

一维随机粗糙面后向增强效应的 蒙特-卡罗方法研究*

柯熙政^{1), 2)} 郭立新^{1), 2)} 吴振森²⁾

1), 中国科学院陕西天文台, 西安 710600

2), 西安电子科技大学物理系, 西安 710071

摘 要 根据基尔霍夫近似方法, 用蒙特-卡罗方法模拟随机粗糙面, 观测到了随机粗糙面的后向增强效应。分别研究了高斯粗糙面及分形粗糙面, 讨论了统计特性相同的粗糙面在不同小波尺度的电磁(光)波散射特性。所得结果与实验事实相当吻合。

关键词 光散射, 蒙特-卡罗方法, 分形粗糙面。

1 引 言

目标的表面散射特性可以用来描述目标与背景的物理属性。虽然实际中的粗糙面是连续的, 但经过测量以后, 粗糙面高度起伏函数成为一离散的序列, 这个序列一般不是线性平稳的, 非线性非平稳是一般粗糙面最显著的特征。分形几何是研究复杂现象的有力工具, 看似复杂的粗糙面, 可以用简单的分形几何参量来表征。电磁(光)波在与分形介质相互作用中, 很自然具有某些分形几何的特征。在传统的粗糙面分类中, 相关长度和高度起伏方差是粗糙面的重要参量, 在引进分形几何的概念后, 对粗糙面的描述将会更为简单。分形布朗运动就是一类典型的高斯函数。实际中的粗糙面各具特色, 很难用一种模式概括, 海面和地面就是具有不同特点的粗糙面。无论在卫星遥感, 海洋杂波测量, 还是在军事应用领域, 粗糙面的散射特性都得到了人们的广泛重视。人们用基尔霍夫方法, 蒙特-卡罗方法以及相位微扰法对随机粗糙面进行了研究, 都观察到了后向增强效应, 这与人们在实际中观察到的结果相当一致。粗糙面的电磁(光)波散射问题涉及到电磁(光)波与随机介质的相互作用。镜面反射是最理想的情形, 而一维随机粗糙面是最简单的散射情形, 本文由一维随机粗糙面散射场方程出发, 利用蒙特-卡罗方法模拟随机粗糙面, 采用矢量相加的原理, 研究后向增强效应与随机粗糙面统计参量及其分形参量的关系。

基尔霍夫方法在电磁(光)波散射理论中应用最为广泛, 适用于微粗糙面, 与入射波长相比, 其水平的平均尺寸较大, 电磁(光)波似乎入射到了一个无限大平面上。最基本的要求就是电磁(光)波的波长必须小于粗糙面的相关长度, 但对高度起伏方差没有限制, 对高度起伏

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-10-03; 收到修改稿日期: 1998-03-16

方差大的粗糙面,其二阶及高阶散射是存在的,甚至是主要的贡献,在大入射角的情形下,还要求考虑遮蔽效应。本文的出发点是,对统计特性相同的粗糙面,某一个平面有可能不能代表该粗糙面的散射特征,但对大量的粗糙面而言,应用矢量相加原理,其统计平均结果能代表同类粗糙面的电磁散射特性。

2 基本理论和方法

2.1 基本方程

一维随机粗糙面的电磁(光)波散射场可用二维亥姆霍兹方程描述:

$$E(x, z) = \frac{1}{4i} \int_{\Gamma} E_i(x', z') \left[\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n} - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial E_i(x', z')}{\partial n} \right] ds' \quad (1)$$

其中 $E(x, z)$ 为 (x, z) 的散射场, $E(x', z')$ 为 (x', z') 的总场, $r = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长; $H_0^{(1)}(k, r)$ 为第一类零阶汉克尔函数, Γ 为积分路径, s' 为积分面元。在基尔霍夫近似中,边界条件可写作

$$\left. \begin{aligned} E_i(x, z) &= [1 + R(x, z)] E_i(x, z) \\ \partial E_i(x, z) / \partial n &= i[1 - R(x, z)] k_i \cdot n E_i(x, z) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

