

圆柱坐标下的多孔径拼接测量三维面形*

程维明 陈明仪 丁 峥

(上海大学精密机械工程系, 上海 201800)

王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 直角坐标下的拼接方法在测量三维物体特别是回转物体时碰到了困难。把拼接方法推广到圆柱坐标可以解决这一难题。推导了圆柱坐标下的拼接公式, 给出了计算机模拟和测量的结果, 其理论拼接误差为 10^{-7} mm 数量级, 验证了这种方法的正确性。最后给出了实际测量结果。

关键词 面形测量, 多孔径, 拼接, 坐标变换。

1 引 言

三维面形的测量方法有利用线光源照明的结构光法^[1], 对受物体形状调制的投影光栅线进行分析的光栅投影法^[2], 用激光逐点扫描物体表面、测量表面反射回来的时间的的时间差法^[3], 控制激光扫描物体、通过推算几何关系得到物体形状的激光扫描法^[4]以及类似于人眼原理的立体视觉法^[5]等。在这些方法中, 结构光法结构复杂并要耗费较长的时间得到全场形状信息, 数据采集处理慢, 存在原理误差; 时间差法靠点光源扫描, 效率低; 立体视觉法则需要两幅从不同角度观察的物像, 适应性差; 而光栅投影法具有实时、快速的特点, 易于实现自动化, 在三维物体面形测量上有极大的应用潜力。但光栅投影法也存在着不少问题, 如存在投影阴影噪声和成像阴影噪声, 当被测物体表面起伏较大, 或物体具有回转面形时, 光栅像无法投影到物体上被遮住的那一部分, 成像系统也无法对被遮住的那一部分成像。传统的光栅投影法在使用时, 被测对象不能有太大的起伏, 更不能回转。这使得这种方法的使用受到很大限制。用多孔径扫描拼接技术可以解决以上问题^[6, 7], 但由于采用直角坐标描述面形、进行拼接, 被测全孔径的范围受到限制, 其最大可测面形的中心角不能超过 180° 。本文将用圆柱坐标来推导多孔径拼接的公式并描述三维物体特别是具有回转形式的物体的面形, 并给出计算机模拟和测量结果以证明该方法的正确性。

2 圆柱坐标下的拼接关系

如图 1 所示, 空间一点 P , 在直角坐标系中的坐标值为 $P(x, y, z)$; 在圆柱坐标系中, 其

* 本工作得到上海市科学技术委员会资助。

收稿日期: 1998-02-27; 收到修改稿日期: 1998-04-23

坐标值相应为 $P(\rho, \theta, x)$ 。其中, ρ 为 P 点到 x 轴的垂直距离, θ 为 P 点到 x 轴的垂线在 $yo z$ 平面的投影与 z 轴的夹角。

与直角坐标下的平面拼接相同^[8], 圆柱坐标下的三维回转物体拼接也是坐标变换, 但由于三维回转物体测量时各子孔径坐标系之间有大角度的转动, 使圆柱坐标下的坐标变换式变得相当复杂。

设有 2 个圆柱坐标系 (ρ_1, θ_1, x_1) 和 (ρ_2, θ_2, x_2) , 其中第 2 个圆柱坐标系的轴线(x_2 轴)与第 1 个圆柱坐标系的轴线(x_1 轴)不重合且过点 (x_0, z_0) , 如图 2 所示, (为了使图中表达简洁, 图中画出第 1 个圆柱坐标系, 而第 2 个圆柱坐标系只画了轴线), x_2 轴相对于第 1 个坐标系的方向余弦为 $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ 。

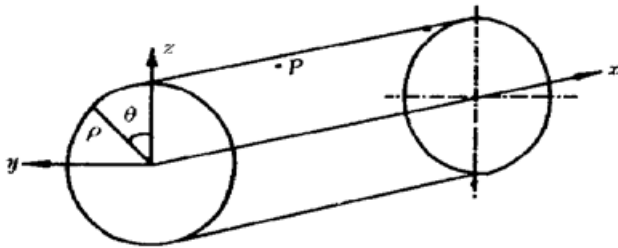


Fig. 1 Relationship between Cartesian coordinates and cylindrical coordinates

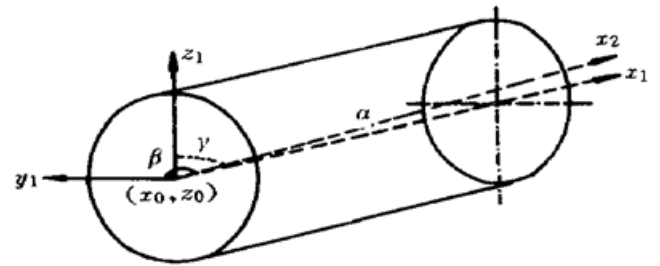


Fig. 2 Two cylindrical coordinates with uncoincident axes

若这两个圆柱坐标系的轴线偏离很小(即 $\cos \alpha \approx 1$, $\cos \beta \ll 1$ 以及 $\cos \gamma \ll 1$), 则在 x 为常数的某一平面上, 其交线为两个不同心的圆(见图 3), 此时两圆圆心间的距离为

