

具有像散的克尔透镜锁模腔的研究*

安文生¹⁾ 周国生¹⁾ 李仲豪¹⁾ 宋晏蓉¹⁾ 贾锁堂¹⁾ 姚建铨²⁾

1), 山西大学电子信息系, 太原 030006
2), 天津大学精仪学院, 天津 300072

摘 要 从非线性薛定谔方程出发, 经严格计算求得了在具有像散情况下, 偏振垂直于传播方向的光束在克尔介质中传输的一般特性, 所用的计算方法可应用于高斯光束及克尔透镜锁模腔的研究, 并能对高功率情形进行计算。研究表明, 在有其他锁模启动机制下, 不一定要用 $[d\omega/dp]_{p=0} < 0$ 作为克尔透镜锁模的必要条件。对于光脉冲的压缩来说, 椭圆形光阑将优于圆形光阑。

关键词 克尔透镜锁模, 共振腔, 像散。

1 引 言

克尔透镜锁模技术自发明以来得到了迅速发展。目前还在不断地将这一技术推广应用于新的激光介质。它的理论描述, 在轴对称情况下已比较完善^[1, 2]。对于在有色散介质中的传输, 文献[3]讨论了它的一般特性, 得到了有关的守恒量及脉宽束宽的微分方程。文献[4]对 2+1 维的光束利用线性近似, 得到了光束束宽的积分方程, 再用数值法讨论了具有像散的克尔透镜锁模腔的特性。但还不太完善。一是只能用于小功率情形, 相对功率 $p \leq 0.5$; 二是精度不高; 三是数值计算须解二阶微分方程组, 运算量太大。

本文研究了在具有像散情况下, 偏振垂直于传播方向的光束在克尔介质中的传播规律, 由此应用于高斯光束计算, 得到了较简单的方程。最后对克尔透镜锁模腔进行了计算。

2 光束在克尔介质中的传播

设光束在传播过程中保持高斯型:

$$\psi(x, y, z) = A(z) \exp \left[-\frac{x^2}{\omega_x^2(z)} - \frac{y^2}{\omega_y^2(z)} + i \frac{k_0}{2r_x}(z)x^2 + i \frac{k_0}{2r_y}(z)y^2 \right] \quad (1)$$

其中 A 为光场振幅, ω_x 、 ω_y 和 r_x 、 r_y 分别为在 z 处 x 和 y 方向的光斑尺寸和曲率半径, 利用文献[2]所用的相同方法, 可得:

$$\frac{1}{r_x} = \frac{1}{\omega_x} \frac{d\omega_x}{dz} \quad (2)$$

* 国家自然科学基金、博士点基金及山西省自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1997-09-29; 收到修改稿日期: 1998-04-13

$$\frac{1}{r_y} = \frac{1}{\omega_y} \frac{d\omega_y}{dz} \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \omega_x}{dz^2} = \frac{4}{k_0^2 \omega_x^3} - \frac{2\gamma I_0}{\pi k_0 \omega_x^2 \omega_y} \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \omega_y}{dz^2} = \frac{4}{k_0^2 \omega_y^3} - \frac{2\gamma I_0}{\pi k_0 \omega_x^2 \omega_y} \quad (5)$$

其中后二式右方第一项代表光束衍射引起的光束展宽, 第二项表示克尔效应引起的光斑的压缩及 x 、 y 二方向的耦合。这些方程与文献[3]中的相同。

再利用文献[2]的方法可得克尔介质中光束传播过程中的守恒量 I 、 H 及总光斑尺寸的变化:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi \psi^* dx dy = \frac{\pi}{2} A A^* \omega_x \omega_y \quad (6)$$

$$H = -I_0 \left[\frac{1}{\omega_x^2} + \frac{1}{\omega_y^2} + \frac{k_0^2}{4} \left(\frac{d\omega_x}{dz} \right)^2 + \frac{k_0^2}{4} \left(\frac{d\omega_y}{dz} \right)^2 \right] + \frac{2k_0 \gamma I_0^2}{2\pi \omega_x \omega_y} \quad (7)$$

$$\omega^2(z) \equiv \omega_x^2(z) + \omega_y^2(z) = \omega_0^2 + \frac{2\omega_0^2}{R_0} z - \frac{4H}{I_0} z^2 \quad (8)$$

