

斑点掩模法中的相位复原实施方法 和像复原实验*

刘 忠 邱耀辉 楼 柯 卢汝为
(中国科学院云南天文台, 昆明 650011)

摘 要 斑点掩模法能有效地消除地球大气湍流的严重干扰, 实现天文目标的望远镜衍射受限分辨率复原, 而傅里叶相位谱的复原是核心和难点。讨论了在微机上实现由重谱复原目标相位谱时所面临的实际问题: 巨大的重谱信息量和计算机有限存储空间的矛盾; 递推相位区域和路径; 相位缠绕和误差积累等。给出了相应的解决方法对天文目标进行像复原的实验结果。

关键词 重谱, 相位, 像复原。

1 引 言

当使用传统的长曝光天体摄影术时, 由于地球大气的影 响, 地基大口径天文望远镜的角分辨率被严重地限制在 $1''$ (角秒) 左右(图 1 是云南天文台 1 米口径望远镜对用以进行像复原实验的天文目标双星 ADS 16800 拍摄的一幅长曝光像, 曝光时间 5 秒), 因此人们投入了巨大的热情去探索消除大气干扰的方法, 斑点成像 (speckle imaging) 就是其中之一。经过 20 多年的不懈努力, 斑点成像技术的研究结果表明, 在很多情况下, 它具有消除大气干扰, 实现望远镜衍射受限分辨率像复原的能力。该技术以天文目标一系列含有衍射受限分辨率信息的短曝光像——斑点图为原始资料, 对斑点图的傅里叶谱进行相应物理量的计算和处理(为了从中提取高分辨率信息, 一般采用傅里叶域中的量), 获得目标的傅里叶谱, 最终得到目标的衍射受限复原像。在众多的方法中, 目前最好的是斑点掩膜法, 它能有效地消除地球大气湍流的严重干扰, 实现天文目标的望远镜衍射受限分辨率像复原, 一般采用的典型方法是: 用斑点干涉术^[1]和斑点掩模法^[2-3]分别复原目标的达到衍射受限截止频率的傅里叶模和相位, 而傅里叶相位谱的复原是核心和难点。

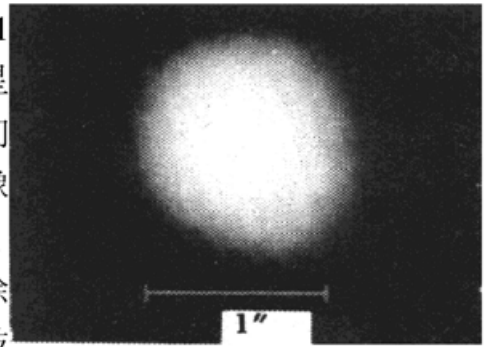


Fig. 1 The long-exposure image of binary ADS 16800

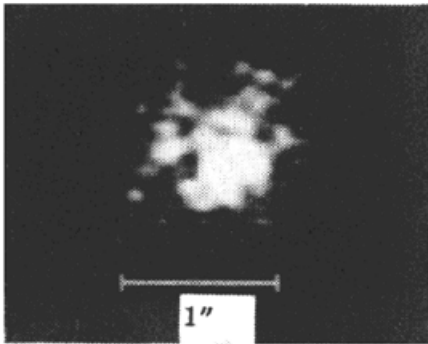
本文主要讨论在微机上实施用斑点掩模法求目标相位谱时所面临的实际问题。

* 国家自然科学基金(批准号 19873017)和云南省自然科学基金(批准号 97A014G)资助项目。

收稿日期: 1997-11-18; 收到修改稿日期: 1998-04-08

2 重谱的相位关系, 相位递推的区域和路径

斑点掩模法在傅里叶域中计算目标大量斑点图(图2为双星ADS16800的一幅斑点图)的



平均重谱, 在消除各种噪声的影响后用斑点掩模法传递函数(由计算目标近旁一点源单星——定标星的大量斑点图的平均重谱得到)进行补偿, 得到目标重谱, 用 $O^{(3)}(u, v)$ 表示, 其中 u, v 均为 2 维空间频率坐标变量, 重谱为 4 维函数。按重谱的定义, 与目标傅里叶谱 $O(u)$ 的关系为:

$$O^{(3)}(u, v) = O(u)O(v)O(-u - v) \tag{1}$$

设已求得目标重谱的相位为 β , 待求的目标谱相位为 \mathcal{Q} , 则有重要的相位关系

$$\beta(u, v) = \mathcal{Q}u + \mathcal{Q}v - \mathcal{Q}u + v \tag{2}$$

由此得到相位递推公式:

$$\mathcal{Q}u + v = \mathcal{Q}u + \mathcal{Q}v - \beta(u, v) \tag{3}$$

在实际计算时用 4 维式表示, 设

$$u = (u_1, u_2), \quad v = (v_1, v_2),$$

则 4 维的相位递推公式为

$$\mathcal{Q}u_1 + v_1, u_2 + v_2 = \mathcal{Q}u_1, u_2 + \mathcal{Q}v_1, v_2 - \beta[(u_1, u_2), (v_1, v_2)] \tag{4}$$