$$\rho'_0 = [(\rho_0 \sin \theta_0 + \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} x_1)^2 + (\rho_0 \cos \theta_0 + \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} x_1)^2]^{1/2} \quad (1)$$

两圆圆心的方位为

$$\theta'_0 = \arctan \left[\frac{\rho_0 \sin \theta_0 + \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} x_1}{\rho_0 \cos \theta_0 + \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} x_1} \right] \quad (2)$$

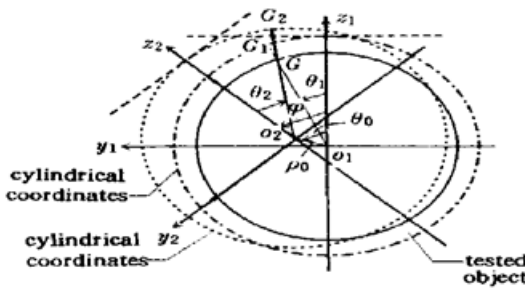


Fig. 3 Coordinate transformation in cylindrical coordinates

式中, ρ_0 和 θ_0 是在 $x_1 = 0$ 的平面上两个圆柱与该平面相交所形成的两个圆的圆心之间的距离和方位。

当分属于两个坐标系的两个子孔径间稍有重叠, 从这个重叠区(拼接区)利用两个圆柱坐标系之间的几何关系, 可以导出坐标系 2 向坐标系 1 变换的坐标变换式

$$\theta_1 = \sqrt{\rho_2^2 + \rho_0^2 + 2\rho_2\rho_0 \cos(\theta_2 - \theta'_0 - \varphi)} \quad (3)$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}[(\rho'_0/\rho_1) \sin(\theta'_0 - \theta_2 - \varphi)] + \theta_2 + \varphi \quad (4)$$

$$\rho_1 = f(\theta_1, x_1) \quad (5)$$

式中, ρ'_0 、 θ'_0 由(1)式和(2)式确定, φ 是两个坐标系之间绕 x_1 轴的转角, 而(5)式表示的是 ρ_1 与 θ_1 的面形关系。(3)式~(5)式即为圆柱坐标下坐标系 (ρ_1, θ_1, x_1) 和坐标系 (ρ_2, θ_2, x_2) 的变换关系。反映两个圆柱坐标系之间关系的变量共 4 个, 即 ρ_0 、 θ_0 以及 $\cos \alpha$ 、 $\cos \beta$ 、 $\cos \gamma$ 中的任意两个, 这样, 理论上在拼接区只需 4 个点即能确定两者之间的关系, 完成坐标变换。

实际拼接时, 为消除随机误差的影响, 在拼接区取 M 个点($M > 4$), 求解拼接参数的最小二乘解而不是简单地求解析解。

求解出拼接参数后, 利用(3)~(5)式把子孔径 2(坐标系 2)中的点变换到坐标系 1 中, 则子孔径 2 中的点和子孔径 1 中的点都统一在坐标系 1 中表达, 实现拼接。不难证明, 以上讨论可以推广到 $N(N > 2)$ 个子孔径的拼接。

由于(3)~(5)式都是非线性方程, 因此拼接参数的求解, 最后可归结为求非线性方程组的最小二乘解。本文作者用阻尼最小二乘法 and 广义逆法求这个非线性方程组的最小二乘解, 实践证明, 其效果比较好。

3 计算机模拟拼接测量

本实验模拟了一个圆柱面形(如图 4 所示)。圆柱轴线沿 x 轴方向, 准线方程为

$$y^2 + z^2 = R^2 \quad (6)$$

式中 R 为圆柱面半径, 取 $R = 30$ mm。在整个圆柱面上划分了 6 个子孔径, 每个子孔径在 x 方向的长度为 40 mm, 在垂直于半径方向的投影长度也是 40 mm。