其中

$$\frac{1}{R(z)} = \frac{1}{\omega(z)} \frac{\partial \omega(z)}{\partial z} = \frac{1}{\omega^2(z)} \left[\frac{\omega_x^2(z)}{r_x} + \frac{\omega_y^2(z)}{r_y} \right] \quad (9)$$

上式中 ω 为总光斑尺寸, $R(z)$ 为光束的法曲率半径, 它在 x 、 y 方向的主曲率半径是 r_x 和 r_y , 这里 $\omega_0 = \omega(0)$, $R_0 = R(0)$ 。上面的公式说明, 高斯光束在克尔介质中传输时, 它的总的光斑尺寸的平方随传输距离以抛物型规律变化。可以看出, 当 $H = 0$, $R_0 = \infty$ 时, 有 $\omega = \omega_0$, 即光斑尺寸在传输过程中保持不变, 光束自陷。值得注意的是, 这里仅是 ω 保持不变, 而 ω_x 、 ω_y 可能在传输过程中有变化。例如对有像散的光束, 当满足 $\frac{\omega_x^2(0)}{r_x(0)} = -\frac{\omega_y^2(0)}{r_y(0)}$, 且 $r_x(0)$ 、 $r_y(0)$ 不等于无穷时, 就是如此。显然对于圆柱对称光束, 光束平行入射, 才能使光束自陷。此时自陷功率 $P_c = nc_0 I_0 / \gamma k_0$, 令归一化功率 $p = P/P_c$, 以便应用于后面的计算。

一般都以数值法解联立二阶微分方程组(4)、(5)^[4]。为作精确计算, 可以利用(7)式、(8)式, 把计算简化成求解一阶微分方程。

令 $\omega_x = \omega \cos \varphi$, $\omega_y = \omega \sin \varphi$, 利用(7)式可得:

$$\left(\frac{d\omega_x}{dz} \right)^2 + \left(\frac{d\omega_y}{dz} \right)^2 = \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 + \omega^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 = -\frac{4H}{I} - 4 \left(\frac{1}{k_0^2} \right) \left(\frac{1}{\omega_x^2} + \frac{1}{\omega_y^2} \right) + \frac{4\gamma I}{\pi k_0 \omega_x \omega_y} \quad (10)$$

其中, 由(7)式、(8)式可证明:

$$\omega^2 \left(\frac{d\omega}{dz} \right)^2 + \frac{4H}{I} \omega^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{2\omega_0^2}{R_0} \right)^2 + \frac{4H}{I} \omega_0^2 \equiv -4S_1 \quad (11)$$

这说明 S_1 是一个由初值决定的常量。由(10)式可得一次微分方程:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \pm \frac{1}{\omega^2} \sqrt{f(\varphi)} \quad (12)$$

$$f(\varphi) = \left(\frac{4S_1}{k_0^2} + \frac{8\gamma I}{\pi k_0 \sin^2 2\varphi} - \frac{16}{k_0^2 \sin 2\varphi} \right) \quad (13)$$

其中 φ 的改变, 也就是 $\omega_x(z)$ 、 $\omega_y(z)$ 的变化。上式说明 φ 随 z 作振荡。当 $f(\varphi) = 0$ 时, φ 为极大(小)值, ω_x 取极小(大)值, 并随 z 开始增大(减小), 而 ω_y 开始减小(增大)。

对(12)式积分:

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\omega_0 d\varphi}{\sqrt{f(\varphi)}} = \pm \frac{2}{\sqrt{\beta}} \left[\arctan \frac{2R_0 - 8H/(I\omega_0^2)}{\sqrt{\beta}} - \arctan \frac{2}{R_0 \sqrt{\beta}} \right] \quad (14)$$

