

频移阴影莫尔法

王 昭 赵 宏 谭玉山

(西安交通大学激光与红外应用研究所, 西安 710049)

摘 要 提出了一种新的莫尔条纹解调技术即频移法, 它改变了莫尔条纹分布的频率, 而相移莫尔法只是改变了莫尔条纹的相位。从阴影莫尔图分布的基本公式出发, 借助于相移阴影莫尔法的思想推导并得出了频移阴影莫尔法的公式, 在此基础上给出了特定条件下的实用公式。同时也分析了其相位图, 将其主值范围从 $0 \sim \pi$ 拓展到 $0 \sim 2\pi$, 解决了其去包裹中正负号确定问题。最后给出了实验结果, 并分析和模拟了由于频移的不准确给测量结果带来的影响。

关键词 莫尔轮廓术, 频移, 相位去包裹。

1 引 言

三维轮廓数据对高速在线质量控制、机器人学、计算机辅助设计/计算机辅助制造 (CAD/CAM)、医学诊断、固态建模、计算机视觉以及许多加工应用已成为必不可少的信息。光学测量技术以其非接触、高灵敏度以及数据快速获取等优势在三维轮廓测量领域一直为人们所关注, 并逐渐使其实用化。一些新的思想、新的方法也不断地涌现出来。

阴影莫尔法最早由 Meadows 和 Takasaki 于 1970 年提出^[1]。它是将一光栅放在被测物体上面, 用一光源透过光栅照在物体上, 同时再透过光栅观察物体, 可看到一系列莫尔条纹, 它们是物体表面的等高线。之后, 人们将此技术与 CCD 技术、计算机图像处理技术相结合使其走向实用化, 特别是相移技术的引入, 解决了无法从一幅莫尔图中判别物体表面凸凹的问题, 并使莫尔计量术从定性走向定量, 使莫尔技术向前迈进了一大步。但相移一般是通过机械手段改变光栅与被测物的距离而实现的, 其机构复杂, 速度慢, 本文提出的频移法较好地解决了这一问题。

2 频移莫尔法理论

2.1 阴影莫尔法^[2]

为了下面的讨论方便, 首先简要回顾以下阴影莫尔法。在图 1 中 S 点为光源所处位置, E 为观察点位置, O 为被测物体, P 为任意周期的一维投影光栅。S 点和 E 点距光栅的距离均为 l , z 值反映物体的高度。从观察点观察到的光强分布为

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos \frac{2\pi d}{pl} z \quad (1)$$

其中 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ 为与被测物位置各点有关的系数。为了从(1)式中求出 z 值, 引入了相移技术^[3]。设

$$\Phi = 2\pi dz/pl \quad (2)$$

通过使 Φ 改变某一定值得到对应的光强分布, 从而求解出 Φ 。采取三步相移法, Φ 值分别改变 0 、 $\pi/2$ 、 π 、 $3\pi/2$ 即为

$$I_0(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos \Phi,$$

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (\Phi + \frac{\pi}{2}),$$

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (\Phi + \pi),$$

$$I_3(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (\Phi + \frac{3\pi}{2})$$

解出 $\Phi = \arctan [(I_3 - I_1)/(I_0 - I_2)]$

在阴影莫尔法中要实现上述三步相移, 可沿光栅平面的法向平移 0 、 $\Delta z/4$ 、 $\Delta z/2$ 、 $3\Delta z/4$ 来实现 ($\Delta z = \frac{lp}{d}$), 并可用计算机控制一驱动系统来实现机械相移。但是这种相移往往速度较慢, 机构复杂, 并且存在原理性误差。这是因为在阴影莫尔法中各级条纹的间距是 z 的函数, 要得到严格的相移图, 则各点相移量也是 z 的函数, 为一变量, 这显然无法实现。而频移技术则很好地解决了以上问题。