方程(1)的远场基尔霍夫近似解为

$$E^\infty = \frac{1}{4} \sqrt{2/\pi k_0 r} \exp[i(k_0 r - \pi/4)] \int \exp\{i[k_0(\sin \theta_i - \sin \theta)x - k_0(\cos \theta_i + \cos \theta)h(x)]\} \times \\ [-k_0(\sin \theta_i + \sin \theta)h'(x) + k_0(\cos \theta_i - \cos \theta) - R(x, z)k_0(\sin \theta_i - \sin \theta)h'(x) + \\ R(x, z)k_0(\cos \theta_i + \cos \theta)] dx \quad (3)$$

式中 θ_i 、 θ 分别为入射角和散射角, $h(x)$ 为粗糙面高度起伏函数, $h'(x)$ 为 $h(x)$ 的导数。

在(1)~(3)式的计算中,有必要引进遮蔽函数

$$S(x, z) = \begin{cases} 1 & \text{照明区} \\ 0 & \text{阴影区} \end{cases} \quad (4) \\ S'(x, z) = \begin{cases} 1 & \text{可见区} \\ 0 & \text{非可见区} \end{cases}$$

(4)式的遮蔽函数是基于几何光学的原理,对每一点进行积分时,根据射线的遮蔽关系,考虑每一点对散射场的贡献。

2.2 分形粗糙面

文献[2]已经证明,分形布朗运动(Fractional Brown Motion 简称FBM),和 Weierstrass-Mandelbrot 函数都具有分形特征,并给出了其计算机模拟模型。本文用该算法生成具有相同分数维的一组随机粗糙面,蒙特-卡罗方法的具体步骤如下:

- 1) 产生(0, 1)区间高斯分布的随机数;
- 2) 根据给定的粗糙面的分数维,模拟具有要求分数维的随机粗糙面;
- 3) 对每一个模拟的粗糙面,由(3)式计算其散射场,每个粗糙面为 8192 个数据点,由 2000 个分形粗糙面组成一组;
- 4) 对每一个散射元,既判断照射光的遮挡,又要考虑在散射方向上的遮挡;

5) 对各个散射方向上的散射场进行矢量相加。

2.3 高斯相关函数和指数相关函数的粗糙面

根据高斯相关函数和指数相关函数,可以得到相应的频谱表达式,由傅里叶滤波方法得到对应的粗糙面。

3 粗糙面的统计描述

3.1 分形粗糙面

3.1.1 随机分形粗糙面

一维随机粗糙面由分形布朗运动函数产生,分形布朗运动是一典型的高斯函数。其频谱分布满足幂律谱关系,幂律谱指数 β 与分数维 D 有如下的关系:

$$D = 5 - \beta/2 \quad (5)$$

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H + 0.5)} \left\{ \int_{-\infty}^0 [(t - t')^{H-0.5} - (-t')^{H-0.5}] dB(t') + \int_0^t (t - t')^{H-0.5} dB(t') \right\} \quad (6)$$

式中 $B_H(\cdot)$ 表示分形布朗运动, $B(\cdot)$ 表示一般的布朗运动, t, t' 为时间变量, H 为 Hurst 指数, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数。 D 与 H 有关系

$$D = 2 - H \quad (7)$$

根据文献[2]的方法,用分形布朗运动产生一维粗糙面。在相同的相关长度下,高度起伏方差峰值愈大,后向增强的峰值就愈大,粗糙面的高度起伏方差主要影响后向增强效应的峰值高度,相关长度的分布主要影响后向增强效应的峰包的形状。文献[2]研究了分数维与粗糙面高度起伏方差和相关长度的关系,粗糙面的高度起伏方差和相关长度均与粗糙面的分数维有关,不同分数维时的粗糙面散射场角分布如图1所示。

