

多组元全动型变焦距物镜高斯光学

王 琦¹⁾ 吴 强¹⁾ 黄惠杰²⁾ 钟伯亮³⁾

- 1), 中国科学院沈阳计算技术研究所现代制造 CAD/CAM 实验室, 沈阳 110003
2), 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800
3), 机械工业部杭州照相机械研究所, 杭州 310013

摘 要 设定多个变倍组元和多个补偿组元并应用最优化计算方法, 给出了最新型变焦距物镜多组元全动型高斯光学参数的计算方法, 它概括了几乎所有机械补偿法的变焦方式。

关键词 变焦距物镜, 高斯光学, 最优化计算方法。

高斯光学参数的求解在变焦距物镜设计中至关重要, 直接影响最后的成像质量。在以往的大量研究中, 利用高斯括号^[1, 2]和连分数法^[3]已给出了光学补偿法全补偿点分布与系统高斯光学参数之间的关系; 对机械补偿法, 以组元倍率为中间参数对四组元单组运动及双组联动和换根作了研究^[4]。一般说来, 光学补偿法对系统像面只在有限点处能完全补偿, 在高倍变焦比时, 像面漂移量较大, 在现代变焦镜头中已很少使用。而在机械补偿法中, 由变焦方程解得的运动组元的机械补偿量是精确的, 保证像面稳定, 适合各种变焦比, 所以, 近一、二十年来, 机械补偿法得到了全面发展。随着加工技术的进步和使用要求的提高, 变焦系统结构类型繁新, 变焦方式向着多组元运动和全组元运动发展, 以充分发挥每个组元变倍功能, 使结构小型化。

以往确定高斯光学参数的基本数学方法是解一元或多元非线性方程(组)。然而, 单独设计和计算某种变焦方式, 都要列出特定方程, 既复杂又有某些难处理的问题。为解决根本问题, 应统一处理各种变焦方式; 应给出实用算法并编出至少是半自动的设计程序, 为计算各种变焦距物镜高斯光学参数提供有效工具, 这是光学设计者所希望的。基于上述想法, 本文利用最优化计算方法给出多组元全动型变焦方式的计算方法, 概括了几乎所有机械补偿法的变焦方式, 为解决各种单独问题给出了实用的设计过程, 最后描述计算程序并给出实例。

1 多组元全动型高斯光学

设变焦距物镜系统有 q 个组元, 每个组元焦距分别为 f'_1, f'_2, \dots, f'_q , 组元间高斯主面间隔为 d_1, d_2, \dots, d_{q-1} 。设 d_0 为物距(可为无限远)。那么, 利用高斯光学基本物像关系

$$1/l + 1/f' = 1/l'$$

其中 l 为物距, f' 为焦距, l' 为像距, 可递推导出近轴光线在各组元上的入射角 u_i 和入射高 h_i :

$$u_{i+1} = u_i + \mathcal{Q}h_i, \quad h_{i+1} = h_i - d_i u_{i+1}, \quad i = 1, \dots, q-1,$$

其中 $\mathcal{Q} = 1/f'_i$ 为第 i 个组元的光焦度; 如果物距 d_0 为无限远, 则 $u_1 = 0, h_1 = 1$; 如果物距 d_0 为有限远, 则取 $u_1 = 1, h_1 = d_0$ 。从而给出系统最后组元后主面到像面的距离 $B, B = h_q/u_q$, 称为后工作距。物距 d_0 取无限远时系统总焦距为 $F, F = 1/u_q$ 。

现在, 设定系统中 L 个组元为变倍组元, 每个组元按照已知指定的连续光滑曲线

$$g_j(t), \quad j = 1, \dots, L, \quad (1)$$

移动, 其中 t 为自变量参数, $t_0 \leq t \leq T$ 。又设定其它 n 个运动组元为补偿组元, 在导程 $t_0 \leq t \leq T$ 内移动距离分别为 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 。这些曲线应该满足如下两个条件:

1) 像面保持稳定, 让所有新的后工作距 $B(x_1, \dots, x_n; t)$ 始终等于指定的初始后工作距 B_0

$$B(x_1, \dots, x_n; t) = B_0, \quad (2)$$

2) 物镜总焦距(或者总倍率) $F(x_1, \dots, x_n; t)$ 按指定的规律(例如线性)变化:

$$F(x_1, \dots, x_n; t) = F_0 + K_0(t - t_0), \quad (3)$$

其中 F_0 是初始的焦距(或倍率)值, K_0 是某一常数。

同时, 每条曲线在任意点 t 处的曲率 $\mu_j(t)$ 限制在一定较小范围之内:

$$-\delta \leq \mu_j(t) = x_j''(t)/[1 + x_j'(t)]^{3/2} \leq \delta, \quad (4)$$

其中 δ 是指定的正数, $x_j'(t)$ 为 $x_j(t)$ 的一阶导数, $x_j''(t)$ 为二阶导数, $j = 1, \dots, n$ 。上式的实际意义在于让曲线尽量平直, 因为直线的曲率为零, 接近直线的曲线一定满足上式要求。

当系统参数确定时, 对每一固定点 t , 若补偿组元个数 n 等于 2, 由(2)式和(3)式构成二元非线性方程组, 可用牛顿法求解; 如果 n 大于 2, 为得到(2)式、(3)式、(4)式的唯一解, 应再给出如下要求: 让所有位移量曲线 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 的曲率平方加权之和为最小:

$$E = \sum_{j=1}^n W_j^2 \mu_j^2(t) = \text{minimum} \quad (5)$$

其中 W_j^2 为权因子, 表明各补偿曲线之间的相对重要性或调解曲线曲率的大小; 曲率 $\mu_j(t)$ 由(4)式定义。如此, 由(5)式及约束(2)式和(3)式构成了 n 元非线性最小二乘问题。

当所有组元位移曲线确定后再对(5)式积分, 得系统参数的评价函数 E 并令其为最小:

$$E = \sum_{j=1}^n W_j^2 \int_{t_0}^T \mu_j^2(t) dt = \text{minmum} \quad (6)$$

如此, 按(2)式到(6)式对系统参数作优化处理, 直到求得最优解。

2 计算方法

将区间 $[t_0, T]$ 均匀地分划成 m 等份。假设在点 t_k 处各曲线的函数值 $x_j(t_k)$ 已经求出, 现在求在点 t_{k+1} 的值 $x_j(t_{k+1})$, 其中 $t_k = t_0 + k\Delta t, 1 \leq k < m, j = 1, 2, \dots, n$ 。

当步长增量 Δt 很小时, 对(4)式的曲率表达式中的微商用差商替代, 从而, 由(5)式得到

$$E = \sum_{i=1}^n W_j^2 [\Delta x_j(t_k) - \Delta x_j(t_{k-1})]^2 / \{\Delta t^4 [1 + \Delta x_j^2(t_{k-1})/\Delta t^2]^3\} = \text{mimum},$$

其中 $\Delta x_j(t_k) = x_j(t_{k+1}) - x_j(t_k), \Delta x_j(t_{k-1}) = x_j(t_k) - x_j(t_{k-1})$ 。这里只有 $x_j(t_{k+1})$ 或 $\Delta x_j(t_k)$ 是未知量, 取初始的 $\Delta x_j(t_0) = 0$, 上式可写成

$$E = \sum_{j=1}^n \omega_j^2 [\Delta x_j(t_k) - f_j^{(k)}]^2 = \text{minimum} \quad (7)$$

其中 $\omega_j^2 = W_j^2 / \{ \Delta t^4 [1 + \Delta x_j^2(t_{k-1}) / \Delta t^2]^3 \}$, 成为当前节点处的权因子; $f_j^{(k)} = \Delta x_j(t_{k-1})$ 。

以下, 再对(2)式和(3)式左端函数在初始点 $[x_1(t_k), \dots, x_n(t_k); t_k]$ 处(以后简称为初始点 t_k)作泰勒展开到一阶项, 得到:

$$\sum_{i=1}^n a_i \Delta x_i(t_k) = C_1, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i \Delta x_i(t_k) = D_1, \quad (9)$$