2.2 频移技术

2.2.1 频移的实现

顾名思义, 频移即改变了莫尔图中周期分布图的频率。从(1)式可看出, 通过改变光栅的频率 p 或光源与摄像机的距离 d 来实现频移, 从而解调出 Φ 。可通过旋转光栅来改变光栅频率 p ^[4], 但是这种方法也无法避免机械运动, 其改变量的计算不是很直观。本文通过改变 d 来实现频移, 但为了测量的快速和准确以及低成本等原因, 选择三个相同的光源设置在三个不同位置以实现频移的方法。设 d_0 、 d_1 、 d_2 分别为三个光源与摄像机的距离, 它们对应的莫尔图光强分布分别为 I_0 、 I_1 、 I_2 , 则有:

$$I_0(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (2\pi d_0 z/pl)$$

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (2\pi d_1 z/pl)$$

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos (2\pi d_2 z/pl)$$

由以上方程组得:

$$\frac{I_0 - I_1}{I_1 - I_2} = \frac{\cos \frac{2\pi d_0}{pl} z - \cos \frac{2\pi d_1}{pl} z}{\cos \frac{2\pi d_1}{pl} z - \cos \frac{2\pi d_2}{pl} z} = \frac{\sin \frac{\pi z}{pl} (d_0 + d_1) \sin \frac{\pi z}{pl} (d_0 - d_1)}{\sin \frac{\pi z}{pl} (d_1 + d_2) \sin \frac{\pi z}{pl} (d_1 - d_2)} \quad (4)$$

为了能方便地求出 z 值, 对上式进行简化, 取 $d_0 = 5d_2$, $d_1 = 3d_2$, 可得

$$(I_0 - I_1)/(I_1 - I_2) = 2 \cos 4\pi d_2 z/pl$$

令 $\Phi = 4\pi d_2 z/pl$, 则有:

$$\Phi = \arccos [(I_0 - I_1)/2(I_1 - I_2)] \quad (5)$$

2.2.2 相位去包裹

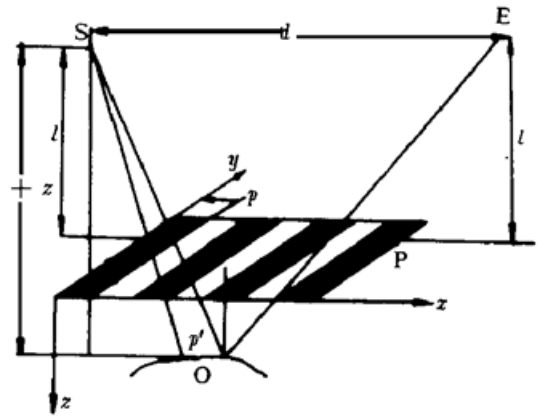


Fig. 1 Schematic diagram of typical shadow Moire method

(5) 式得到的仅仅是 Φ 的原理相位值, 其主值域为 $(0, \pi)$, 而其真实相位则为 $2k\pi \pm \Phi$ (k 为整数)。去包裹过程就是确定 k 值与 \pm 号的过程。根据余弦函数的特性, 首先可将其值域拓展为 $(0, 2\pi)$, 这样其真实相位值便为 $2k\pi + \Phi$, 而 k 的确定与相移法去包裹过程类似, 这里不再作详细讨论。

对(5)式值域的拓展方法如下: 对式(5)求导, 找出其导数不存在点并记录其序数 n , 当 n 为奇数时, 对 $n \sim n + 1$ 范围内的值处理为 $\Phi' = 2\pi - \Phi$, 其他点的值不变。因为

