

# 镜面物体往复通过弱湍流大气系统的成像\*

张逸新 朱 拓

(无锡轻工大学机械系, 无锡 214036)

倪晓武

(南京理工大学应用物理系, 南京 210014)

**摘 要** 分别利用部分相干理论、以广义椭球波函数为基础的 Karhunen-Loe'Ve 展开和相干成像理论研究了弱湍流像差大气照明系统互强度函数传输特征和位于湍流介质中镜面物体成像规律。结果表明: 仅当反射光束相干尺度(成像光束等效直径)小于成像孔径的尺度时才能改善湍流大气中两次成像的质量。

**关键词** 二次成像, 大气湍流, 像质改善。

## 1 引 言

由于大气通信、探测和遥感等应用的需要, 两次通过同一种不均匀湍流大气中传输光波特性的研究是一个十分活跃的课题, 目前从理论和实验上已较好地证明了从位于湍流介质中的物体散射返回的多次散射光波会导致光强增强现象<sup>[1, 2]</sup>。目前从理论和实验研究中已得出湍流介质中往复两次成像的信号中确实存在衍射极限信息和存在与成像质量关系十分紧密的空间相干性增加的现象<sup>[3, 4]</sup>, 例如, 文献[5]从实验上证实了结合有限平面镜(形成空间相干反射束)和带有空间滤波器的随机相屏(介质)两次传播光路系统可获得像质改善的结果, 文献[4]通过实验证实了结合条形平面镜(形成空间部分相干反射光束)和带有空间滤波器的随机相屏(介质)两次传播路径可得到像质改善像, 文献[3]从理论上指出结合有限平面镜和带空间滤波器的两次湍流大气传播效应可得到衍射极限像, 所以人们对后向散射光强增强的研究兴趣集中到探索能否利用光束两次通过同一湍流介质时所具有的特殊性质改善位于湍流介质中的物体的成像质量。

本文将用反映系统成像特性的系统信息量  $N = N_{\text{dof}} \log_2(1 + R_{\text{sn}})$  描述反射成像系统所成像的质量, 其中  $N_{\text{dof}}$  是信息自由度,  $R_{\text{sn}}$  是系统的信噪比, 从有多少物方信息传递到像方的角度来研究折迭湍流大气成像系统的像质改善机理。

## 2 系统的信息自由度

考虑图 1 所示的大气传像系统, 一圆形镜面物体位于照明—观察系统的远场区, 假设光

\* 江苏省青蓝工程基金资助课题。

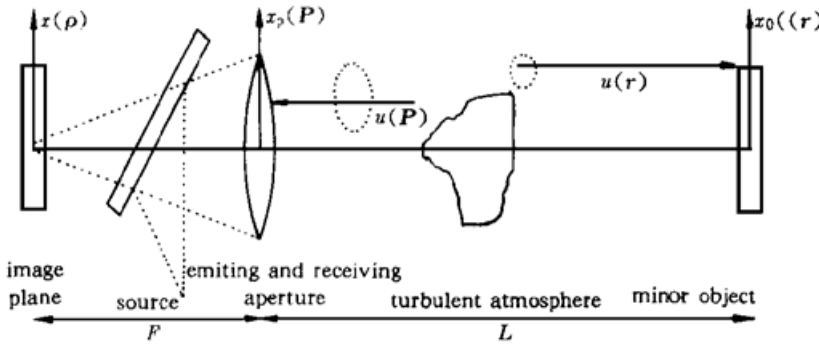


Fig. 1 Double passage imaging of coherent object

学系统的照明(成像)孔径  $D$  远大于湍流相干长度  $\rho_0$ , 物体由通过大气湍流层  $L$  路径后的激光束照明。由激光理论知道, 即使是单色性很好的激光束, 实际上也仅是时间相干性很好的准单色光, 考虑到光在视线湍流大气中传输的空间相干性降低规律, 这里用部分相干理论研究图 1 所示系统

的成像规律。

为了简化分析起见, 把图 1 的成像系统分解为照明和成像两部分, 其中光源发出光线所通过的透镜  $P$  和湍流大气看作照明系统, 物面发出的光线所经过的湍流大气、透镜  $P$  和接收面看作成像系统。

据对部分相干照明成像系统的信息自由度传递研究<sup>[6]</sup>, 图 1 所示系统像面信息自由度由照明系统和成像系统参数共同决定。

### 2.1 照明系统信息自由度

由部分相干理论可得到图 1 所示的照明光波从  $x_p(P_1, P_2)$  平面发出到达物面  $x_o(r_1, r_2)$  的互强度函数<sup>[6]</sup>为

$$\Gamma(r_1, r_2) = \iint \Gamma(P_1, P_2) h(P_1, r_1) h^*(P_2, r_2) dP_1 dP_2 \tag{1}$$