对于圆柱面(或圆柱面的一部分), 其轴线可以用 ρ_0 、 θ_0 以及 $\cos \alpha$ 、 $\cos \beta$ 、 $\cos \gamma$ 这 3 个方向余弦中的 2 个来描述。为了模拟测量回转物体在回转测量时其轴线发生的变化, 对 6 个子孔径给出了不同的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值, 换言之, 这 6 片子孔径虽然半径相同, 但实际上已不在同一圆柱面上。表 1 给出了相应的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值, 表中 φ 为相邻两子孔径的转角(参见图 3), 该转角与子孔径的大小、子孔径的重叠程度等有关。

Table 1. Given parameters of subaperture axes in simulation

connection parameters	number of subaperture					
	1	2	3	4	5	6
φ/rad	0.0	1.047	1.047	1.047	1.047	1.047
ρ_0/mm	0.0	0.4	-0.2	0.6	0.8	-0.3
θ_0/rad	0.0	0.873	-1.920	2.269	-1.396	3.665
α/rad	0.0	0.0	0.0035	0.0026	0.0017	-0.0014
β/rad	1.571	1.562	1.536	1.553	1.553	1.545

分别在相邻两子孔径的拼接区采样, 求非线性方程组(3)~(5)式的最小二乘解, 可以求得相应的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值, 实现各子孔径向子孔径 1 的拼接。表 2 给出了其中所求得的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值, 为了与表 1 的形式一致, 表中也给出了设定的 φ 值和子孔径 1 的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值。表中的下标值为所求得的值与设定值的差值。可以看到, 计算值与设定值的差是非常小的。图 5 为拼接所得的圆柱面的全孔径三维面形。

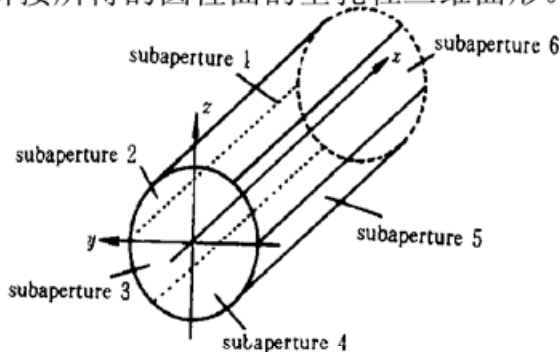


Fig. 4 Arrangement of subapertures in a cylinder

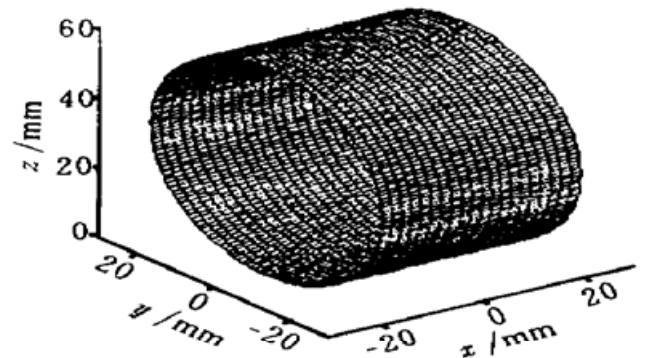


Fig. 5 3-D shape of full connected aperture in simulation

Table 2. Calculated parameters of subaperture axes in simulation

connection parameters	number of subaperture					
	1	2	3	4	5	6
φ/rad	0.0	1.047	1.047	1.047	1.047	1.047
ρ_0/mm	0.0	$0.4_{+10^{-7}}$	$-0.2_{+2\times 10^{-7}}$	$0.6_{-3\times 10^{-7}}$	$0.8_{+2\times 10^{-7}}$	$-0.3_{-10^{-7}}$
θ_0/rad	0.0	$0.873_{-10^{-8}}$	$-1.920_{+10^{-8}}$	$2.269_{+10^{-8}}$	$-1.396_{+10^{-8}}$	$3.665_{-10^{-8}}$
α/rad	0.0	$0.0_{-10^{-8}}$	$0.0035_{-10^{-8}}$	$0.0026_{+10^{-8}}$	$0.0017_{+10^{-8}}$	$-0.0014_{+10^{-8}}$
β/rad	1.571	$1.562_{+10^{-8}}$	$1.536_{+2\times 10^{-8}}$	$1.553_{-2\times 10^{-8}}$	$1.553_{-3\times 10^{-8}}$	$1.545_{+10^{-8}}$

