第 19 卷　第 6 期
1999 年 6 月
光　学　学　报
ACTA OPTICA SINICA
Vol. 19, No. 6
June, 1999

在光纤零群速色散区传输的光孤子波*

刘山亮
(聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059)

摘　要　通过对超短光脉冲在单模光纤中传输方程的分析研究, 给出了在零群速色散区传输方程的亮、暗孤波解。结果表明, 超短光脉冲在光纤的零群速色散区仍能以亮、暗孤波的形式传输, 且不存在孤子自频移现象。这对实现超短光脉冲在光纤中的长距离稳定传输和超高码率的光孤子通信系统具有重大的意义。

关键词　超短光脉冲,　孤子波,　零群速色散。

1　引　　言

在线性光纤数字通信系统中, 限制高数码率数字脉冲长距离传输的主要因素是光纤的损耗和色散。光纤通信系统从 0.85 μm 的多模光纤系统至 1.3 μm 的零色散单模光纤系统, 再到 1.5 μm 的最低损耗单模光纤系统的发展过程正是降低或克服损耗及色散对光信号脉冲长距离传输限制的过程。光纤损耗在 1.55 μm 波长已降到接近理论极限值; 另一方面, 随着光纤放大器的商用化, 光纤损耗已不再是限制光纤通信系统性能提高的主要障碍, 色散便成为光纤通信系统性能继续提高的主要障碍。光孤子通信就是利用光纤折射率的非线性效应来消除群速色散引起的光脉冲展宽效应, 从而成为极大地提高传输码率和传输距离的有效手段。但是形成孤子脉冲所需要的峰值功率与光纤的群速色散的大小成正比, 与脉冲宽度的平方成反比。随着传输码率的提高和脉冲宽度的减小, 形成孤子的峰值功率越来越高。为了降低孤子脉冲的峰值功率, 人们期望群速色散越小越好, 并对光脉冲在零群速色散光纤中的传输特性作了大量的研究[1~10]。在这些研究中, 都是用三阶色散项代替原来非线性薛定谔方程的群速色散项。研究表明, 在这种情况下不存在稳定的单峰孤子脉冲[1~6]; 在某些条件下可存在稳定的双峰孤子束缚态[10]。但是, 这种双峰孤子束缚态对光通信来说是不适宜的。实际上, 为了实现单道传输速率大小为 100 Gb/s 的光孤子通信, 光孤子脉冲的宽度应在亚皮秒至飞秒范围。对这样窄的脉冲, 三阶色散和高阶非线性效应都必须考虑[11]。其中孤子自频移是影响光孤子脉冲长距离稳定传输的主要因素[12]。然而研究发现[12, 13], 孤子自频移的大小与群速色散成正比。因而在光纤零群速色散区将不会出现孤子自频移, 对亚皮秒至飞秒范围内的光脉冲在光纤零群速色散区中传输特性的研究是一个十分诱人的课题。

*　国家自然科学基金和山东省自然科学基金资助课题。
收稿日期: 1997-09-22; 收到修改稿日期: 1998-04-20

本文对脉宽为亚皮秒至飞秒范围的光脉冲在光纤中的传输方程进行了分析研究，给出了传输方程在零群速色散区中的亮、暗孤波解。结果表明，超短光脉冲在光纤零群速色区仍能以亮、暗孤波的形式传输，对实现超短光脉冲在光纤中的长距离稳定传输具有重要的意义。

2 在零群速色散区的传输方程

皮秒光脉冲在单模光纤中的传输可用非线性薛定谔(NLS)方程描述[14]。然而进一步的研究表明[11~15]，亚皮秒至飞秒范围内的光脉冲在单模光纤中的传输需要用包含三阶色散和高阶非线性项的非线性薛定谔方程

$$\mathrm{i}\left(\frac{\partial q}{\partial z}+k^{(1)}\frac{\partial q}{\partial t}\right)-\frac{1}{2}k^{(2)}\frac{\partial^2 q}{\partial t^2}+\nu_1|q|^2q-\mathrm{i}\frac{1}{6}k^{(3)}\frac{\partial^3 q}{\partial t^3}+\mathrm{i}\nu_2\frac{\partial}{\partial t}(|q|^2q)+\mathrm{i}(\nu_3+\mathrm{i}\nu_4)q\frac{\partial}{\partial t}(|q|^2)=0 \tag{1}$$