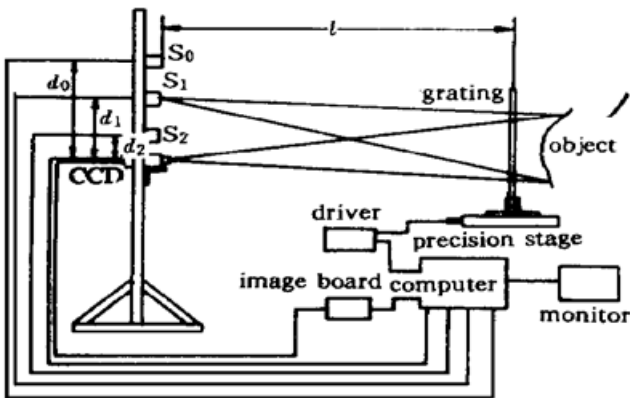
$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (x = \pm 1 \text{ 时其导数不存在})$$

因此对(5)式求导其导数不存在的点即为 $\frac{I_0 - I_1}{2(I_1 - I_2)} = \pm 1$ 的点。这样就很容易地将主值范围从 $0 \sim \pi$ 扩展到 $0 \sim 2\pi$, 进而按照一般相移技术的去包裹方法对其去包裹, 最后得到真实的相位值。

3 实验及分析

3.1 实验结果

图 2 为实验装置示意图, 为了便于说明问题, 对一斜面进行测量。 S_0 、 S_1 、 S_2 分别为三个



处于不同位置的相同的缝光源, 距摄像机的距离分别为 $d_0 = 400 \text{ mm}$, $d_1 = 240 \text{ mm}$, $d_2 = 80 \text{ mm}$; 它们与摄像机入瞳在同一平面, 该平面距光栅的距离 1 m 。被测物为一斜面。图 3(a)、图 3(b)、图 3(c) 是由摄像机得到原始的三幅频移莫尔图, 图 4(a) 是由(5)式处理后得到的包裹相位图, 图 4(b) 是图 4(a) 经处理后相位主值范围拓展到 2π 的包裹相位图, 图 4(c) 是相位去包裹图, 图 4(d) 是其三维显示图。

Fig. 2 The system of measurement

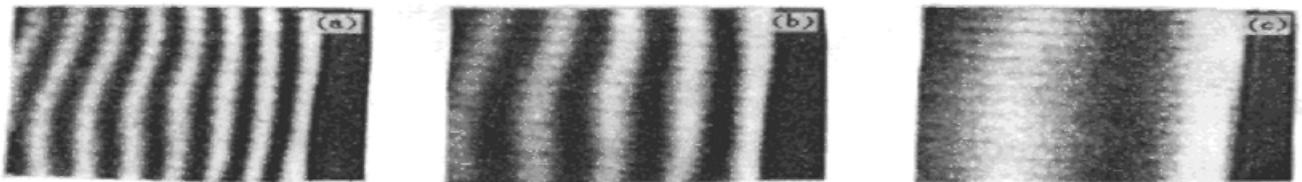


Fig. 3 Moire fringe images in three frequencies. (a) $d_0 = 5d_2$, (b) $d_1 = 3d_2$, (c) $d_2 = 80$

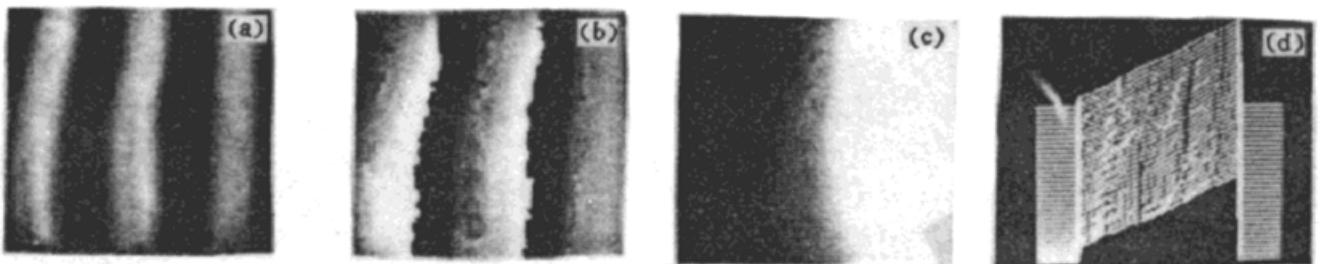


Fig. 4 Images getting from Fig. 3. (a) Wrapping phase image of value rage $(0, \pi)$, (b) Wrapping phase image of value rage $(0, 2\pi)$, (c) Unwrapping phase image, (d) 3-D display schematic diagram

