

叠合高斯光场研究

刘 艺 王仕

(电子科技大学应用物理系, 成都 610054)

摘 要 高斯光场对称分割叠合可获得大范围光强均匀的叠合光场。详细计算分析了一维叠合光场的光强均匀性、光能利用率、平均光强等指标与叠合度 k 之间的曲线关系, 并与同等条件的高斯光场进行了比较。结果表明, 在 $k = 0.540$ 时, 叠合的高斯光场可获得相当良好的均匀分布, 同时, 光能利用率和平均光强为同等条件的高斯光场的 1.35 倍。

关键词 高斯光场, 叠合光场, 光强均匀性, 光能利用率。

1 引 言

高斯光场是现有激光器产生的光场最普遍的分布形式。其振幅呈高斯分布, 不可避免地引起了光场强度的不均匀。对于大视角大场面的全息记录, 光场强度的均匀性则是需要考虑的重要方面^[1]。

本文作者曾针对彩虹全息标识的散射狭缝光场, 提出了叠合光场的概念^[2], 指出它能形成较均匀的光强分布。本文进一步对叠合光场进行研究, 详细计算分析了一维叠合光场的光强均匀性、光能利用率、平均光强等指标与叠合度 k 之间的关系。

2 高斯光场及其叠合的分析

基模高斯光束光斑随坐标变化的规律可以表示为^[3]:

$$A(r, \theta, z) = U_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp[-r^2/\omega^2(z)] \quad (1)$$

式中 ω_0 是高斯光束的束腰半径, $\omega(z)$ 是光束在 z 处的半径, U_0 表示光束振幅。

由(1)式可见, 高斯光场振幅分布相对于光轴成旋转对称, 由于全息记录大多是在某一确定的 $z = z_0$ 的垂直光束截面处: $\omega(z) = \omega(z_0) = \text{常数}$, 因此一维高斯光场可表达为:

$$A(x) = a \exp(-x^2/b^2), \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (2)$$

式中 $a = U_0 \omega_0 / \omega(z_0)$, 为光场在 $z = z_0$ 处的振幅; $b = \omega(z_0)$, 是光场在 $z = z_0$ 处的光束半径; 当全息记录面确定, 即 $z = z_0$ 确定时, 系数 a 、 b 都是确定的。

从(2)式可以看出, 高斯光场的分布是无限的。但全息记录只能利用光场的确定的一部分。在所需要的区域内, 希望光场的光强均匀、对光场的光能利用率高。令 k 表示所需区域半

径与此时光束半径 b 的比值, 则一维所需区域为 $[-kb, kb]$ 。对于高斯光场, 全息记录需要的这个区域显然是光场的亮度较高、光强较均匀的中心部分。而对于叠合光场, 所需区域应为光场叠合的区域。这可以通过普通的反射器件和巧妙的光路设计, 将高斯光场 O 从中心对称分割为 O_1 和 O_2 , 再分别移动 O_1 和 O_2 到区域 $[-kb, kb]$, O_1 和 O_2 在区域 $[-kb, kb]$ 的叠合即形成叠合光场^[2]。移动后 O_1 和 O_2 表达为:

$$\left. \begin{aligned} A_1'(x) &= a \exp[-(x - kb)^2/b^2], & x \in (-\infty, kb] \\ A_2'(x) &= a \exp[-(x + kb)^2/b^2], & x \in [-kb, +\infty) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, k 即代表了光场叠合范围与此时光束半径 b 之比, 简称为光场叠合度。 O_1 和 O_2 的光能之和可用下式估算:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{kb} I_1'(x) dx + \int_{-kb}^{+\infty} I_2'(x) dx = \\ & \int_{-\infty}^{kb} a^2 \exp[-2 \frac{(x - kb)^2}{b^2}] dx + \int_{-kb}^{+\infty} a^2 \exp[-2 \frac{(x + kb)^2}{b^2}] dx = \\ & \int_{-\infty}^0 a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi + \int_0^{+\infty} a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) dx \end{aligned} \quad (4)$$