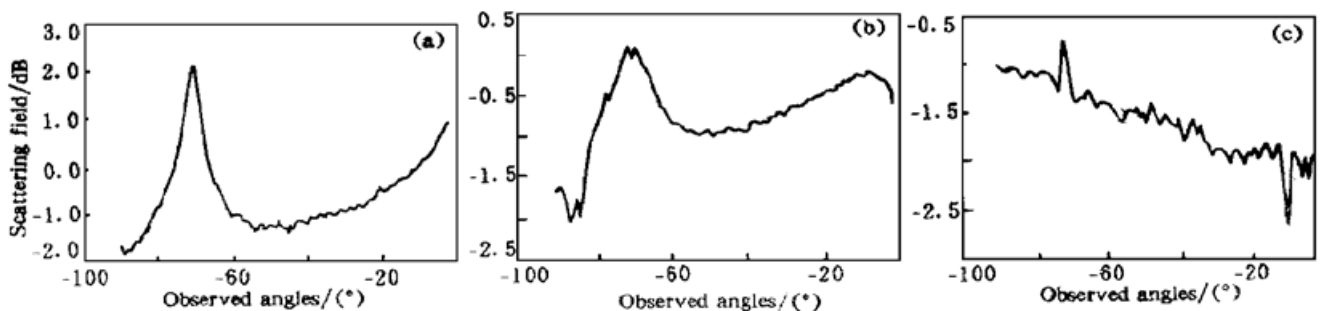


Fig. 1 Scattering field correlation length of fractal rough surfaces. (a) $D = 1.96$, (b) $D = 1.5$, (c) $D = 1.1$

3.1.2 Weierstrass-Mandelbrot 分形函数^[2]

Weierstrass-Mandelbrot 函数具有如下形式

$$W(x) = \frac{\sqrt{2} \delta [1 - b^{(2D-4)}]^{1/2}}{[b^{(2D-4)N_1} - b^{2(D-2)N_2}]^{1/2}} \sum_{n=N_2}^{N_1} b^{(D-2)n} \cos(2\pi s b^n x + \varphi_n) \quad (8)$$

其中 δ 为粗糙面高度起伏均方根, b 为空间基频, D 为分数维, s 为标度因子, φ_n 为随机相位。

Weierstrass-Mandelbrot 粗糙面是一个拟周期的粗糙面,不同入射角下粗糙面的散射场如图2所示。当粗糙面的周期性增强时,粗糙面的后向增强峰值有分裂的趋势,本文后面将详细论述。

3.2 高斯分布的随机粗糙面

高斯分布的随机粗糙面 $f(t)$ 的自相关函数可表示为^[2]

$$R(\tau) = h^2 \exp(\tau^2)/2 \quad (9)$$

式中 τ 为时间间隔, l 为相关长度。功率谱密度为

$$S(\omega) = [h^2 l / (2 \sqrt{\pi})] \exp(-\omega^2 l^2 / 4) \quad (10)$$

式中 ω 是傅里叶频率。则随机粗糙面为:

$$f(t_n) = \frac{1}{L} \sum_{j=-(N/2)}^{(N/2)-1} F(k_j) \exp(ik_j t_n) \quad (11)$$

其中 $F(k_j) = [2\pi L S(k_j)]^{1/2} \text{rand}(\cdot)$, $\text{rand}(\cdot)$ 为不同分布的复随机序列。 L 为模拟粗糙面的长度。图 3 所示是取不同分布的随机数时所产生的粗糙面的散射场角分布。这里采用了高斯分布、均匀分布、指数分布、 Γ -分布、泊松分布的随机数来模拟粗糙面。可以看出, 对不同分布的随机数, 其散射场分布各不相同, 从图 3 可以看出, 指数分布的随机数和高斯分布的随机数,

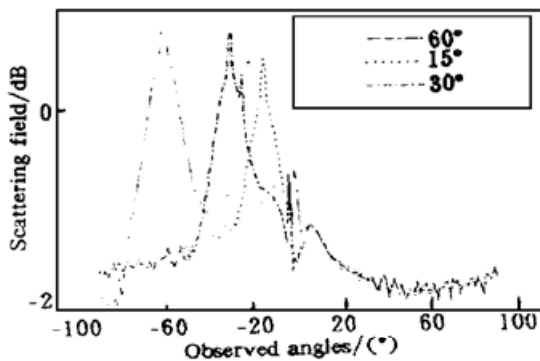


Fig. 2 Scattering intensity for Weierstrass-Mandelbrot rough surface with different incident angle