3.2 结果分析和结论

从图 4(a) 中明显可以看到测量存在误差, 特别是在拐点处误差比较大, 这主要是因为三个光源的位置不能严格满足关系式 $d_0 = 5d_2$ 、 $d_1 = 3d_2$ 而引起的。假设 d_1 有误差 Δd_1 , 即 $d_1 = 3d_2 + \Delta d_1$ (它的误差对测量结果影响比 d_0 、 d_2 更大)。在计算机上对 Δd_1 给测量带来的结果进行了模拟。设

$$M = \frac{I_0 - I_1}{I_1 - I_2} = \frac{\sin [(\pi z/pl)(d_0 + d_1)] \sin [(\pi z/pl)(d_0 - d_1)]}{\sin [(\pi z/pl)(d_1 + d_2)] \sin [(\pi z/pl)(d_1 - d_2)]} \quad (6)$$

且设 $p = 10 \text{ mm}$, $l = 1500 \text{ mm}$, $d_2 = 100 \text{ mm}$, $d_1 = 3d_2 + \Delta d = 300 \text{ mm} + \Delta d$, $d_0 = 5d_2 = 500 \text{ mm}$ 。图 5(a) 表示 $\Delta d = 0$ 时 M 值与 z 的关系, 图 5(b) 是 $\Delta d = 1 \text{ mm}$ 的情况, 图 5(c) 是图 5(a) 和图 5(b) 的差值与 z 的关系; 图 6(a)、图 6(b) 和图 6(c) 对应于 $p = 2 \text{ mm}$, $\Delta d = 1 \text{ mm}$ 的情形。

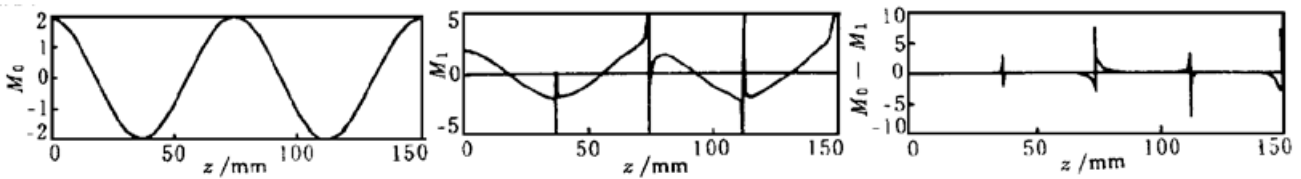


Fig. 5 Simulated error covers in computer. (a) $\Delta d = 0$, $p = 10$, (b) $\Delta d = 1$, $p = 10$, (c) $\Delta d = 1$, error curve

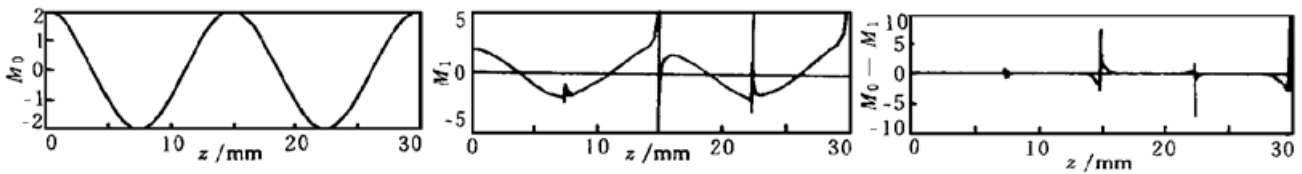


Fig. 6 Simulated error covers in computer. (a) $\Delta d = 0$, $p = 2$, (b) $\Delta d = 1$, $p = 2$, (c) $\Delta d = 1$, error curve