其中 $a_i = (\partial B / \partial x_i)_k$, $C_1 = B_0 - B_k - (\partial B / \partial t)_k \Delta t$, $b_i = (\partial F / \partial x_i)_k$, $D_1 = F_0 - F_k - (\partial F / \partial t)_k \Delta t + K_0 k \Delta t$, B_k 和 F_k 分别表示在初始点 t_k 处的后工作距 $B_k = B[x_1(t_k), \dots, x_n(t_k); t_k]$ 和焦距(或倍率)值, $F_k = F[x_1(t_k), \dots, x_n(t_k); t_k]$; 而 $(\frac{\partial}{\partial x})_k$ 表示相应函数的偏导数值。

利用拉格朗日乘子法, 引入乘子 λ_1 和 λ_2 , 得出等式约束极值问题(7)式到(9)式的 n 元线性最小二乘问题解:

$$\Delta x_j(t_k) = f_j^{(k)} - \lambda_1 \bar{a}_j - \lambda_2 \bar{b}_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (10)$$

其中 $\lambda_1 = (\bar{C}_1 \sum_{j=1}^n b_j \bar{b}_j - \bar{D}_1 \sum_{j=1}^n a_j \bar{b}_j) / S$, $\lambda_2 = (\bar{D}_1 \sum_{j=1}^n a_j \bar{a}_j - \bar{C}_1 \sum_{j=1}^n \bar{a}_j \bar{b}_j) / S$,

$$\bar{C}_1 = \sum_{j=1}^n a_j f_j^{(k)} - C_1, \quad \bar{D}_1 = \sum_{j=1}^n b_j f_j^{(k)} - D_1, \quad \bar{a}_j = a_j / \omega_j^2, \quad \bar{b}_j = b_j / \omega_j^2;$$

而上式中的分母 S 由下式给出:

$$S = \sum_{j=1}^n a_j \bar{a}_j \sum_{j=1}^n b_j \bar{b}_j - (\sum_{j=1}^n a_j \bar{b}_j)^2 \quad (11)$$

因为所有的 a_j 和 b_j 并不相同, 根据著名的许瓦兹不等式, 可证明上式中 $S > 0$, 这就保证了线性最小二乘问题所对应的线性方程组的条件数是满秩的。因此, (10)式中 λ_1 和 λ_2 总是存在的, 保证最小二乘问题可解。

对于非线性函数(2)式和(3)式, 上述解一般不是精确的。为满足精度, 对(2)式和(3)式要有一个精确化的迭代过程。即, 对固定的 Δt , 由(7)式~(11)式得到初始点 $x_j^{(0)}(t_{k+1})$ 的近似修正量 $\Delta x_j(t_{k+1})$, 再由下式给出新的初始点:

$$x_j^{(1)}(t_{k+1}) = x_j^{(0)}(t_{k+1}) + \Delta x_j(t_{k+1}). \quad (12)$$

用新的 $x_j^{(1)}(t_{k+1})$ 替代旧的 $x_j^{(0)}(t_{k+1})$, ($j = 1, \dots, n$), 重复(7)~(12)式, 直到满足精度。

对较长的导程 $[t_0, T]$, 对中间插入的多个分点, 上述迭代过程从 t_0 开始, 精确化到 t_1 , 再到 t_2 , 等等, 直到 $t_m = T$ 结束。下一个大循环, 用逐个变量法对系统参数以(6)式求最小, 通常是人工干预, 最后给出原问题(2)~(6)式的最优解。

得出最优解后, 对于每个补偿组元得到的离散点移动量 $x_j(t_0), x_j(t_1), \dots, x_j(t_m)$, 利用自由边界条件的三次样条函数插值法^[5]给出连续移动量曲线 $x_j = x_j(t)$, $j = 1, \dots, n$ 。

由于(2)式和(3)式是充分光滑的, 又因为(11)式中 $S \neq 0$, 可保证最小二乘问题可解。对于实际变焦距物镜, 通过相隔组元联动可以减少补偿组元个数, 从而减少凸轮轨迹条数, 受镜筒尺寸和加工条件限制, 一般凸轮曲线不能超过四条。所以变量个数 n 很少, 一般为 2 或 3。这样, 只要初始的系统参数给得比较合理, 上述迭代法的收敛性是没有问题的。