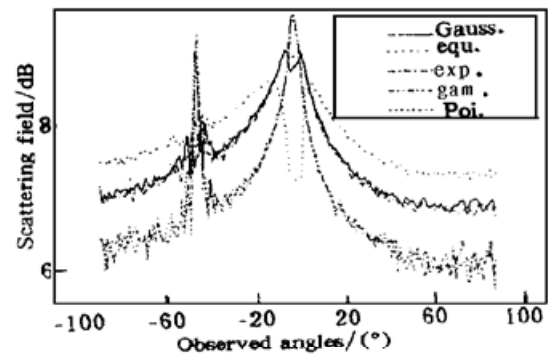


Fig. 3 Scattering intensity angular distribution of rough surfaces with Gauss correlation function: Gauss: random numbers to generate rough surface is Gauss distribution; equ: equal distribution; exp: exponent distribution; gam: Γ distribution; poi: poisson distribution

其散射场的幅值几乎没有区别。而泊松分布和 Γ 分布就与高斯分布有微小的差别, 泊松分布和 Γ 分布就几乎不能区分。

3.3 指数相关函数

$$R(\tau) = h^2 \exp(-|\tau|/l) \quad (12)$$

相应的功率谱为

$$S(\omega) = \sqrt{2\pi} h^2 [1 + \omega^2 l^2]^{-3/2} \quad (13)$$

根据其功率谱就可求出该类粗糙面的散射场, 如图 4 所示是指数相关函数时, 不同分布的随机函数所产生的粗糙面的散射场角分布。

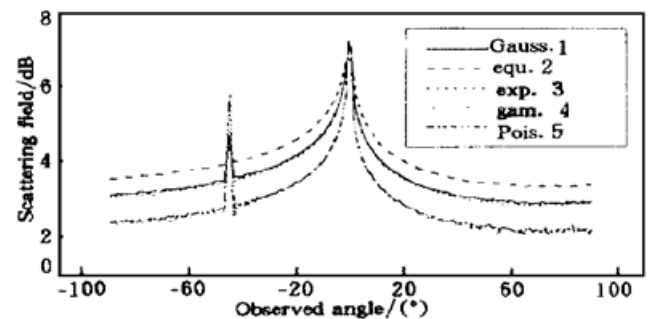


Fig. 4 Scattering intensity for rough surface with exponential correlation function

4 数值结果分析

粗糙面的相关长度、高度起伏方差及入射波长对粗糙面的散射场后向增强的幅值都有影响。一般认为, 峰值的角宽与波长成正比, 而与粗糙面的相关长度成反比。图 5 是 $\sigma/\lambda = 50$ 时不同入射波长的后向增强峰值的变化, 随着入射波长的增加, 散射强度的幅值降低, 但峰值仍能观察到。如图 6 所示, 当相关长度一定时, 后向增强峰值随高度起伏方差的减小而减