其中

$$\beta = -\frac{2}{R_0} - \frac{16H}{I\omega_0^2}$$

这样, 像散光束在克尔介质中的传输问题就归结为(8)式及一阶微分方程(12)式或积分方程(14)式。由(14)式求出 $\varphi(z)$, 就可以计算出 $\omega_x(z)$ 、 $\omega_y(z)$ 等量。应当指出, 在推导中没有采用近似, 所以此结果是严格的, 可用于较强的克尔效应。利用(8)式和(12)式, 可作 Z 扫描计算^[5]。确定一高斯光束, 设其腰斑处 $z = 0$, 将克尔介质放在不同的 z 处, 由(5)式和(12)式计算通过克尔介质后在 $z = 300 \text{ mm}$ 处远场高斯光束的场分布, 再求归一化变化。计算结果如图 1 所示, 其中 $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, $l_k = 20 \text{ mm}$, $n = 1.5$ 。高斯光束腰斑为 $\omega_{x0} = 0.06 \text{ mm}$, $\omega_{y0} = 0.02 \text{ mm}$ 。图 1(a)~ 图 1(d) 分别为 $p = 0.1, 0.5, 1, 1.5$ 时的情形。经与文献[3]中图示比较可见, 图 1(a)、图 1(b) 比文献[3]的近似解与数值计算解更趋一致。值得注意的是, 虽然在不同的 p 下, ω_x 与 ω_y 对 z 的曲线形状变化较大, 但不同 ω 的曲线形状大致相同。另外, 应用这一方法可以计算 $p > 0.5$ 时的变化, 而以前文献只计算了 $p \leq 0.5$ 时的值。

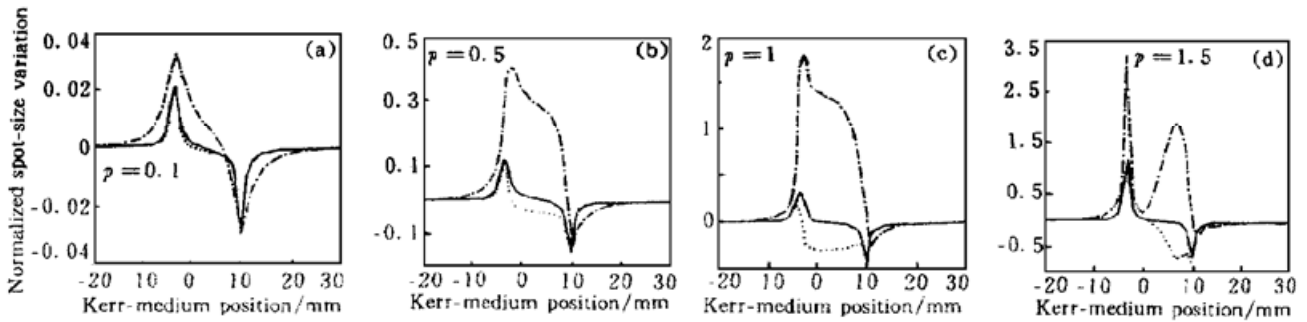


Fig. 1 Z-scan simulation for an astigmatic Gaussian beam at different normalized power p . Dot, dash and solid curves represent ω , ω_x and ω_y respectively

3 有像散克尔透镜锁模谐振腔的研究

有像散克尔透镜锁模谐振腔如图 2 所示。 M_1 、 M_2 为腔二端的平面反射镜, M_3 、 M_4 是曲率半径分别为 R_1 、 R_2 的球面反射镜, 腔中间置有二端以布氏角切割的克尔介质, 长度为 l_k 。

光束在谐振腔中传输时, 在克尔介质外, 可用传输矩阵计算。由镜 M_1 起经 M_3 至克尔介质入射端面内侧的传输矩阵可表示为:

$$M_{lx} = \begin{bmatrix} A_{lx} & B_{lx} \\ C_{lx} & D_{lx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{01} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/(R_1 \cos \theta_1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{ly} = \begin{bmatrix} A_{ly} & B_{ly} \\ C_{ly} & D_{ly} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{01} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 \cos \theta_1/R_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