前述优化问题(2)~(12)式往往是一个反复迭代过程, 即先按经验给出初始的系统参数并选定 t_0 和较小的 Δt , 然后按(7)~(11)式计算位移曲线, 同时按(4)式定出 T 。当导程使变焦比不够时, 将 t_0 向前延伸。只当位移曲线曲率过大时再对系统参数作适当修改。对实际问题来说, 系统参数是否使(6)式达到最小并不重要, 只要达到变焦比且曲线曲率很小, 满足条

件(4)式即可。如此,给出了多组元全动型变焦物镜组元移动量实用的计算方法。

3 关于凸轮曲线的扰率

凸轮轨迹曲线是加工在圆柱形镜筒上的空间曲线,其扰率取决于组元平面位移曲线曲率。如果曲线曲率过大,扰率过大,不但凸轮槽容易磨损,而且运动时阻力很大,手感滞重,不利操作。为了扩大变倍比,常把变焦端点取在靠近补偿组倍率为-1的位置,或通过-1倍位置实现换根。然而,由(4)式知,倍率为-1时正是位移量导数为零位置。又由后工作距 $B(x, t)$ 对参数 t 和补偿组位移量 x 作全微分得到曲线对参数 t 的导数 $\frac{dx}{dt} = - \frac{\partial B}{\partial t} / \frac{\partial B}{\partial x}$ 知,此时曲线的二阶导数和曲率为无穷大。所以,在确定高斯光学参数时计算曲线在各节点的曲率,特别在靠近补偿组倍率在-1位置时,考查(4)式是不可缺少的。通常,导程 $[t_0, T]$ 就在(4)式遭到破坏时结束。由本文作者的经验,曲线在-1倍位置时位移量两个根相切的稳定性是不可靠的。因各组元半径标准化和加工误差常使两根曲线分离,从而位移曲线产生隐藏的间断,或使像面有很大漂移,造成最后成像模糊。应用多组元运动变焦方式可避免这种可能性。

4 程序设计与实例

在由本文作者之一研制的光学系统 CAD 软件包^[6]中,加进了计算组元全动型变焦距物镜高斯光学部分。对于常用的只有一个补偿组元的变焦系统,根据物像交换原则给出两个共轭根,可取一个根形成位移曲线;也可从一个根通过倍率为-1位置过渡到另一个根,以扩大变倍比。对于多个补偿组元系统,按本文方法及使用者要求计算的位移曲线,通常指定(1)式中的已知曲线 $g_j(t) (j = 1, \dots, L)$ 为线性函数。在计算中间,总是按数值微分近似计算曲线曲率,显示数值以观察其是否符合要求;同时显示计算方程(2)式和(3)式的误差以察看各节点是否可靠。最后,通过三次参数样条插值法对总焦距(或总倍率)按指定要求给出所有变焦组元和补偿组元的位移量,并按数控机床要求给出各凸轮轨迹曲线位移量的加工数据。

程序输入数据除引言中列出的系统参数外,还要指出有几个组元和哪几个组元是变焦组元,有几个和哪个几个组元是补偿组元,并按序排列。计算开始时,再给出各变焦组元位移量的起始值 t_0 , 步长增量 Δt 及总的计算点数 m 。当变量个数 $n = 2$ 时,用牛顿法解二元非线性方程组(2)式和(3)式,给出补偿组元位移曲线 $x_1 = x_1(t)$ 和 $x_2 = x_2(t)$ 。当 $n > 2$ 时,用非线性最小二乘法(7)~(11)式分别给出各组元的位移曲线 $x_j = x_j(t), (j = 1, \dots, n)$ 。在所有计算中,偏导数都是按中心差商替代,一切计算都按双精度进行,保证结果有六位有效数字。