小, 随着高度起伏方差的减小, 散射场的强度有明显的增强, 峰值趋于消失。

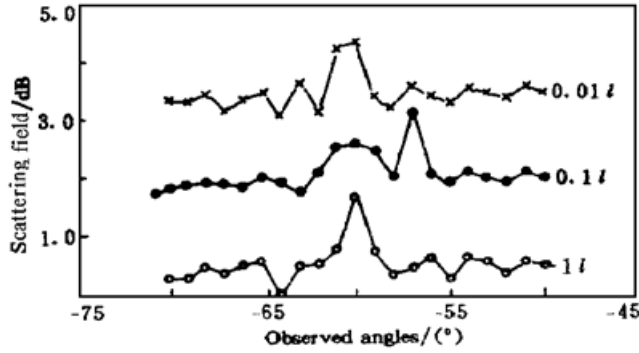


Fig. 5 Change of scattering intensity with different wavelength

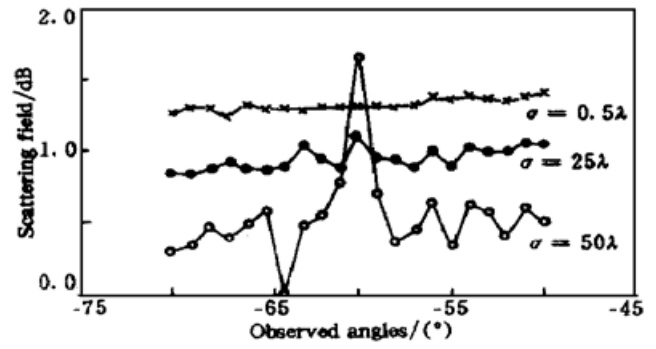


Fig. 6 Scattering field vs different variance of rough surface

图 7 是 2000 个随机粗糙面在后向 60° 的散射场的相位分布, 在任何一点, 其相位的分布是统计均匀的, 对每一个统计特性相同的粗糙面, 没有哪一个散射方向的场强的相位在某一个相位上更占优势, 这样通过对大量统计参量相同的随机粗糙面的散射场强的矢量迭加, 可以得到某一类具有相同分布相同统计特性的粗糙面的散射场的分布。图 8 所示为 1、10、20 和 50 个粗糙面迭加的结果, 可以看到平均的结果使散射场趋于平滑, 而且后向增强效应和单个粗糙面相比, 也有所降低。

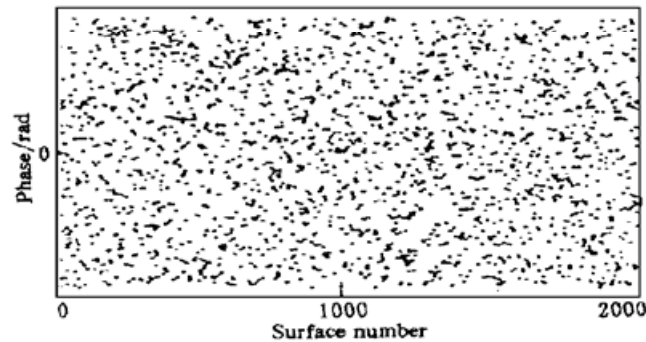


Fig. 7 Phase distribution of scattering field for simulated rough surface at 60° in the backward

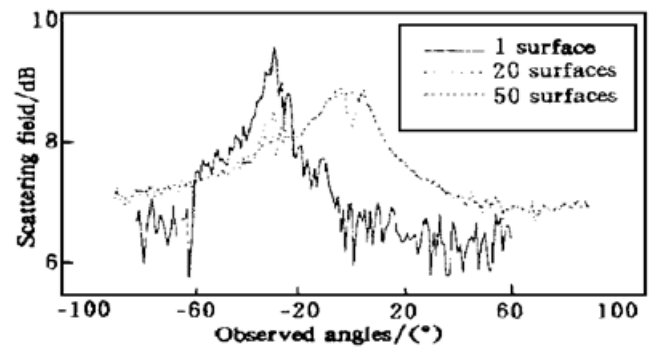


Fig. 8 Variation of scattering field with superposing number of rough surfaces

若粗糙面的高度起伏函数 $f(x) \in L^2(R)[L^2(R)$ 是平方可积函数空间] 满足容许条件, 则 $f(x)$ 可以在小波基下展开^[3-5]:

$$f(x) = \sum_{m, n \in \mathbb{Z}} \alpha(m, n) \psi_{mn}(x) \tag{14}$$

式中 $\alpha(m, n)$ 是函数 $f(x)$ 在尺度 m 时的小波变换系数, $\psi_{mn}(\cdot)$ 是在尺度 m 时的小波基函数, 对不同的尺度 m , (14) 式表示粗糙面不同的高度起伏成分, m 愈大, 粗糙面愈光滑。