其中\* 号表示复共轭,  $h(P_1, r_1)$  和  $h^*(P_2, r_2)$  分别是大气成像系统的瞬时点扩展函数, 即

$$h(P, r) = \frac{1}{jR\lambda} \exp [jkR + \Psi(P, r)] \tag{2}$$

这里  $R$  是  $P$  位置到  $r$  的传输距离;  $\Psi(R, r)$  是大气湍流引入的随机复相位因子,  $\Psi(P, r) = \chi(P, r) + jS(P, r)$ 。  $\chi(P, r)$  是光波对数振幅起伏,  $S(P, r)$  是光波的随机相位起伏,  $\lambda$  为光波波长。由于在弱湍流起伏区大气闪烁  $\sigma_x^2 \ll 1$ ,  $\chi(P, r) \ll 1$ , 所以可把点扩展函数展开并近似为:

$$\begin{aligned} h(P, r) &\approx \frac{1}{jR\lambda} \exp [jkR + jS(P, r)] [1 + \chi(P, r)] \approx \\ &\frac{1}{jR\lambda} \exp [jkR + jS(P, r)] = \\ &h_0(P, r) \exp [jS(P, r)] \end{aligned} \tag{3}$$

其中因子  $h_0(P, r)$  是不存在大气湍流时系统的点扩展函数。对于图 1 所示的成像系统, 在  $|P_1, P_2| \ll \rho_0$  与  $|r_1 - r_2| \ll \rho_0$  的等晕区域内,  $S(P_1, r_1) \cong S(P_2, r_2)$ , 那么由(3)式可得到

$$h(P_1, r_1) h^*(P_2, r_2) \cong h_0(P_1, r_1) h_0^*(P_2, r_2) \tag{4}$$

由于随机起伏大气湍流的干涉, 只能在物面处得到时间平均互强度函数  $\bar{\Gamma}(r_1, r_2)$ 。由泰勒湍流冻结假设, 互强度函数的时间平均值可用大气湍流的系综平均值近似, 所以下面将分析短期曝光(曝光时间短于  $a/v$ , 这里  $a$  为光源光束的半径,  $v$  为垂直于光束传输方向的风速速率) 湍流大气系综平均互强度函数  $\bar{K}(r_1, r_2)$ , 即

$$\langle \hat{K}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle = \iint_{\Omega} \Gamma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) \hat{K}(\mathbf{P}_1, \mathbf{r}_1) h^*(\mathbf{P}_2, \mathbf{r}_2) \rangle d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2 \quad (5)$$

$$\hat{K}(\mathbf{P}_1, \mathbf{r}_1) h^*(\mathbf{P}_2, \mathbf{r}_2) \rangle = h_0(\mathbf{P}_1, \mathbf{r}_1) h_0^*(\mathbf{P}_2, \mathbf{r}_2) \exp \left[ -\frac{1}{2} D_{\Psi}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right]$$

其中  $D_{\Psi}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  是复位相结构函数。在区域  $|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2| > \rho_0$  与  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| > \rho_0$ ,  $D_{\Psi}$  随  $|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2|$  与  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$  的增大而迅速减小,  $\exp \left[ -\frac{1}{2} D_{\Psi}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right]$  项对(5)式中的积分贡献很少<sup>[7]</sup>, 所以可近似为 1。那么(5)式可写为

$$\begin{aligned} \langle \hat{K}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle &= \iint_{\Omega} \Gamma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) h_0(\mathbf{P}_1, \mathbf{r}_1) h_0^*(\mathbf{P}_2, \mathbf{r}_2) d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2 = \\ \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &\approx 2J_1(\Omega_2 \bar{r}) / (\Omega_2 \bar{r}) \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\bar{r}^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \Phi$ ,  $\Omega_2 = 2\pi a / \lambda L$ ,  $\Phi$  为矢量  $\mathbf{r}_1$  与  $\mathbf{r}_2$  之间的夹角,  $\lambda$  为准单色光平均波长,  $J_1$  为一阶贝塞尔函数,  $L$  为照明系统到物面的距离。

由文献[8]的分析, 利用椭球波函数  $\Phi_{N_1, n_1}(c, r) \exp(jN\Phi)$  的正交关系

$$\iint_0^{2\pi R} \Phi_{N_1, n_1}(c_2, r) \exp(jN_1\Phi) \Phi_{N_2, n_2}(c_2, r) \exp(-jN_2\Phi) r dr d\Phi = 2\pi \mu_{N_1, n_1} \delta_{N_1, N_2} \delta_{n_1, n_2} \quad (7)$$