由(4)式可见, 叠合光场整体的光能与入射的高斯光场的光能是相等的。但在全息记录所需要的 $[-kb, kb]$ 区域内, 二者的光能利用率将出现较大的差别:

$$\begin{aligned} & \int_{-kb}^{kb} I_1'(x) dx + \int_{-kb}^{+kb} I_2'(x) dx = \\ & \int_{-kb}^{kb} a^2 \exp[-2 \frac{(x - kb)^2}{b^2}] dx + \int_{-kb}^{+kb} a^2 \exp[-2 \frac{(x + kb)^2}{b^2}] dx = \\ & \int_{-2kb}^0 a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi + \int_0^{+2kb} a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi = \\ & \int_{-2kb}^{+2kb} a^2 \exp(-2 \frac{\xi^2}{b^2}) d\xi = \int_{-2kb}^{+2kb} I(x) dx \end{aligned} \quad (5)$$

由(5)式可见, 叠合光场在 $[-kb, kb]$ 区域的光能等于高斯光场在 $[-2kb, 2kb]$ 区域的光能, 它的光能利用率比高斯光场更高。下面再来分析光场的光强均匀性。

需要指出, 光场 O_1 和 O_2 是相干的, 叠合光场的光强分布与 O_1 和 O_2 的具体干涉图景相关。但在利用散射狭缝光场的全息记录中, 再现光场均匀的效果依赖于人眼的观察, 只要人眼难以分辨相干产生的条纹, 叠合光场的光强在人眼分辨范围的效果可以认为是 O_1 和 O_2 光强的简单叠加。以平行光入射考虑, 两束平行光干涉所形成的条纹间距为:

$$d = \lambda/2 \sin(\beta/2)$$

式中 β 为二光束夹角。人眼在明视距离处的分辨极限约等于 $5 \mu\text{m}$, 以波长为 $0.633 \mu\text{m}$ 的氦氖激光为例计算, 人眼在明视距离处要形成可分辨条纹需要 $\beta \leq 7.26^\circ$, 而实验记录时的 β 角一般都在 $30^\circ \sim 60^\circ$, 远大于这个数值。因此, 人眼实际观察不到由 O_1 和 O_2 引起的干涉条纹。

综上所述,由 O_1 和 O_2 叠合光场的光强在进行数值计算时仅考虑区域 $[-kb, kb]$, 并可简单表示为:

$$I'(x) = A_1^2(x) + A_2^2(x) = a^2 \{ \exp[-2(x - kb)^2/b^2] + \exp[-2(x + kb)^2/b^2] \}, \quad x \in [-kb, +kb] \quad (6)$$

3 叠合光场的数值计算分析

叠合光场范围的取值是同时与 k 和 b 相关的, 通过改变对光束的记录位置即坐标 z , 增大 b 值, 可以在全息记录时获得足够大的光场区域。因此, 入射光场光能利用程度主要体现为光场叠合度 k 的取值, k 越大, 叠合光场光能利用率将越高。与此同时, k 与光场均匀性是密切相关的。对于确定 b 的光场区域 $[-kb, kb]$, 若使用高斯光场, k 值大, 光场的光能利用率高, 但均匀性较差; k 值小, 光场均匀性较好, 但光能利用率较低。对于叠合光场, 则可以找到一个光能利用率既高、光强均匀性又好的 k 值。

为了考察 k 的取值对高斯光场和叠合光场的光强的影响, 根据(2)式、(3)式、(5)式、(6)式, 对不同 k 时区域为 $[-kb, kb]$ 的叠合光场的光强均匀度、光能利用率、平均光强等情况进行了计算机模拟计算, 并计算了相同区域的高斯光场的情况, 计算结果依次示于图 1 至图 4。图中各点的值是计算机在相应的 $[-kb, kb]$ 内均匀间隔取样 1000 次计算的结果, 计算中将各式中的 a 归一化, 取 $a = 1$; 同时, 由于光斑半径 b 是一个相对的量值, 主要考虑的是 k 值的变化, 计算中还取 $b = 1$ 。

图 1 是对 $[-kb, kb]$ 区域内光强均方差 σ 的计算结果, 曲线 1 和曲线 2 分别是高斯光场和叠合光场的结果。图 2 是 $k = 0.200 \sim 1.000$ 间隔 0.050 取值时, 叠合光场的光强分布。