现给出一个实例。这是一个焦距为 28~ 109 mm 的用于单反照相机的变焦距镜头。分 4 个组元,取第 1 和第 3 组元为变焦组元,第 2 组元为第 1 补偿组元,第 4 组元为第 2 补偿组元。系统参数的输入数据见表 1。取(4)式中控制曲线曲率界 $\delta = 0.18$ 。最终结果显示出导程中间插入的 10 个分点,计算结果见表 2。表中‘曲率’栏为补偿曲线在对应焦距位置的最大曲率。这里焦距是按线性变化的。凸轮轨迹的平面位移曲线见图 1。

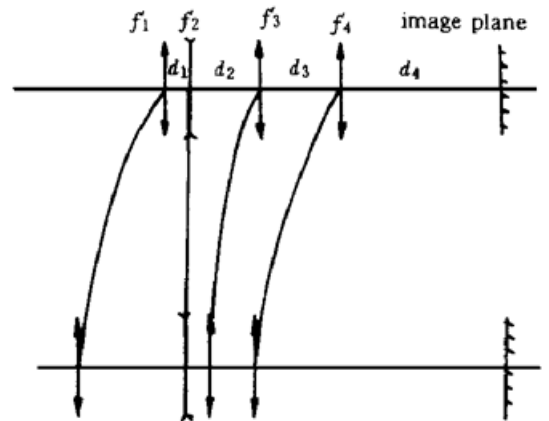


Fig. 1 The cam curves of zoom system of 4 group elements

Table 1. Input data

No. of group element	1	2	3	4
focal length of group element/mm	75.16700	-15.42200	41.16120	53.00770
initial separation/mm	0.00000	16.58259	26.40744	29.65977

Table 2. Calculation results

No.	focal length/mm	separation 1-2/mm	2-3/mm	3-4/mm	4-image plane/mm	curvature/mm ⁻¹
1	28.00000	7.74765	21.8066	26.99975	51.97302	0.0154
2	37.00000	14.06862	17.6841	24.80125	58.35783	0.0107
3	46.00000	18.86768	15.0405	22.64574	63.20538	0.0073
4	55.00000	22.65673	13.1388	20.75841	67.03270	0.0041
5	64.00000	25.74391	11.6540	19.15607	70.15105	0.0007
6	73.00000	28.32114	10.4231	17.80973	72.75432	0.0031
7	82.00000	30.51401	9.3564	16.68355	74.96934	0.0062
8	91.00000	32.40846	8.4007	15.74478	76.88293	0.0098
9	100.00000	34.06558	7.5227	14.96567	78.55679	0.0121
10	109.00000	35.53017	6.7005	14.32329	80.03617	0.0171

参 考 文 献

- [1] Bergstein L. General theory of optically compensated varifocal systems. *J. Opt. Soc. Am.*, 1958, **48**(3) : 154~ 171
- [2] Pegis R J, Peck W G. First-order design theory for linearly compensated zoom systems. *J. Opt. Soc. Am.*, 1962, **52**(8) : 905~ 911
- [3] Jamieson T H. Thin-lens theory of zoom systems. *Opt. Acta*, 1970, **17**(8) : 565~ 584
- [4] 陶纯堪. 变焦距光学系统变焦方程. 科学通报, 1977, **22**(4, 5) : 207~ 213
- [5] 孙家广, 陈玉健, 辜凯宁. 计算机辅助几何造型技术. 北京: 清华大学出版社, 1990. 23~ 27
- [6] 王 琦. 光学系统 CAD 软件包. 仪器仪表学报, 1994, **15**(1) : 33~ 36

Gaussian Optics of Zoom Lens with All Lens Elements Movable

Wang Qi Wu Qiang

(CAD/CAM Laboratory, Shenyang Institute of Computing Technology,
The Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110003)

Huang Huijie

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Zhong Boliang

(Hangzhou Institute of Camera Mechanism, Hangzhou 310013)

(Received 12 January 1998; revised 21 April 1998)

Abstract The computation method of the Gaussian optics of zoom lens with many elements of magnifying lens and many elements of compensating lens is given by using optimization calculating method. It includes almost all modes of mechanically compensated method.

Key words zoom lens, Gaussian optics, optimization calculating method.