为验证圆柱坐标下拼接方法的重复性,进行了3次模拟拼接,每次取不同的 ρ_0 、 θ_0 、 α 、 β 值,表3给出了3次拼接所得面形与真值面形间的面形差值 $\Delta\rho_{\text{rms}}$ 以及面形差值的标准差 σ_{rms} 。可以看到, $\Delta\rho_{\text{rms}}$ 以及 σ_{rms} 都是极小的。

Table 3. Error analysis for cylindrical connection in simulation/mm

No.	shape difference $\Delta\rho_{\text{rms}}$	standard deviation of shape difference σ_{rms}
1	8.956×10^{-8}	9.34×10^{-10}
2	8.897×10^{-8}	
3	9.080×10^{-8}	

4 实验验证

用圆柱坐标下的拼接方法对一个实际三维回转物体进行了测量。这是一个直径 Φ 约为185 mm的圆柱形物体,进行了5次测量,各次测量的面形平均值 $\Delta\rho_{\text{ave}}$ 、面形峰谷值 $\Delta\rho_{\text{p-v}}$ 、面形均方根值 $\Delta\rho_{\text{rms}}$ 以及它们的标准差列于表4。

Table 4. Shape analysis for repetitive test results of a real cylinder/mm

No.	average of shape $\Delta\rho_{\text{ave}}$	standard deviation of average of shape σ_{ave}	peak to valley of shape $\Delta\rho_{\text{p-v}}$	standard deviation of peak to valley of shape $\sigma_{\text{p-v}}$	root mean square of shape $\Delta\rho_{\text{rms}}$	standard deviation of root mean square of shape σ_{rms}
1	-0.1311	0.0364	1.9153	0.1171	0.3965	0.0281
2	-0.1316		1.8805		0.3719	
3	-0.1313		1.8970		0.3831	
4	-0.1149		1.8337		0.3538	
5	-0.0473		2.1346		0.4285	

从表4的结果可知,用这种方法测量具有回转形式的三维物体是成功的。

结 论 把拼接方法从直角坐标推广到用圆柱坐标,解决了三维物体特别是回转物体的拼接测量。计算机模拟测量的结果表明,该方法具有极高的理论拼接精度, $\Delta\rho_{\text{rms}}$ 达到 10^{-7} mm数量级。这个数量级的误差,基本上可以认为是由于计算机本身的舍入误差和截断误差引起的。这就验证了圆柱坐标下坐标变换公式的正确性。

参 考 文 献

- [1] Zhang G. Method of establishing general mathematical model of structured light 3-D vision. *Proc. SPIE*, 1996, **2899**: 662~ 666
- [2] He A, Li Q, Miao P. New method of 3-D shape measurement by moire technique. *Proc. SPIE*, 1991, **1545**: 278~ 281
- [3] Leu M. Vision system for three-dimensional position measurement based on stereo disparity. *Opt. & Laser Tech.*, 1989, **21**(5): 319~ 324
- [4] 唐朝伟, 梁锡昌. 复杂曲面轮廓激光扫描三维视觉传感系统. *光电光程*, 1993, **21**(2): 41~ 49
- [5] Holten J *et al.*. Stereo image ranging for an autonomous robot vision system. *Intelligent Robots and Computer Vision*, 1985, **579**: 459~ 463
- [6] Cheng Weiming, Chen Mingyi. Transformation and connection of subapertures in the multiaperture overlap-scanning technique for large optics tests. *Opt. Engg.*, 1993, **32**(8): 1947~ 1950
- [7] 陈明仪, 吴德柱, 程维明等. 用条纹图形拼接法测量三维大物体面形. *光学学报*, 1998, **18**(1): 74~ 79
- [8] Chen Mingyi, Cheng Weiming, Wang Cunwu. Multi-aperture overlap-scanning technique for large aperture test. *Proc. SPIE*, 1991, **1553**: 626~ 635

Surface Testing for 3-D Object Using Multiaperture Connection in Cylindrical Coordinates

Cheng Weiming Chen Mingyi Ding Zheng

(Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 201800)

Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 27 February 1998; revised 23 April 1998)

Abstract Multiaperture connection in Cartesian coordinates is difficult to be used to test surface of 3-D object or rotating object. To solve the problem, multiaperture connection in Cartesian coordinates is extended into cylindrical coordinates. Formulas in cylindrical coordinates are given. Results of computer simulation show that the theoretical error is about 10^{-7} mm, which proves the method is correct. Testing results for a real cylinder are given.

Key words profilometry, multiaperture, overlap-scanning, coordinate transformation.