描述，式中

$$k^{(n)}=\frac{\partial^n k}{\partial\omega^n}\Big|_{\omega=\omega_0},\qquad n=1,2,3, \tag{2}$$

$$\nu_1=\frac{n_2}{c}\omega_0,\qquad \nu_2=\frac{\omega_0 n_2}{c}\left(\frac{2}{\omega_0}+\frac{2}{h}\frac{\partial h}{\partial\omega}+\frac{\partial n_0}{\partial\omega}\frac{1}{n_0}\right), \tag{3}$$

$$\nu_3=\frac{\omega_0 n_2}{c}\frac{2}{h}\frac{\partial h}{\partial\omega},\qquad \nu_4=0.08\,\frac{\lambda_0(\lambda_0|k^{(2)}|)^{1/2}}{\nu_1 q_0^4\tau_0^3 S_0} \tag{4}$$

式中 q 表示光波电场的慢变包络，z 为沿传播方向的空间座标，t 为时间，λ_0 和 ω_0 分别为光脉冲的中心波长和圆频率，n_0 为光纤纤芯的线性折射率，n_2 为克尔系数，h 是光纤的模场半径，S_0 是光纤模场的面积，q_0 和 τ_0 分别表示光脉冲包络的振幅和宽度。当高阶项的系数 $k^{(3)}=\nu_2=\nu_3=\nu_4=0$ 时，(1) 式便约化成为非线性薛定谔方程。(1) 式中系数 ν_4 的最后一项来源于受激拉曼过程的延迟效应，是孤子自频移现象的起因，是影响超短光脉冲在光纤中长距离稳定传输的致命因素。

在光纤零群速色散区 $k^{(2)}=0$，由(4) 式可见，系数 $\nu_4=0$，于是(1) 式约化为

$$\mathrm{i}\left(\frac{\partial q}{\partial z}+k^{(1)}\frac{\partial q}{\partial t}\right)+\nu_1|q|^2q-\mathrm{i}\frac{1}{6}k^{(3)}\frac{\partial^3 q}{\partial t^3}+\mathrm{i}\nu_2\frac{\partial}{\partial t}(|q|^2q)+\mathrm{i}\nu_3 q\frac{\partial}{\partial t}(|q|^2)=0 \tag{5}$$

(5) 式就是亚皮秒至飞秒范围内光脉冲在光纤零群速色散区的传输方程。由(5) 式可见，在光纤零群速色散区不会出现孤子自频移现象。

3 传输方程的孤波解

为了求得(5) 式的孤波解，设其解具有如下形式

$$q=A(u)\exp[\mathrm{i}(qz+bt)] \tag{6}$$

式中 $u=cz+\eta t$，$A(u)$ 为实函数，a、b、c 和 η 为实参数。把(6) 式代入(5) 式，得

$$-\frac{1}{6}k^{(3)}\eta^3\frac{\mathrm{d}^3A}{\mathrm{d}u^3}+\left(c+k^{(1)}\eta+\frac{1}{2}k^{(3)}b^2\eta\right)\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}u}+(3\nu_2+2\nu_3)\eta A^2\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}u}=0, \tag{7}$$

$$\frac{1}{2}bk^{(3)}\eta^2\frac{d^2A}{du^2}+(\nu_1-\nu_2 b)A^3-\left(a+bk^{(1)}+\frac{1}{6}k^{(3)}b^3\right)A=0,\tag{8}$$

(7) 式对 u 积分, 得

$$-\frac{1}{6}k^{(3)}\eta^3\frac{d^2A}{du^2}+\frac{1}{3}(3\nu_2+2\nu_3)\eta A^3+\left(c+k^{(1)}\eta+\frac{1}{2}k^{(3)}b^2\eta\right)A=0,\tag{9}$$