先设置 $\mathcal{Q}(0, 0) = 0$, 这是因为目标谱满足厄米性: $O^*(u) = O(-u)$, 其中 $*$ 表示复共轭, 并设决定目标在空间域中位置的初相位 $\mathcal{Q}(0, 1) = \mathcal{Q}(1, 0) = 0$, 由此即可开始进行如下相位递推过程:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(0, 2) &= \mathcal{Q}(0, 1) + \mathcal{Q}(0, 1) - \beta[(0, 1), (0, 1)] \\ \mathcal{Q}(0, 3) &= \mathcal{Q}(0, 1) + \mathcal{Q}(0, 2) - \beta[(0, 1), (0, 2)] \\ \mathcal{Q}(0, 4) &= \mathcal{Q}(0, 2) + \mathcal{Q}(0, 2) - \beta[(0, 2), (0, 2)] \\ &\dots \\ \mathcal{Q}(2, 0) &= \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(1, 0) - \beta[(1, 0), (1, 0)] \\ \mathcal{Q}(3, 0) &= \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(2, 0) - \beta[(1, 0), (2, 0)] \\ \mathcal{Q}(4, 0) &= \mathcal{Q}(2, 0) + \mathcal{Q}(2, 0) - \beta[(2, 0), (2, 0)] \\ \mathcal{Q}(4, 0) &= \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(3, 0) - \beta[(1, 0), (3, 2)] \\ &\dots \\ \mathcal{Q}(1, 1) &= \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(0, 1) - \beta[(1, 0), (0, 1)] \\ \mathcal{Q}(1, 2) &= \mathcal{Q}(0, 1) + \mathcal{Q}(1, 1) - \beta[(0, 1), (1, 1)] \\ \mathcal{Q}(1, 2) &= \mathcal{Q}(1, 1) + \mathcal{Q}(0, 1) - \beta[(1, 1), (0, 1)] \\ &\dots \\ \mathcal{Q}(1, 3) &= \mathcal{Q}(0, 1) + \mathcal{Q}(1, 2) - \beta[(0, 1), (1, 2)] \\ \mathcal{Q}(1, 3) &= \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(0, 3) - \beta[(1, 0), (0, 3)] \\ \mathcal{Q}(1, 3) &= \mathcal{Q}(1, 1) + \mathcal{Q}(0, 2) - \beta[(1, 1), (0, 2)] \\ \mathcal{Q}(1, 3) &= \mathcal{Q}(1, 2) + \mathcal{Q}(0, 1) - \beta[(1, 2), (0, 1)] \end{aligned}$$

Fig. 2 One of the speckle image of binary ADS16800

$$\mathcal{Q}(1, 4) = \mathcal{Q}(1, 0) + \mathcal{Q}(0, 3) - \beta[(1, 0), (0, 3)]$$

...

由上面的递推可看出: 重谱为推算目标相位提供了大量的信息, 例如对相位元(1, 3)有 4 个值可用, 对(3, 2)有 8 个值, 对(6, 4)有 32 个值可用。分别对这些值求平均得到各自的结果值, 从而大大提高了信噪比, 这是斑点掩模法特有的优势。若用小型机或微机进行处理, 由于 4 维重谱将占据巨大的存储空间和随之而来的庞大计算量, 例如对于 128×128 的斑点图, 即使利用了重谱的对称性, 仅用占其 $1/8$ 的非冗余部分, 也仍然包含了近 1.3×10^7 个复数, 这需要约 105 MB 的存储空间, 使递推计算难以进行。另一个不可忽视的问题是: 重谱中各个区域的信噪比不同, 例如像斑点干涉术那样, 在小于大气视宁度决定的截止频率 f_0 的近轴区内, 信噪比大于高于向望远镜的衍射受限截止频率 f_c 过渡的中、高频区^[4, 5]。