从以上模拟结果可以得出如下结论:

- 1) 当关系式 $d_0 = 5d_2$ 、 $d_1 = 3d_2$ 不能严格成立时, 都会给测量带来很大的误差。
- 2) 在 z 满足关系式 $\frac{4\pi d_2 z}{pl} = 2n\pi$ 时, 误差最大, 这些点被称为奇异点。当 z 满足关系式 $\frac{4\pi d_2}{pl} z = (2n + 1)\pi$ 时, 误差也较大。

3) 当关系式误差很小时, 给测量带来的误差呈周期性分布。除奇异点外, 其他点相对误差均较小。

4) 随着 z 的增大, 误差也增大, 且当 p 、 l 增大或 d_2 减小, 其相对误差也减小。

因此在实际应用时应注意以下几个问题:

- 1) 在满足测量精度要求时尽量使莫尔条纹间距增大。
- 2) 必须对奇异点进行误差校正。校正的方法可以剔除这些点, 然后用插值法进行补值; 也可人为地将被测物移动 $pl/8d_2$, 再作同样的测量。这样原来的奇异点在第二次测量中将为误差较小的点, 用它可代替第一次测量中剔除的误差点。用同样的方法也可校正误差较大点。

3) 另外由于实际中用于频移的几个光源很难作到完全一致, 而且又由于光源所处位置的不同, 可能导致同一点的光强值频移后不相同。可对光源进行校正, 具体方法如下: 去掉

光栅后, 分别测这时在观察点接收到的光强 I'_0 、 I'_1 、 I'_2 , 那么加上光栅后接收到的光强分别为 I_0 、 I_1 、 I_2 , 对后者进行归一化处理(以 I_1 为基准)为:

$$I_0'' = \frac{I'_1}{I_0} I_0, \quad I_1'' = I_1, \quad I_2'' = \frac{I'_1}{I_2} I_2, \quad (7)$$

然后再用(6)式求解相位以及进行其后的处理, 就基本上消除了光源不一致带来的影响。

结 论 本文给出了频移莫尔法的理论依据和公式推导, 同时对其相位图去包裹时正负号的确定提出了值域扩展的解决方法。并模拟分析了频移关系的不准确性将会给结果带来的误差和消除误差的办法。所给实验结果与理论分析吻合, 证明该方法是合理可行的。

参 考 文 献

- [1] Suzuki M, Kanaya M. Application of Moire topography measurement methods in industry. *Opt. & Lasers Engng.*, 1988, **8**(3) : 171~ 188
- [2] Meadows D M, Allen J B. Generation of surface contours by Moire patterns. *Appl. Opt.*, 1970, **9**(4) : 942~ 947
- [3] Dirckx J J, Decraemer W F. Automatic calibration method for phase shift shadow Moire interferometry. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(10) : 1474~ 1476
- [4] Xie X I, Atkinson I T, Laird M I *et al.*. Three-map absolute Moire contouring. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(10) : 6990~ 6995

The Frequency Shifting Technology in Shadow Moire

Wang Zhao Zhao Hong Tan Yushan

(*Institute of Laser and IR. Applications, Xian Jiaotong University, Xi'an 710049*)

(Received 7 November 1997; revised 5 May 1998)

Abstract A new method is presented to extract quantitative information of Moire fringes. It is different from the method of phase shift. Instead of changing the phase of Moire fringe, it changes the frequency of the Moire fringe. The theoretical formula is introduced for a special relationship of three frequencies. For unwrapping the phase image, the first step is to expand the cosine value range from $(0, \pi)$ to $(0, 2\pi)$ to avoid the indetermination of "plus" or "minus". The experimental result is given and the effect of light source position on measuring results are discussed.

Key words Moire profilometry, frequency-shifting, phase-unwrapping.