分别将(8)式和(9)式乘以 $\frac{dA}{du}$, 然后对 u 积分得

$$\left(\frac{dA}{du}\right)^2=-\frac{a_2}{a_1}\left(A^4+\frac{a_3}{a_2}A^2+h\right),\tag{10}$$

$$\left(\frac{dA}{du}\right)^2=-\frac{a_2'}{a_1'}\left(A^4+\frac{a_3'}{a_2'}A^2+h\right),\tag{11}$$

式中 h 为积分常数,

$$a_1=\frac{1}{2}k^{(3)}\eta^2 b,\qquad a_2=\frac{1}{2}(\nu_1-\nu_2 b),\qquad a_3=-a-k^{(1)}b-\frac{1}{6}k^{(3)}b^3,\tag{12}$$

$$a_1'=-\frac{1}{6}k^{(3)}\eta^3,\qquad a_2'=\frac{1}{6}(3\nu_2+2\nu_3)\eta,\qquad a_3'=c+k^{(1)}\eta+\frac{1}{2}k^{(3)}b^2\eta.\tag{13}$$

若取

$$b=\frac{-\nu_1}{2(\nu_2+\nu_3)},\tag{14}$$

$$\frac{-2a-2k^{(1)}b-k^{(3)}b^3/3}{\nu-\nu_2 b}=\frac{6(c+k^{(1)}\eta+k^{(3)}b^2\eta/2)}{3\nu_2+2\nu_3},\tag{15}$$

则有

$$a_{12}=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_2'}{a_1'}=-\frac{3\nu_2+2\nu_3}{k^{(3)}\eta^2},\tag{16}$$

$$a_{23}=\frac{a_3}{a_2}=\frac{a_3'}{a_2'}\tag{17}$$

于是, (10)式或(11)式可以写作

$$\left(\frac{dA}{du}\right)^2=-a_{12}\left(A^4+a_{23}A^2+h\right).\tag{18}$$

(18)式具有亮的或暗的孤波解。

3.1 亮孤波解

当 $h=0$ 时, (18)式约化为

$$\left(\frac{dA}{du}\right)^2=-a_2A^2\left(A^2+a_{23}\right).\tag{19}$$

如果

$$a_{12}>0,\qquad -a_{23}>A^2,\tag{20}$$

(19)式就有如下形式的亮孤波解

$$A(u)=\sqrt{-a_{23}}\,\mathrm{sech}\left(\sqrt{-a_{12}a_{23}}\,u\right).\tag{21}$$

取

$$a=\frac{1}{2}k^{(3)}b\eta^2-\frac{1}{6}k^{(3)}b^3-k^{(1)}b,\tag{22}$$

$$c = \frac{1}{6}k^{(3)}\eta^3 - \frac{1}{2}k^{(3)}b^2\eta - k^{(1)}\eta, \tag{23}$$

并代入(17)式，得

$$a_{23} = \frac{k^{(3)}\eta^2}{3\nu_2 + 2\nu_3}, \qquad a_{12}a_{23} = -1. \tag{24}$$

把(21)～(24)式代入(6)式，得到(5)式的亮孤子解

$$q = \left(\frac{-k^{(3)}}{3\nu_2 + 2\nu_3}\right)^{1/2}\eta\,\mathrm{sech}\,\{\eta[t - k^{(1)}z + \frac{1}{6}k^{(3)}(\eta^2 - 3b^2)z]\} \times$$

$$\exp\{ib[t - k^{(1)}z + \frac{1}{6}k^{(3)}(3\eta^2 - b^2)z]\}, \tag{25}$$

式中 η 为亮孤波时域宽度的倒数，b 为亮孤波相对于中心圆频率 ω_0 的移动，由(14)式给出。

亮孤波解(25)式与非线性薛定谔方程的亮孤子解[4]

$$q = \left(\frac{-k^{(2)}}{\nu_1}\right)^{1/2}\eta\,\mathrm{sech}\,[\eta(t - k^{(1)}z + k^{(2)}bz)] \times$$