其中  $\delta_{N_1, N_2}$  和  $\delta_{n_1, n_2}$  为克罗内克记号,  $\mu_{N_1, n_1}$  为波函数  $\Phi_{N_1, n_1}(c, r) \exp(jN\Phi)$  的本征值, 不考虑常数因子, 则  $\langle \hat{K}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle$  可展开为下列积分方程

$$\begin{aligned} \iint_0^{2\pi R} \langle \hat{K}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle \Phi_{N, n}(c_2, r_1) \exp(jN\Phi) r_1 dr_1 d\Phi = \\ 4\pi \beta_N \mu_{N, n} \Phi_{N, n}(c_2, r_2) \exp(jN\Phi) \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $c_2$  为照明光源椭球波函数参数,  $c_2 = R_1 \Omega_2$ ,  $R_1$  为相干物面半径,  $\beta_N = 1$ ,  $N \geq 1$ ;  $\beta_N = 1/2$ ,  $N = 0$ , 运载图像信息的元波波函数  $\Phi_{N, n}(c_2, r_2) \exp(jN\Phi)$  的个数  $r^*$  (即信息自由度) 由非零本征值  $\mu_{N, n}$  决定。即

$$r^* = (c_2/\pi)^2 = (R_1 \Omega_2/\pi)^2 = (2R_1 a/\lambda L)^2 \quad (9)$$

## 2.2 成像系统自由度

对于部分相干光照明下的相干物体所携带并通过系统成像的信息, 可利用信息叠加理论, 通过把物面按湍流相干长度分割为若干个相干小区域以叠加来自物面每一个小区域内的物波信息来讨论, 用通过系统传输后的像面信息量表征系统的成像质量。为此, 下面用相干成像理论来分析每一个相干物波的成像规律。对于每一个相干物元通过大气系统成像时, 其像元满足下列方程

$$i(\rho) = \int_{\Sigma} d\mathbf{r} O(\mathbf{r}) h_l(\mathbf{r}, \rho) \quad (10)$$

其中  $O(\mathbf{r})$  为物波,  $h_l(\mathbf{r}, \rho)$  为物面到像面光波传输系统的瞬时点扩展函数<sup>[9]</sup>, 由文献[9]的分析可知, 只要用正交归一化函数  $G_{N, n}(\rho') = h_l(\rho') \odot \Phi_{N, n}(\rho', c_1) \exp(jN\Phi)$  展开物场和引入新积分核

$$K(\omega - \xi) = 2\pi \exp \{j[s(\omega) - s(\xi)]\} \frac{J_1(|\omega - \xi|)}{|\omega - \xi|} \quad (11)$$

即可得到积分方程

$$\iint_0^{\Omega/2\pi} K(\omega - \xi) \tilde{G}_{N,n}(\xi) \xi d\xi d\phi = \lambda_{N,n} \tilde{G}_{N,n}(\omega) \quad (12)$$

其中  $\odot$  表示卷积,  $\tilde{G}_{N,n}(\xi)$  是  $G_{N,n}(\rho)$  的傅里叶变换,  $\lambda_{N,n}$  是本征函数  $\Phi_{N,n}(\rho) \exp(jN\vartheta)$  的本征值。

(12) 式表示携带物面信息的波函数  $G_{N,n}(\rho)$  的个数  $r'$  (即信息自由度) 就是椭球波函数  $\Phi_{N,n}(\rho) \exp(jN\vartheta)$  的个数, 它由非零本征值  $\lambda_{N,n}$  决定, 而  $r'$  为

$$r' = \left(2 \frac{R_1 R_2}{\lambda L}\right)^2 \quad (13)$$

这里  $R_2$  为成像于像面的光束半径。如果入射到成像面的短期曝光光束等效半径  $A_r > a$ , 那么  $R_2 = a$ , 从而有

$$r' = (2R_1 a / \lambda L)^2 = r^* \quad (14)$$

如果像面短期曝光光束等效半径  $A_r < a$ , 那么  $R_2 = A_r$ , 即

$$r' = (2R_1 A_r / \lambda L)^2 < r^* \quad (15)$$

而整个光学系统所传递的信息自由度为<sup>[6]</sup>

$$N_{\text{dof}} = r^* (r' - 1) = \left(\frac{2aR_1}{\lambda L}\right)^2 \left[2\left(\frac{2R_1 R_2}{\lambda L}\right)^2 - \left(\frac{2R_1 a}{\lambda L}\right)^2\right] \quad (16)$$