鉴于上述两个特点, 对 128×128 的斑点图实现计算重谱和相位递推提出这样的方案, 即用尽可能少的计算获得信噪比好的结果: 仅计算并存储近轴子平面区 ($0 \leq u_1, u_2 \leq 63$ 和 $0 \leq v_1, v_2 \leq 5$) 内的重谱, 且仅在此范围内递推相位, 这样既保证了递推的实施又采用了高信噪比的数据。特别要提到的是: 递推路径应该是使 v_1 或 v_2 从 $0 \rightarrow 5$ 逐步地由近轴区低频相位元递推到高频相位元, 这样能进一步保证高信噪比。

3 相位缠绕和避免缠绕的方法

由于相位值需计算虚实部之比的反正切, 可能存在 2π 不确定性, 这一现象称为相位缠绕, 因有 $\beta = \beta' + 2k\pi$ 成立, 其中 k 为整数, β' 是值在模 2π 内的非缠绕相位值。为了彻底消除相位缠绕, 采用相位复矢量 $\exp[i\mathcal{Q}(u, v)]$ 形式, 则(4)式变为

$$\exp[i\mathcal{Q}(u_1 + v_1, u_2 + v_2)] = \exp[i\mathcal{Q}(u_1, u_2)] \exp[i\mathcal{Q}(v_1, v_2)] \times \exp\{-i\beta[(u_1, u_2), (v_1, v_2)]\} \quad (4)$$

用上述递推法对天文双星目标 ADS16800 复原相位, 用斑点干涉术复原模进行了像复原实验。已知该双星两成员具有相同的光亮度, 均为 8.1^m (m 为星等), 亮度适中; 且它们的光谱型相同, 均为 F7V, 可避免因光谱型差异造成的测量误差; 角距为 $0.2''$ 左右(见星表^[6]), 在 1 米口径望远镜的理论分辨率内, 因此该目标适宜作为检验复原精度的标准目标。实验的观测条件是: 1995 年 8 月 1 日夜观测时的大气视宁度参数 r_0 约为 10 cm, 在云南天文台 1 米口径望远镜上观测, 终端接 2 维光子计数斑点像探测系统^[7], 使用 486/66M 微机 (2G 存储空间) 记录和处理数据, 光学系统的滤光器中心波长为 530 nm, 波带宽为 50 nm, 等效焦长为 125 m, 每幅斑点图曝光时间为 $(1/50)$ s, 观测的目标和参考星斑点图各为 3000 幅和 2496 幅。图 3 为其复原像, 对复原像的测量结果是: 双星两成员

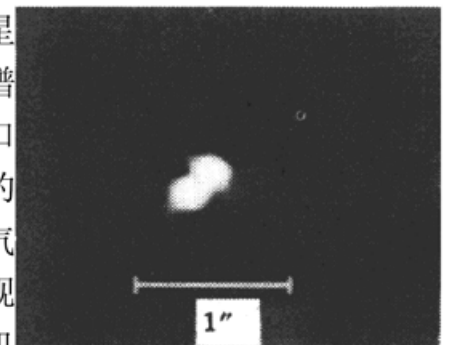


Fig. 3 The reconstructed image of binary ADS16800 by phase recurring

的强度比为 $0.90 \sim 1.00$, 角距为 $0.17''$ (星表预测值为 $0.23''$), 经经典的斑点干涉术验证, 实测值正确可信。测量结果表明已具有很高的复原精度, 强度比的误差是由相位递推中的误差积累所引起的。

4 相位递推中的误差积累问题及迭代区域限定的最小二乘方像复原法

尽管为消除由大气视宁度差产生的观测误差,为消除由探测系统引入的光子噪声、附加噪声和其它非线性因素产生的复杂误差,采取了各种非常有效的手段,但最终得到的目标重谱中仍然不可避免地存在着剩余误差。当用上述递推方法复原相位时,将导致由低频到高频的误差积累而使高频相位信噪比变坏,而高频部分正是高分辨率成像感兴趣的部分,因此计算中应认真控制误差传递和积累。为此提出的几种递推用最小二乘法^[8,9],由于都存在计算量太大和收敛性问题,而尚未在微机上应用于天文目标。本文的计算中使用了 Hofmann 等人 1993 年提出的非线性最小二乘算法: 砖砌法(Building block)^[10],它抛开了递推过程,因此不存在误差的传递和积累问题。