$$\exp[ibt - ik^{(1)}bz + i\frac{1}{2}k^{(2)}(\eta^2 - b^2)z]. \tag{26}$$

具有类似的形式。由(25)式和(26)式可见，正如负群速色散($k^{(2)} < 0$)与克尔非线性效应相互平衡形成亮孤子一样，在光纤零群速色散区负三阶色散($k^{(3)} < 0$)和高阶非线性效应相互抵消而形成亮孤波，亮孤波的峰值功率与三阶色散和高阶非线性项系数的比值$|k^{(3)}|/(3\nu_2 + 2\nu_3)$成正比；亮孤波的速度

$$v = [k^{(1)} - \frac{1}{6}k^{(3)}(\eta^2 - 3b^2)]^{-1} \tag{27}$$

与孤波的宽度有关，因而在零群速色散区不存在亮多孤子束缚态。

3.2 暗孤波解

当 $h = \frac{a_{23}^2}{4}$ 时，(18)式约化为

$$\left(\frac{dA}{du}\right)^2 = -a_{12}(A^2 + \frac{1}{2}a_{23})^2. \tag{28}$$

如果

$$a_{12} < 0, \qquad -\frac{1}{2}a_{23} > A^2, \tag{29}$$

(28)式就具有如下形式的暗孤波解

$$A(u) = \left(\frac{-a_{23}}{2}\right)^{1/2}\tanh\left[\left(\frac{a_{12}a_{23}}{2}\right)^{1/2}u\right] \tag{30}$$

取

$$a = -k^{(1)}b - \frac{1}{6}k^{(3)}b^3 - k^{(3)}\eta^2 b, \tag{31}$$

$$c = -k^{(1)}\eta - \frac{1}{2}k^{(3)}\eta^3 - \frac{1}{2}k^{(3)}b^2\eta, \tag{32}$$

并代入(17)式，得

$$a_{23} = -\frac{2k^{(3)}\eta^2}{3\nu_2 + 2\nu_3}, \qquad \frac{1}{2}a_{12}a_{23} = 1. \tag{33}$$

把(30)～(33)式代入(6)式，得到(5)式的暗孤波解

$$q = \left(\frac{k^{(3)}}{3\nu_2 + 2\nu_3}\right)^{1/2} \eta \tanh\left\{\eta\left[t - k^{(1)}z - \frac{1}{6}k^{(3)}(3b^2 + 2\eta^2)z\right]\right\} \times$$
$$\exp\left\{ib\left[t - k^{(1)}z - \frac{1}{6}k^{(3)}(6\eta^2 + b^2)z\right]\right\}, \tag{34}$$

式中 η 是暗孤波时域宽度的倒数，b 由(14)式给出，是暗孤波相对于中心频率 ω_0 的频移。

暗孤波解(34)式与非线性薛定谔方程的暗孤子解[6]

$$q = \left(\frac{k^{(2)}}{\nu}\right)^{1/2} \eta \tanh\left[\eta(t - k^{(1)}z + k^{(2)}bz)\right] \times$$
$$\exp\left[ib(t - k^{(1)}z) + i\frac{1}{2}k^{(2)}(b^2 + 2\eta^2)z\right] \tag{35}$$

具有相似的形式。由(34)式和(35)式可见，正如正群速色散($k^{(2)} > 0$)与克尔非线性效应相互平衡形成暗孤子一样，在光纤零群速色散区正三阶色散($k^{(3)} > 0$)和高阶非线性效应相互抵消而形成暗孤波，形成的暗孤波的峰值深度与三阶色散参数和高阶非线性参数的比值 $k^{(3)}/(3\nu_2 + 2\nu_3)$ 成正比，暗孤波的速度