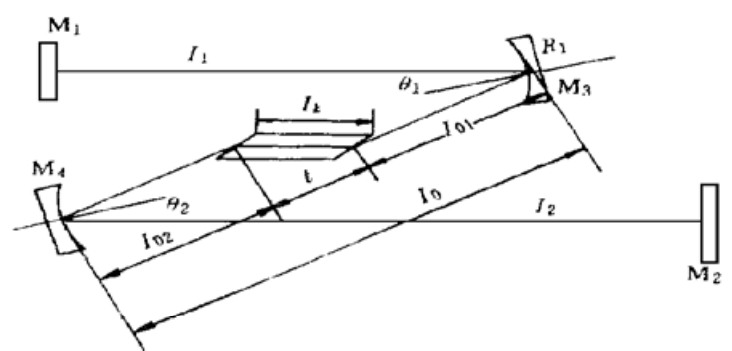


Fig. 2 Schematic of the cavity with four mirrors

下标 x 、 y 分别表示子午面及弧矢面内的

量。由克尔介质输出端面内侧经 M_4 再到镜 M_2 的传输矩阵为

$$\mathbf{M}_{2x} = \begin{bmatrix} A_{2x} & B_{2x} \\ C_{2x} & D_{2x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/(R_2 \cos \theta_2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{02} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{2y} = \begin{bmatrix} A_{2y} & B_{2y} \\ C_{2y} & D_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 \cos \theta_2 / R_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{02} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

以不考虑克尔效应时激光腔稳定模在镜 M_1 上的 x 、 y 方向的光斑尺寸 ω_{1x} 、 ω_{1y} 为初值, 由传输矩阵 \mathbf{M}_{1x} 、 \mathbf{M}_{1y} 算出克尔介质输入端内侧面处的光斑尺寸及曲率半径, 代入(8)式和(14)式求出介质输出端内侧的光斑尺寸及曲率半径, 再由传输矩阵 \mathbf{M}_{2x} 、 \mathbf{M}_{2y} 算出镜 M_2 处的光斑尺寸及曲率半径, 然后反方向计算, 进行迭代求解, 得到稳定解。

现设克尔介质长度 $l_k = 10$ mm, 像散补偿角 $\theta_1 = \theta_2 = 12^\circ$, 二臂长 $l_1 = l_2 = 800$ mm, 二会聚镜曲率半径 $R_1 = R_2 = 100$ mm, 间距为 l_0 。模拟实验结果如下:

1) 克尔介质在 M_3 和 M_4 间的位置对光斑尺寸的影响(见图 3)。取 $l_0 = 110$ mm, 在 $0 < l_{01} < 40$ mm 的区间中, M_1 镜上的光斑尺寸随归一化功率增大而下降, $[d\omega/dp]_{p=0} < 0$, [见图 3(a)~图 3(c)]。因此若将光阑放在镜 M_1 处, 将具有锁模效果。当 $l_{01} = 46$ mm 时, ω_x 随 p 下降[图 3(a)], ω_y 上升[图 3(b)], 总的 ω 也上升[图 3(c)]。因此 $[d\omega/dp]_{p=0} > 0$, 在 M_1 处放置光阑不具有锁模效果。但在 M_2 上, 当 $0 < l_{01} < 46$ mm 时, x 、 y 方向和总的光斑尺寸都随 p 的增大而减小[图 4(a)~图 4(c)]。因此若将光阑放在镜 M_2 近旁, 都会有克尔锁模作用。

