

# 生物光子图像的探测概率和极限\*

王苏生

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

**摘 要** 分析了生物超微弱发光的光子图像特点, 从而看出对光子图像进行统计研究的必要。讨论了生物超微弱发光的统计分布, 分析了生物超微弱发光在光子成像系统中的探测概率和光子图像的探测极限。

**关键词** 生物超微弱发光, 光子图像, 探测概率, 探测极限。

生物的超微弱发光可以认为是生物体内低水平的化学发光, 其发光极弱, 仅有  $10 \sim 10^4$  photon/cm<sup>2</sup> · s。虽然生物超微弱发光极弱, 但和新陈代谢密切相关, 因此在生命科学、医学、农业、环保方面都十分关注生物超微弱发光的探测和应用。

80年代中发展起来的光子计数成像系统有极高的灵敏度, 原理上可探测到单个光子及其空间位置, 因此可以探测到极弱的生物发光的光子图像。本课题组建立了光子计数成像系统, 探测了植物、动物和人手的超微弱发光的光子图像。光子图像和通常的图像有很大的不同。本文分析了生物光子图像的特点, 根据这些特点, 进行了光子图像的统计研究。

## 1 生物光子图像的特征

光子图像是由空间和时间都不连续的离散光子计数点组成, 开始时少量的光子计数点似乎随机出现在像面上。随着时间积分, 计数点增加, 最后形成某种统计分布。这种光电子计数统计分布反映了物光场的光子统计特性。

用  $f(x, y)$  表示物函数, 经系统后成像,  $g(x', y')$  为像函数, 可用卷积表示其关系

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y; x', y') \quad (1)$$

$h$  为系统的点扩散函数。在光子计数成像系统中, 物光场极弱, 光点成离散状, 则有

$$g(x, y) = \sum \sum f(x, y) h(x - x', y - y') \quad (2)$$

此式可用矩阵表示为

$$g = Hf \quad (3)$$

在超微弱发光的探测中, 若把物函数和像函数用同一坐标系来比较, 可发现还叠加了噪声分布函数  $n(x', y')$ , 则有

\* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-02-26

$$g = Hf + n \quad (4)$$

点扩散函数反映了系统的畸变, 是确定的函数, 可以预知。而噪声  $n$ , 只知统计特性而无法得到确定的噪声值。图 1 是叠加了噪声的绿豆芽发光的光子图像。

对发光较强的生物可得到光子计数点较多的大样本光子图像。像面上虽然也有噪声计数点的分布, 但仍可看出物函数的基本特征。对发光量极弱的小样本生物光子图像, 信号光子计数淹没在噪声计数分布中。离散的光子计数点限制了信号的置信度, 若不经处理, 很难直接提取物函数信息。

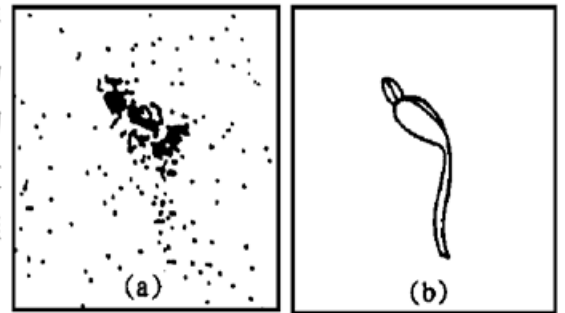


Fig. 1 The image of ultra-weak bioluminescence emitted from a sprouting mung bean (a) and its outline (b)

植物超微弱发光强于动物超微弱发光一个量级以上<sup>[1]</sup>, 生长旺盛的部位发光更强, 如种子的萌芽处、植物的生长点<sup>[2]</sup>。对这些发光探测的光子图像, 只要有一定积累时间, 便可得到常规意义下看不见的生物发光图像。但当探测 Ca 离子在细胞生理过程中的活动及分布、活性氧爆发等过程中产生的生物超微弱发光图像时, 只能得到小样本光子图像。对这些小样本光子图像, 原有的图像处理方法已不适用, 目前国内外尚未见其他处理报道, 而这些过程都是医学、生命科学中重要的研究过程。本课题组已经用统计理论分析检验了小样本光子图像中是否存在信号光子<sup>[3, 4]</sup>, 并用统计理论判别出某些噪声计数点, 剔除某一部分噪声, 以提高信噪比, 改进光子图像质量<sup>[5]</sup>。以下将分析用光子成像系统探测生物超微弱发光的探测概率及光子图像的探测极限。

