子噪声相当的重要噪声源之一。

### 参 考 文 献

- [1] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3) : 207~ 211
- [2] Yura H T. Short-term average optical beam spread in a turbulent medium. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**(5) : 567~ 572
- [3] Parenti R R. Laser-guide-star systems for astronomical applications. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1) : 288~ 309
- [4] 邹异松编著. 电真空成像器件及理论分析. 北京: 国防工业出版社, 1989. 80~ 87, 218~ 221
- [5] Morgan J S, Slater D C, Timothy J G *et al.*. Centroid position measurements and subpixel sensitivity variations with the MAMA detector. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(6) : 1178~ 1192
- [6] Cao G, Cao Genrui, Yu Xin *et al.*. Accuracy analysis of a Hartmann-Shack wavefront sensor operated with a faint object. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(7) : 2331~ 2335

## Performance Analysis and Comparison of ICCD and CCD Types of Hartmann-Shack Wavefront Sensor Operated with Faint Object

Cao Genrui    Hu Xinqi    Wang Sen

(*Optical Engineering Department Beijing Institute of Technology, Beijing 100081*)

(Received 17 March 1998; revised 25 May 1998)

**Abstract** The Hartmann-Shack(H-S) wavefront sensor is the most popular type in adaptive optics system operated with faint object, because of its outstanding advantages in high light efficiency, simple structure and large capacity of channels. The characters and accuracy of ICCD and CCD type H-S wavefront sensors operated with faint objects is deeply analyzed and compared. The algorithm for quantitative analysis is derived, and the experimental results are presented as well. All of these are useful for selection of technical scheme and engineering design of this kind of wavefront sensor operated with faint object.

**Key words** adaptive optics, wavefront sensor, accuracy analysis.