砖砌算法是一个反复迭代过程,它用已消除了各种噪声偏差后的目标重谱 $O^{(3)}(u, v)$ 作为判断迭代过程收敛的标准,每次在空间域中的某处加入一个峰值为 1 的望远镜衍射受限点扩展函数(以下简称为点扩展函数) $t(x)$, 得到一幅新图,变换到傅里叶域中计算该新图的 4 维重谱,表为 $O^{(3)}(u, v, x')$, 其中 x, x' 均为 2 维空间坐标变量,把它与目标重谱之间在整个频谱上差的平方作为判断迭代过程收敛的“目标函数” $d(x')$, 看其是否为最小。上述过程可表为: 第 k 次得到的对目标的估计 $o_k(x)$ 是 k 个点扩展函数之和:

$$o_k(x) = \sum_{m=1}^k t(x - x_m) \quad (5)$$

其中 $t(x - x_m)$ 表示已被加上的第 m 个点扩展函数, x_m 为其 2 维空间坐标。第 $k+1$ 次迭代是在其上的某位置 $x = x'$ 处加一个点扩展函数,得到:

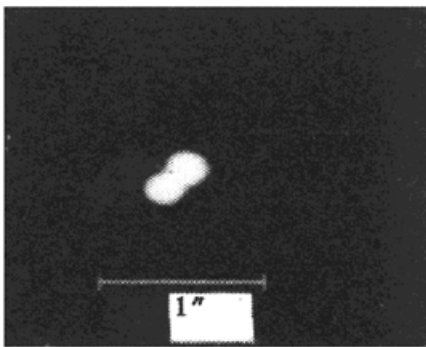
$$o_{k+1}(x, x') = o_k(x) + t(x - x') \quad (6)$$

然后判断 x' 的选择是否能使“目标函数”

$$d_{k+1}(x') = \iint |O_{k+1}^{(3)}(u, v, x') - O_{k+1}^{(3)}(u, v)|^2 dudv \quad (7)$$

为最小,其中 $O_{k+1}^{(3)}(u, v, x')$ 为 $o_{k+1}(x, x')$ 的重谱;若非最小,则弃之,继续迭代。当 $d_{k+1}(x')$ 收敛到某个合理值时终止迭代,也就得到了目标的复原像。采用该法的每个迭代循环都要在空域和频率域中交替计算,特别是重谱的计算耗时较多,并在图像范围内搜索每个像元,故计算时间很长。

为了在微机上实施上述方法,所用的目标重谱仍然仅是进行相位递推时用到的重谱近轴



子平面区;为了减少计算时间,提出如下迭代区域限定法: 1) 用相位递推法和斑点干涉术得到的目标复原像确定出目标像所在的位置和范围(对于较简单的目标,用斑点干涉术得到的目标自相关即可得出目标的范围),以此位置为中心划定一个约 2 倍于目标范围的区域作为迭代区 σ , 仅在此区域内投放点扩展函数,因此大大减少了投放的盲目性,省去了大量的计算; 2) 在傅里叶域内仍按原图大小计算重谱,方能与目标重谱相比。用该法对双星目标 ADS 16800 进行了实验,图 4 为复原像,定出的 σ 仅为 16×16 像元的范围,而非 128×128 像元,从而大大减小了计算量,并且像复原精度比递推法又有所提高,两成员亮度比为

Fig. 4 The reconstructed image of binary ADS16800 by building block

0.94 · 1.00, 角距仍为 0.17"。

同夜观测的另一双星目标 ADS16173, 所用目标和参考星斑点图各为 3000 和 2535 幅, 图 5 为用相位递推法得到的复原像, 实测两成员亮度比为 0.50 · 1.00; 图 6 为用迭代区域限定最小二乘方法得到的像复原结果, 测得亮度比为 0.55 · 1.00, 而星表给出值为 0.60 · 1.00, 实测的两成员角距为 0.48" (此值与星表预测值相同)。可见用迭代区域限定的最小二乘方法的像复原精度又有所提高, 可作为一个观测结果。图 1 到图 6 中的标尺的单位是 0.045"/像元, 每幅图的大小为 128 × 128 像元。