## 2 生物发光的统计分布

若固定光强  $I(t)$  照射在光电阴极上, 被激发出的光电子彼此独立, 发射过程遵从泊松分布随机点过程规律。而当入射光强  $I(t)$  是随机的, 这样的过程称为双重随机泊松点过程。生物超微弱发光是极弱的发光事件, 具有极大的随机性。因此对其探测属于双重随机泊松点过程, 遵从 Mandel 公式<sup>[6]</sup>:

$$P(n, t) = \int_0^{\infty} [(\alpha w)^n / n!] \exp(-\alpha w) P_w(w) dw \quad (5)$$

其中  $w = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$  称为光强  $I(t)$  在时间  $[t_1, t_2]$  内的积分强度。 $\bar{n} = (\alpha w)$  为泊松分布的期望值。

$\alpha$  是一个和量子效率相关的数值。 $P_w(w)$  为泊松随机变量  $w$  的概率密度, ( $\alpha$  表示入射光场的性质)。由上式可知, 如果已知入射光场的概率密度  $P_w(w)$ , 则可求出光电子计数分布, 也可计算出激发  $n$  个光电子的概率。实际上可以用光子成像器件测出生物超微弱发光的光电子计数分布, 然后反过来求得入射光场。关于这一点, 已经有实验测出, 生物发光在  $T$  时间内探测到的光电子是服从泊松分布的<sup>[7]</sup>,

$$P(k) = (\lambda_s^k / k!) \exp(-\lambda_s) \quad (6)$$

其中  $\lambda_s$  为光电子的期望值(单位为光电子数)。

### 3 光子成像系统的探测概率和探测极限

#### 3.1 理想探测系统的探测概率和探测极限

光子成像系统的灵敏度极高。原理上可以探测到单个光子,但是实际上受到噪声限制。探测系统的噪声包括:信号自身的量子噪声、环境的背景噪声、探测器的暗噪声和热噪声。现在假设有一系统,除了信号的量子噪声外克服了所有的噪声,在此定义为理想探测系统。在理想探测系统中,对生物超微弱发光的探测极限,可通过误测概率  $P_e$  来讨论。可认为在允许的误测概率下能探测到的最小功率为探测极限。误测概率包括对信号产生的漏警概率  $P_{10}$  和对噪声产生的虚警概率  $P_{01}$ 。理想探测系统中除了量子噪声外无其他噪声,所以  $P_{01} = 0$ , 只有漏警概率  $P_{10}$ , 因此  $P_e = P_{10}$ 。由于生物光子服从泊松分布,有信号入射但一个光电子也没有探测到的概率为  $P(0) = \exp(-\lambda_s)$ , 所以

$$P_e = P_{10} = P(0) = \exp(-\lambda_s) \quad (7)$$

这就是理想探测系统的误测概率。在没有上甄别电路的探测系统中可以探测到 1 个光电子,也可以探测到 2 个以上的光电子。系统的探测概率为

$$P = P(1) + P(2) + \dots = 1 - P_e \quad (8)$$

若给出允许的误码率为  $A$ , 则  $P_e = \exp(-\lambda_s) = A$ , 可以解出  $\lambda_s = -\ln A$ , 这就是最小可探测功率,即系统的探测极限。

#### 3.2 实际探测系统的探测概率

实际探测系统中在经过严格的光屏蔽和致冷后,消除了大部分噪声。但除量子噪声外还可能存在少量残存的背景噪声和暗噪声,如样品中杂质产生的发光、泄漏的激发光、系统中光学元件的荧光等等。这些少量的噪声可用泊松分布来表示