当  $R_2 = A_r$ ,  $r^* > r'$  时,

$$N_{\text{dof}} = r'^2 = (2R_1 A_r / \lambda L)^2 \quad (17)$$

由(17)式及文献[9]可知, 在  $A_r < a$  曝光条件下, 由于湍流扩展的存在, 同样存在系统的成像分辨率超过瑞利分辨率的超分辨成像现象。另外, 由于光束镜面反射扩展效应, 即短期曝光反射光束等效半径  $A_r$  为同距离视线传输光束等效半径  $A$  的 1.5 倍, 即  $A_r \approx 1.5A$ , 那么

$$N_{\text{dof}} = 2.25(2R_1 A / \lambda L)^2 \quad (18)$$

显然现在像的分辨率比单程传输相同路径时像的分辨率高, 并且超分辨率现象显著, 这与折迭光路实验中观察到大气成像质量改善<sup>[5]</sup>是一致的。

### 3 系统的信息量

由文献[9]的分析, 弱湍大气成像系统所传输的信息量为

$$N_r = N_{\text{dof}} \log_2[1 + 0.25\sigma_x^{-2}] \quad (19)$$

由折迭光路光闪烁研究, 图 1 所示准直光束光闪烁是直接通过相同路径闪烁的 1.5 倍左右, 即  $\sigma_x^2 \cong 1.5\sigma_x^2$ , 则(19)式为

$$N_r = N_{\text{dof}} \log_2[1 + 0.17\sigma_x^{-2}] \quad (20)$$

当光束等效半径  $A_r < a$  时, 系统所传递的信息量为

$$N_r = 2.25\left(\frac{2R_1 A}{\lambda L}\right)^2 \log_2[1 + 0.17\sigma_x^{-2}] \quad (21)$$

由对数与多项式函数的性质可知,  $\sigma_x^2$  的增大导致  $N_r$  降低比  $N_{\text{dof}}$  增大导致  $N_r$  提高的变化要慢。所以, 图 1 所示成像系统成像质量要比光束视线通过相同湍流大气层时的成像质量高。而当  $A > a$  时,  $R_2 = a$ , 则折迭大气传像系统传输的信息量为

$$N_r = \left(\frac{2R_1 a}{\lambda L}\right)^2 \log_2[1 + 0.17\sigma_x^{-2}],$$

小于

$$N = \left(\frac{2R_1 a}{\lambda L}\right)^2 \log_2[1 + 0.25\sigma_x^{-2}] \quad (22)$$

显然, 现在系统成像质量比光束直接通过相同大气湍流层传输所成像的质量要低。这表明, 如果试图通过反射效应来改善大气成像系统的成像质量, 必须满足  $a > A_r$ 。

**结 论** 1) 弱湍流大气二次成像系统在一定条件下同样存在在视线湍流大气成像系统中存在的超分辨成像现象<sup>[7]</sup>; 2) 湍流在大气中二次成像像质改善是有条件的, 即要求成像光束的相干尺度与成像孔径尺度之比小于 1。

### 参 考 文 献

- [1] Kravtsov Y A, Saichev A I. Effects of partial wave-front reversal during the reflection of waves in randomly inhomogeneous media. *Sov. Phys. JETP*, 1982, **56**(3) : 291~ 294
- [2] Myakinin V A, Bogaturov A N, Dainty J C *et al.*. Double passage imaging of partially-coherent objects through turbulence — experimental results. *Proc. SPIE*, 1993, **1968** : 217~ 228
- [3] Yang C C, Elsebelgy B H, Plonus M A. Imaging after double passage through a turbulent medium. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(24) : 2087~ 2089
- [4] Guvich A S, Myakinin V A, Bogaturov A N *et al.*, The region of two-point coherence enhancement after backscattering through turbulence. *Opt. Comm.*, 1994, **109**(5, 6) : 387~ 392
- [5] Myakinin V A. Observation of the improvement of image quality under active illumination through turbulence. *Opt. Comm.*, 1992, **89**(1) : 164~ 166
- [6] Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. sixth edition, New York: Pergmon press, 1980. 516~ 518
- [7] Yang C C, Plonus M A. Superresolution effects in weak turbulence. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(36) : 7528~ 7531
- [8] Tao C. The transfer mechanism of structural information of a partially coherent light field through 1-D and 2-D optical system. *Opt. Acta*, 1983, **30**(3) : 361~ 370
- [9] 张逸新. 湍流大气中图像传输的信息量. *光学学报*, 1994, **14**(4) : 430~ 435

## Imaging of Mirror Objects Through the Double Passage System of Atmospheric Turbulence

Zhang Yixin     Zhu Tuo

(Department of Mechanics, Wuxi University of Light Industry, Wuxi 214036)

Ni Xiaowu

(School of Sciences, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

(Received 6 August 1997; revised 31 March 1998)

**Abstract** The partially-coherent theorem, the Karhunen-Loe'Ve expansion of generalized prolate-spheroidal function and coherent imaging theorem are used to analyse the propagation characterization of turbulent average mutual intensity of weak atmospheric turbulence illuminating system and imaging of mirror objects placed in turbulent medium. It is demonstrated that double passage imaging leads to an improvement in image quality (superresolution) only for the reflective beam whose coherent scale is smaller than the scale of the aperture of imaging system.

**Key words** double passage imaging, atmospheric turbulence, image quality improvement.