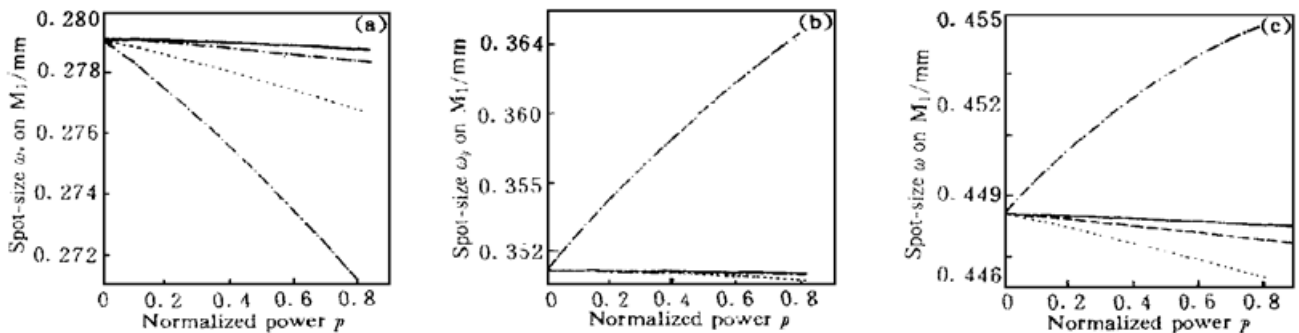


Fig. 3 Astigmatic spot size ω_x , ω_y and ω at mirror M_1 as functions of the normalized power p . The cavity parameters are $l_1 = l_2 = 800$ mm, $R_1 = R_2 = 100$ mm, $l_0 = 110$ mm, $l_k = 10$ mm, $\theta_1 = \theta_2 = 12^\circ$. Solid, dot dash, dot and heavy dot dash curves represent $l_{01} = 20, 30, 40, 46$ mm respectively

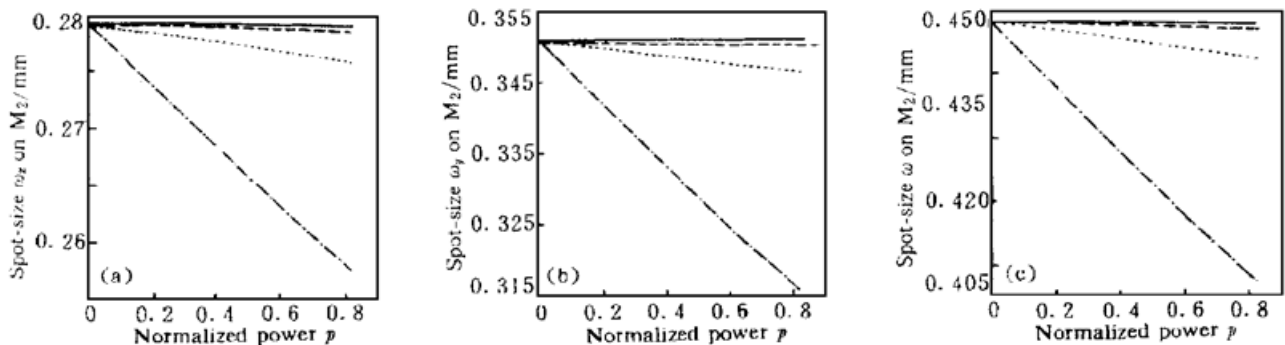


Fig. 4 Astigmatic spot size ω_x , ω_y and ω at mirror M_2 as functions of the normalized power p . The cavity parameters are $l_1 = l_2 = 800$ mm, $R_1 = R_2 = 100$ mm, $l_0 = 110$ mm, $l_k = 10$ mm, $\theta_1 = \theta_2 = 12^\circ$. Solid, dash, dot and dot dash curves represent $l_{01} = 20, 30, 40, 46$ mm respectively