$$P(k) = (\lambda_n^k/k!) \exp(-\lambda_n) \quad (9)$$

$\lambda_n$  为噪声期望值。可以求出噪声引起的虚警概率  $P_{01}$

$$P_{01} = P(1) + P(2) + \dots = 1 - P(0) = 1 - \exp(-\lambda_n)$$

实际探测系统的误测概率为

$$P_e = P_{01} + P_{10} = 1 - \exp(-\lambda_n) + \exp(-\lambda_s) \quad (10)$$

为使实际探测系统有较好的灵敏度,就须尽量压低噪声,在极限情况下趋向理想探测系统。

### 4 生物光子图像的探测极限

在小样本光子图像探测中,若能从图像中取得有用的信息,至少需要有  $m_s$  个光子计数点,那么至少需要  $m$  个光子到达光电阴极,

$$m = m_s/(\eta P) = m_s/[\eta(1 - p_e)] \quad (11)$$

其中  $\eta$  为量子效率,  $(1 - P_e)$  为探测概率。

现在作如下假设,若光子图像面积为  $Z$ , 其中均匀分布的噪声计数点为  $m_n$ , 信号只出现在其中的 1/2 面积中,信号光子计数点为  $m_s$ , 令

$$\begin{aligned} x &= m_s + m_n \\ y &= \frac{m_s + 0.5m_n}{0.5m_n} \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $x$  表示光子图像总计数点,  $y$  表示信号面积中计数点与无信号面积中计数点的比, 根据

文献[4]中计算机模拟 300 次得出数据, 经上述变换, 可以作出图 2。图 2 表示在小样本光子图像中能够检验出信号时的信噪比  $y$  与图像总计数点  $x$  的关系。例如当总光子计数为 2000 时, 信噪比必须大于 1.4, 当计数点小于 200 时, 要求的信噪比迅速上升, 以至小样本光子图像很难实现。当  $x = 250$  时,  $y = 2.8$ , 由(12)式可解出  $m_s = 118.4$ , 根据(11)式可求出需要到达光电阴极的光子数  $m$ 。所以, 根据不同的具体条件可以求出光子图像的探测极限。

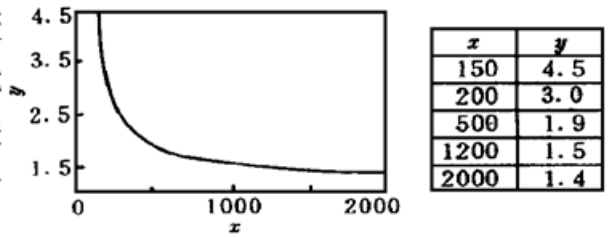


Fig. 2 The relation between ratio of signal to noise  $y$  and total count of image  $x$

**结 论** 提出了生物超微弱发光光子图像的特点, 说明了对光子图像统计研究的必要性; 分析了生物超微弱发光的统计分布, 讨论了生物超微弱发光在光子成像系统的探测概率和探测极限。实际系统的探测受噪声影响, 当噪声趋于零时, 实际探测系统和理想探测系统一致; 分析了能够提取有用信息的光子图像的探测极限。这些工作对深入认识光子图像、实验设计及光子图像处理提供了依据。

### 参 考 文 献

- [1] Popp F A, Warnke U, Koning H L *et al.*. *Electromagnetic Bio-Information*. Germany: Urban & Schwarzenberg. 1989. 140~ 141
- [2] Tsuchiya Y. Photo-counting imaging acquisition system and its applications. *J. Imaging Technology*. 1985, **11**(5) : 215~ 220
- [3] 陈天明, 俞 信, 王苏生. 超微弱生物发光图像中的统计检验. *光学学报*, 1996, **16**(6) : 806~ 811
- [4] 陈天明, 俞 信, 王苏生. 光子图像统计检验的计算机模拟. *光电工程*, 1996, **23**(4) : 22~ 26
- [5] 陈天明, 俞 信, 王苏生. 超微弱发光图像的统计处理方法. *光学学报*, 1996, **16**(8) : 1152~ 1156
- [6] Goodman J W. *Statistical Optics*. New York: John Wiley & Sons Inc. Publication, 1985. 465~ 523
- [7] Popp Fritz-Albert. *Recent Advances in Biophoton Research and It's Application*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Ltd, 1992. 1~ 45

## The Detecting Probability and Limit of Bioluminescence Image

Wang Susheng

(Department of Opto-Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 26 February 1998)

**Abstract** The statistical criterion to decide whether there is signal burying in noise has been analyzed, and the statistical processing method of photon image has been studied to increase the  $s/n$  ratio. Image quality is improved. The probability of detection of ultra-weak bioluminescence in the photon count imaging system and limit of detection of photon image are discussed.

**Key words** ultra-weak bioluminescence, photon image, probability of detection, limit of detection.