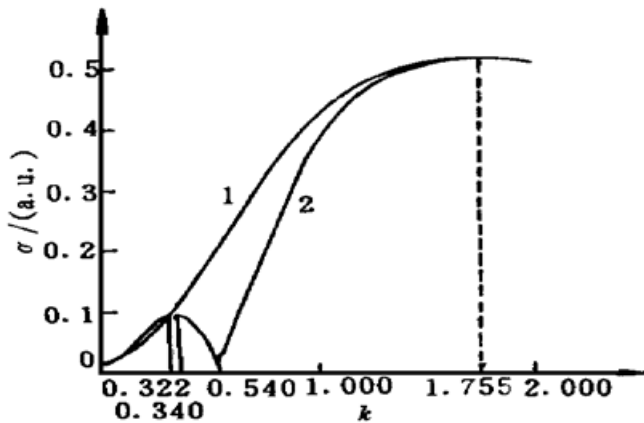


Fig. 1 The relation curve of k with σ . (a) Gauss field, (2) Overlapped field

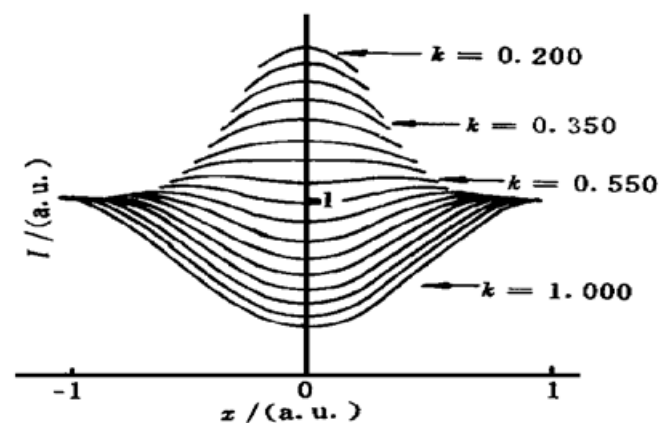


Fig. 2 The intensity distribution of overlapped field while $k = 0.200 \sim 1.000$ by step of 0.050

从图 1 和图 2 可见, $k < 0.322$ 时, 叠合光场的光强起伏比等范围的高斯光场还稍大一些; 在 $k > 0.322$ 后, 叠合光场的光强均匀性均好于高斯光场; 在 $k = 0.340$ 附近均方差曲线出现拐点, 光强均匀性开始增大; 在 $k = 0.540$ 附近, σ 曲线存在极小值点, 此时叠合后获得的光强均匀性最好, 大大好于等条件的高斯光场; 在 $k > 1.000$ 之后, 两条曲线逐步重合, 此时的叠合光强曲线类似于一个倒置的高斯光强曲线; 而在 $k > 1.755$ 之后, 两条曲线都由上升转为下降, 显示两种光场均匀性随 k 值增大而变好, 这实际上是由于此时光场的光能已基本不再随所取光场范围增大而增大, 光场大量处于“黑暗”状态造成的, 并不具有实用意义。

由(4)式可知, $x \in (-\infty, +\infty)$ 时高斯光场和叠合光场的光能和平均光强都将相同。在

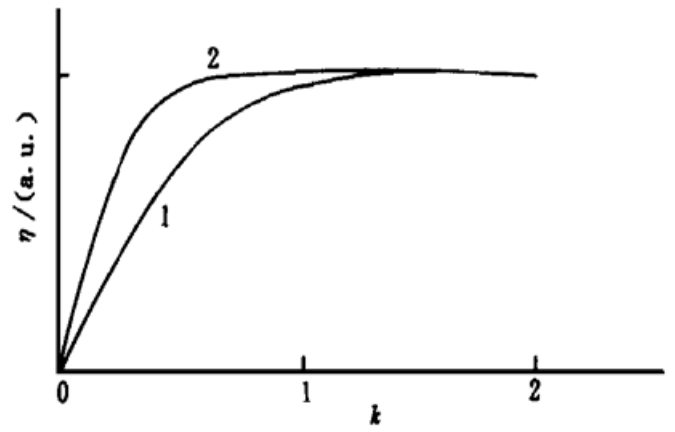
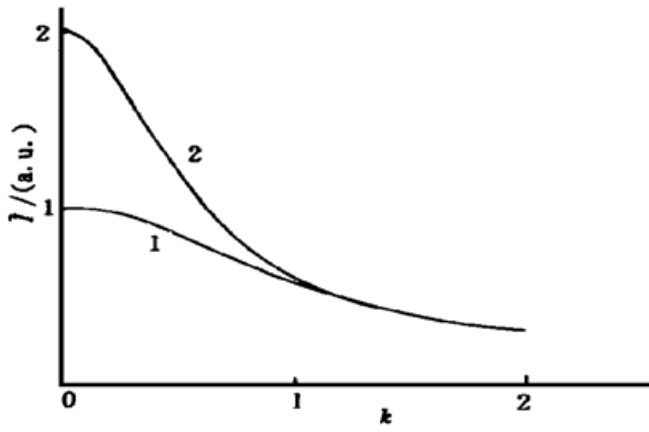