2) $M_3 \sim M_4$ 长度对光斑尺寸的影响。当 l_0 长度减小到 108 mm 时, 光斑尺寸有明显变化。在镜 M_1 上的 ω_x 上升[图 5(a)], ω_y 下降[图 5(b)], 而总的 ω [图 5(c)], 当 $l_{01} = 20 \sim 40$ mm 时, $[d\omega/dp]_{p=0} < 0$, 当 $l_{01} = 44, 46$ mm 时 $\omega \sim p$ 曲线先升后降, 特别是 $p = 0.2$ 时, $l_{01} = 46$ mm 的 $\omega \sim p$ 曲线明显下降, 因此这种谐振腔形虽不利于自锁模, 但在有其它锁模起动机时(如声光锁模起动, 振镜起动等)^[6], 克尔透镜仍可起锁模作用。所以不一定要象文献[1]中所要求的那样, 把 $[d\omega/dp]_{p=0} < 0$ 看作是锁模的必要条件。在镜 M_2 上的光斑尺寸变化如图 6 表示。当 $l_{01} = 20 \sim 40$ mm 时, 总的 ω [图 6(c)] 是下降的。当 $l_{01} = 44, 46$ mm 时, 总的 ω [图 6(c)] 先降后升。这说明在此腔型下, 光阑放在镜 M_2 附近时要实现锁模, 克尔介质中的光功率不能太大。

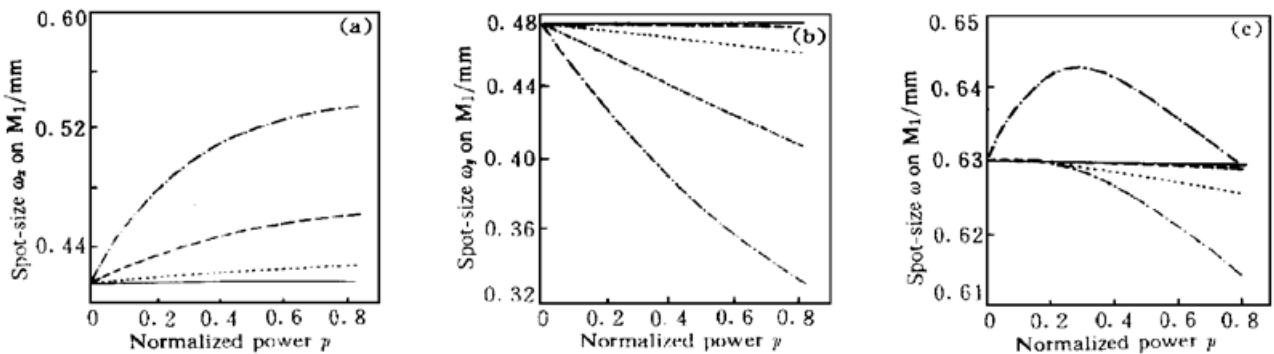


Fig. 5 Astigmatic spot size ω_x , ω_y and ω at mirror M_1 as functions of the normalized power p . The cavity parameters are $l_1 = l_2 = 800$ mm, $R_1 = R_2 = 100$ mm, $l_0 = 108$ mm, $l_k = 10$ mm, $\theta_1 = \theta_2 = 12^\circ$. Solid, dot, dash and dot dash lines represent $l_{01} = 20, 40, 44, 46$ mm respectively