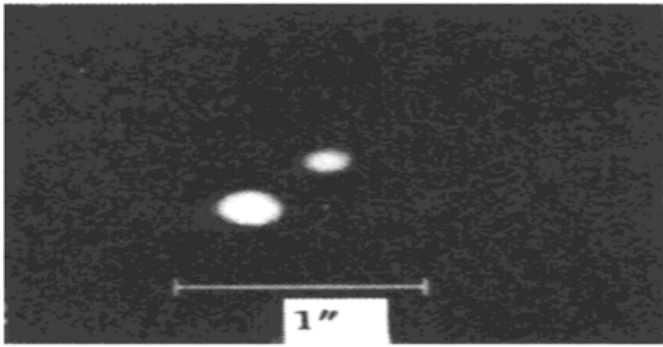


Fig. 5 The reconstructed image of binary ADS16173 by phase recurring

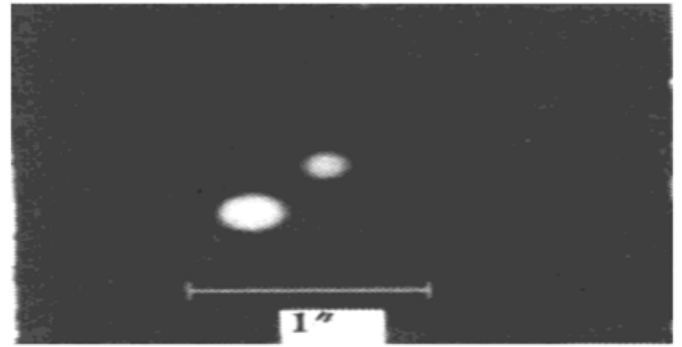


Fig. 6 The reconstructed image of binary ADS16173 by building block

在砌砖法中, 若把“目标函数”的标准定得更为严格, 迭代次数将增加, 复原精度还将进一步提高。该方法的复原精度还取决于目标重谱的精度, 必须首先认真改正各种噪声引起的重谱偏差, 上述复原实验结果仍有少量误差, 就是目标重谱中残存的噪声所致。

结 语 本文讨论了作为斑点掩模法核心的相位复原问题, 用适当的递推区域和路径, 给出了可在微机上实现斑点掩模法像复原的运算方法, 用尽可能少的计算获得信噪比好的结果; 用相位复矢量代替相位角进行递推, 可解决相位缠绕问题。用砌砖法可避免相位递推过程的误差积累问题; 用迭代区域限定法, 可按目标成员分布情况划定一相应缩小的点扩展函数投放区, 将大大减少计算量, 实验结果使像复原精度又有明显提高。

实验表明, 由于这些方法的采用, 可用微机进行斑点掩模法的数据处理, 且得到了较高精度的像复原结果, 从而使斑点掩模法向实用化迈进一步。

参 考 文 献

- [1] Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analyzing speckle patterns in star images. *Astron. Astrophys.*, 1970, **6**(1): 85~ 97
- [2] Lohmann A W, Weigelt G P, Wirtitzer B. Speckle masking in astronomy: correlation theory and application. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 4028~ 4037
- [3] Bartelt H, Lohmann A W, Wirtitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18): 3121~ 3129
- [4] Korff D. Analysis of a method for obtaining near diffraction limited information in presence of atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**(8): 971~ 980
- [5] Meng J, Aitken G J M. Phase errors in near-axis bispectral stellar image reconstruction. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(6): 1736~ 1747
- [6] 阎林山, 储大元, 潘大钊. 736 对目视双星历表和视轨道总表. 上海: 上海科学技术出版社出版, 1985.

286

- [7] 卢汝为, 王 锋, 楼 柯等. 云南天文强新型斑点像探测系统. 云南天文台台刊, 1998, (1) : 59~ 64
- [8] Haniff C A. Least-squares Fourier phase estimation from the modulo 2π bispectrum phase. *J. Opt. Am. (A)*, 1991, **8**(1) : 134~ 140
- [9] Takajo H, Takahashi T. Least-squares phase recovery from the bispectrum phase: an algorithm for a two-dimensional object. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, **8**(7) : 1038~ 1047
- [10] Hofmann K -H, Weight G. Iterative image reconstruction from the bispectrum. *Astr on. Astrophys.*, 1993, **278**(1) : 328~ 339

Phase Recovery Methods in Speckle Masking and Image Reconstruction Experiment

Liu Zhong Qiu Yaohui Lou Ke Lu Ruwei

(Yunnan Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Yunnan 650011)

(Received 18 November 1997; revised 8 April 1998)

Abstract The serious disturb caused by atmosphere turbulence can be eliminated effectively and the astronomical image reconstruction with the diffraction-limited resolution of the telescope can be achieved by the spectrum masking. The key problem is to recover Fourier phase spectrum. Some actual problems that will be faced when to recover object phase spectrum from the bispectrum with a micro-computer are discussed, including the huge information of the bispectrum contradict the limited storage space of the micro-computer; the area and the path of phase recurring; phase wrapping and error accumulating in phase retrieving from the bispectrum. The corresponding methods used to solve these problems and the experimental result of image reconstruction for astronomical objects are given respectively.

Key words bispectrum, phase, image reconstruction.