$$v = \left[k^{(1)} + \frac{1}{6}k^{(3)}(3b^2 + 2\eta^2)\right]^{-1} \tag{36}$$

与暗孤波的宽度 η 有关，因而在光纤零群速色散区仍不存在多暗孤子束缚态。

4 讨论和结论

由上述分析可以看出，在光纤零群速色散区仍存在亮的或暗的光孤波，究竟是存在亮孤波还是存在暗孤波由光纤三阶色散参数 $k^{(3)}$ 决定。具有负三阶色散的光纤能传输亮光孤波，具有正三阶色散的光纤能传输暗光孤波。光孤波的峰值功率与三阶色散参数和高阶非线性参数的比值 $|k^{(3)}|/(3\nu_2 + 2\nu_3)$ 成正比，与光孤波的宽度的平方成反比；光孤波的速度与其宽度有关，因而不存在多孤子束缚态。光纤色散主要由材料色散和波导色散确定。就通常的单模石英光纤而言，光纤的三阶材料色散 $k_1^{(3)} > 0$，三阶波导色散 $k_2^{(3)} < 0$，因而可以通过选取适当的光纤折射率分布使光纤三阶色散 $k^{(3)} = k_1^{(3)} + k_2^{(3)} > 0$ 或 < 0，从而使超短光脉冲能以亮的或暗的孤波形式在光纤零群速色散区中传输，避免孤子自频移现象的出现，实现超短光脉冲在光纤中的长距离稳定传输。

参 考 文 献

[1] Wai P K A, Menyuk C R, Chen H H *et al.*. Soliton at the zero-group-dispersion wavelength of a single-model fiber. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(8): 628～630

[2] Wai P K A, Chen H H, Lee Y C. Radiation by "soliton" at the zero-group-dispersion wavelength of a single-mode optical fiber. *Phys. Rev.* (*A*), 1990, **41**(1): 426～439

[3] Karpman V I. Radiation by solitons due to higher-order dispersion. *Phys. Rev.* (*E*), 1993, **47**(3): 2073～2082

[4] Wai P K A, Menyuk C R, Lee Y C *et al.*. Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(7): 464～466

[5] Uzunov I M, Golles M, Lederer F. Soliton interaction near zero-dispersion wavelength. *Phys. Rev.* (*E*), 1995, **52**(1): 1059～1063

[6] Klauder M, Laedke E W, Spatschek K H *et al.*. Pulse propagation in optical fibers near zero dispersion point. *Phys. Rev.* (*E*), 1993, **47**(6) : R3844~ R3847

[7] Fratzeskakis D J, Papaioannou E. Slowly varying femtosecond solitary waves in axially inhomogeneous optical fibers near the zero-dispersion point. *J. Opt. Soc. Am* (*B*), 1995, **12**(9) : 1671~ 1679

[8] Calvo D C. On the formation of bound state by interacting nonlocal solitary waves. *Phys.* (*D*), 1997, **101** (3-4) : 270~ 282

[9] Buryak A V. Solitary soliton bound states in resonance with linear wave. *Phys. Rev.* (*E*), 1995, **52**(1) : 1156~ 1163

[10] Calvo D C, Akylas T R. Stability of bound states near the zero-dispersion wavelength in optical fiber. *Phys. Rev.* (*E*), 1997, **56**(4) : 4757~ 4764

[11] Kadama Y, Hasegawa A. Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectrc guide. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1987, **QE-23**(5) : 510~ 524

[12] Mitsche F M, Mollenauer L F. Discovery of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(7) : 659~ 661

[13] Gordon J P. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(7) : 662~ 664

[14] Hasegaawa A, Tappert F. Transmission of stationary optical pulses in dispersive dielectric fibers, — Anomalous dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 1973, **23**(4) : 1142~ 1144

[15] Potasek M J. Nonvel femtosecond sollitons in optical fiber, photonic switching, computing. *J. Appl. Phys.*, 1989, **65**(3) : 941~ 953

[16] Hasegaawa A, Tappert F. Transmission of stationary optical pulses in dispersive dielectric fiber, —Normal dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 1973, **23**(4) : 171~ 172

Optical Solitary Waves in the Region with Zero Group-Velocity Dispersion of a Single Mode Fiber

Liu Shanliang

(*Institute of Optical Communication, Liaocheng Teachers College, Liaocheng* 252059)

(Received 22 September 1997; revised 20 April 1998)

Abstract By analyzing the propagating equation of ultrashort optical pulses in a single mode fiber, the bright and dark solitary wave solutions of the equation are obtained. The results show that the ultrashort optical pulses can propagate in a single mode fiber in form of the bright or dark solitary waves without the soliton self-frequency shift. That is significant for the long distance and stable propagation of ultrashort optical pulses and the system of optical soliton with ultra-high speed.

Key words ultrashort optical pulse, solitary waves, zero group-velocity dispersion.