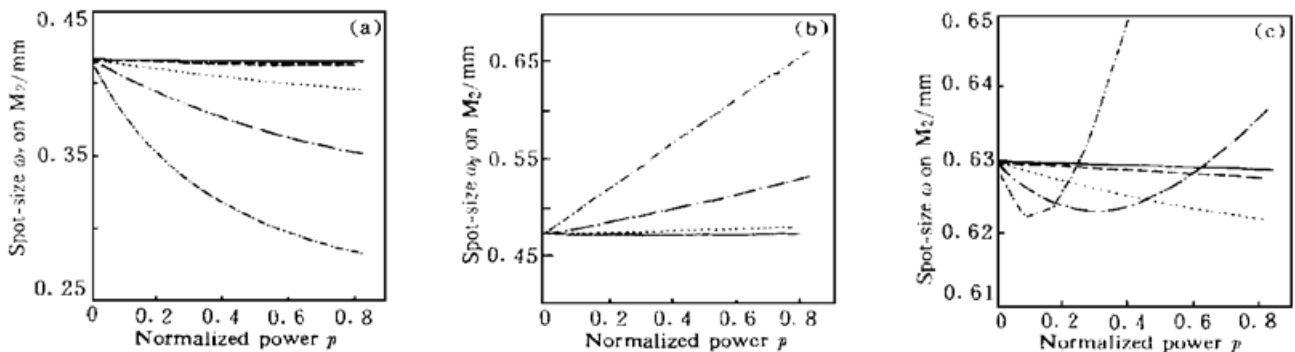


Fig. 6 Astigmatic spot size ω_x , ω_y and ω at mirror M_2 as functions of the normalized power p . The cavity parameters are $l_1 = l_2 = 800$ mm, $R_1 = R_2 = 100$ mm, $l_0 = 108$ mm, $l_k = 10$ mm, $\theta_1 = \theta_2 = 12^\circ$. Solid, dot, dash and dot dash lines represent $l_{01} = 20, 40, 44, 46$ mm respectively

3) 选用椭圆形光阑更有利于光脉冲的压缩。一般情况下光斑在 x, y 方向的变化并不一致, 有时甚至相差悬殊, 若采用圆形光阑, 压缩效果会变差。

结 语 本文讨论了在克尔介质中具有像散的高斯光束传输特性: 总光斑尺寸的平方随传输距离的变化满足简单的平方律。由此得到了像散下光斑尺寸所满足的一阶微分方程。这计算方法可用于强的克尔相对功率。由 Z 扫描曲线可见, 总的光斑尺寸变化比较简单。在此基础上对有像散克尔透镜锁模谐振腔进行了研究, 发现: 1) 在不同位置, $d\omega/dp$ 的情况不同, 可能在镜 M_1 处, $[d\omega/dp] < 0$, 而在镜 M_2 处则相反, 说明压缩脉冲时光阑位置的选取很重要。2) 在有的腔形下, 当 p 小时, $[d\omega/dp] > 0$, p 增大到某一定值时, $[d\omega/dp] < 0$ 。对于还同时

存在其他的自锁模起动条件下, 克尔透镜仍可起锁模作用, 不一定要满足文献[4]所提出的 $[d\omega/dp]_{p=0} < 0$ 条件。3) 采用椭圆形光阑将更利于脉冲的压缩。

参 考 文 献

- [1] Magni V, Cerullo G, Silvestri S. ABCD matrix analysis of propagation of Gaussian beams through Kerr media. *Opt. Commun.*, 1993, **96**(4~6): 348~355
- [2] 周国生, 李仲豪, 胡晓改等. 轴对称光束的克尔透镜矩阵及其在克尔透镜锁模中的作用. *光学学报*, 1996, **16**(8): 1060~1064
- [3] Magni V, Cerullo G, Silvestri S *et al.*. Astigmatism in Gaussian-beam self-focusing and in resonators for Kerr-lens mode locking. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(3): 476~485
- [4] 周国生, 王海斌, 李仲豪等. 圆柱对称光脉冲在负色散克尔介质中的传输. *光学学报*, 1997, **17**(7): 923~929
- [5] Sheik-bahae M, Said A, Van Styland E. High-sensitivity, single-beam n_2 measurements. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(17): 955~957
- [6] Keller U. Ultrafast all-solid-state laser technology. *Appt. Phys. (B)*, 1994, **58**(5): 347~363

Study on Kerr Lens Mode-Locked Laser with Astigmatic Resonator

An Wensheng¹⁾ Zhou Guosheng¹⁾ Li Zhonghao¹⁾ Jia Shuotang¹⁾
 Song Yanrong¹⁾ Yao Jianquan²⁾

1), Department of Electronics and Information Science, Shanxi University, Taiyuan 030006
 2), College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072

(Received 29 September 1997; revised 13 April 1998)

Abstract By using the nonlinear Schrodinger equation, an analytical treatment for the propagation of the astigmatic beam in a Kerr media is presented. The propagation in a Kerr medium can be calculated by a differential equation of the first order. The formulas are applied to calculate the self-consistent Gaussian mode of an astigmatic resonator used in a Kerr lens mode-locked laser.

Key words Kerr lens mode-locking, resonator, astigmatism.