Fig. 3 The relation curve of I with k . 1: Gauss field, 2: Overlapped field

Fig. 4 The relation curve of η with k . 1: Gauss field, 2: Overlapped field

$[-kb, kb]$ 区域, 平均光强与 k 值关系曲线如图 3 所示, 叠合光场在 $k > 1.000$ 后的平均光强与高斯光场也相差不大; 但在 $k < 1.000$ 时, 平均光强却比高斯光场大得多, 最后几乎是高斯光场的 2 倍。由 (5) 式可知, 这实际上是由于叠合光场同时利用 O_1 和 O_2 , 使高斯光场 O 的有效利用范围从 $[-kb, kb]$ 扩大到 $[-2kb, 2kb]$ 引起的。因此, 与高斯光场相比, 叠合光场大大提高了使用范围的平均光强和光能利用率, 图 4 中的光能利用率曲线也同样地反映了这一点。

表 1 中列出的是对应图 1~ 图 4 的各项参数的叠合光场和高斯光场的一些具体数据。其中, 光强都是相对的值。可以看出, 叠合光场确实在光能利用率和平均光强方面优于高斯光

Table 1. The homogeneity and efficiency of Gauss and overlapping light fields with different k while $a = 1, b = 1$

value of k		2.000	1.755	1.000	0.540	0.450	0.340	0.322	0.1000
overlapping light field	total optical intensity	1.2535	1.2535	1.2532	1.2147	1.2633	1.0359	1.0055	0.3896
	intensity homogeneity	0.4970	0.5006	0.3652	0.0126	0.0560	0.0809	0.0803	0.0157
	average optical intensity	0.3133	0.3571	0.6266	1.1248	1.2925	1.5234	1.5613	1.9479
	utilization ratio of luminous energy/%	100.00	100.00	99.97	96.90	92.80	82.64	80.22	31.08
Gauss light field	total optical intensity	1.2532	1.2528	1.1963	0.9022	0.7919	0.6313	0.6021	0.1987
	intensity homogeneity	0.4970	0.5002	0.4083	0.1939	0.1445	0.0886	0.0802	0.0084
	average optical intensity	0.3133	0.3569	0.5982	0.8354	0.8799	0.9284	0.9350	0.9934
	utilization ratio of luminous energy/%	99.97	99.94	95.44	71.97	63.18	50.36	48.03	15.85

场; 在光强均匀性方面, $k = 0.540$ 时, 叠合光场的光强均方差最小, 光强均匀度令人满意。计算可知, 此时的叠合光场的光能利用率和平均光强都是高斯光场的 1.35 倍。因此, 这个叠合度值对于大范围的全息记录是具有实际意义的。

参 考 文 献

- [1] 王仕 , 刘 艺. 简单多效的二维彩虹全息标识记录. 电子科技大学学报, 1997, 26(6) : 138~ 142
- [2] 王仕 , 刘 艺. 散射狭缝光场大范围均匀性研究. 中国激光, 1998, A25(9) : 822~ 824
- [3] 阎吉祥, 魏光辉, 哈流柱等. 矩阵光学, 北京: 兵器工业出版社, 1995. 63~ 64

Study on the Homogeneity of Overlapped Gauss Field

Liu Yi Wang Shifan

(University of Electronic Science & Technology of China, Department of Applied Physics, Chengdu 610054)

(Received 20 October 1997; revised 6 May 1998)

Abstract The overlapped Gauss field can get large-range homogeneous field. The overlapped 1-D Gauss field is carefully analyzed and compared with general Gauss field in the intensity homogeneity, utilization ratio of luminous energy and average optical intensity. The analysis results show that a well homogeneous overlapped Gauss field intensity is gotten with satisfactory utilization ratio of luminous energy.

Key words Gauss field, overlapped field, homogeneity, utilization ratio of luminous energy.