对不同的小波尺度的粗糙面, 其光滑程度不同。可以看出, 随着粗糙面光滑程度的增加, 散射场总的有增强的趋势, 但其后向增强的峰值是有变化的。在周期性起主导作用的小波尺度内, 后向增强的峰值发生分裂。粗糙面的高度起伏的变化成分可以由图 9 的频谱分布说明, 随着小波频率尺度增加, 高频成分减小, 低频成分增加, 粗糙面愈加光

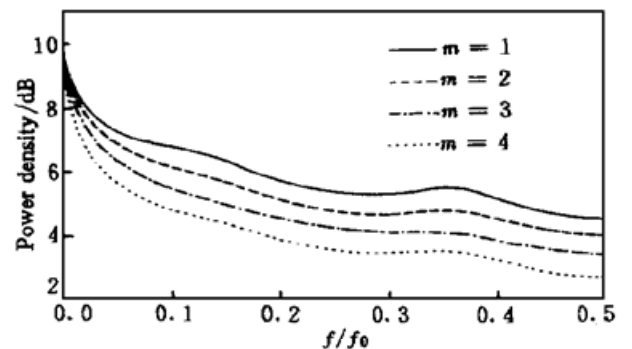


Fig. 9 Power density of rough surface with relative frequency of space at different wavelet scale

滑。图中 f/f_0 是空间相对频率, f_0 是空间采样频率。图 10 就是粗糙面在不同小波尺度下的散射场分布。

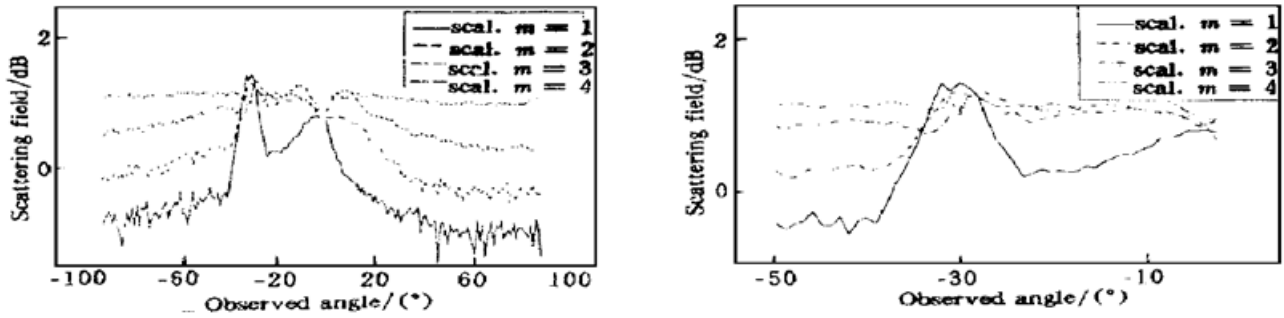


Fig. 10 Angular distribution of scattering intensity at different wavelet scale

结 语 后向增强效应已为多位学者用别的方法研究和观测, 本文用蒙特卡罗方法模拟了具有相同统计或分形特征的随机粗糙面, 数值模拟结果表明: 无论对分形结构的粗糙面还是对高斯分布的粗糙面, 都存在后向增强效应; 对相同的谱分布, 当随机数的分布不同时, 会影响到散射场的强度; 粗糙面的光滑程度会导致散射场强度的差异, 当粗糙面的周期成分起主导作用时, 散射场的后向增强峰值发生分裂。不同小波尺度的粗糙面, 小波尺度愈大, 粗糙面表面愈光滑, 散射场的平均强度增强, 但后向增强的峰值减小。粗糙面的后向增强效应, 在卫星遥感等方面, 可以加以利用; 而在隐身问题中, 需要减小后向增强的峰值。

参 考 文 献

- [1] Bruce N C. Kirchhoff calculations of the coherent scatter from a series of very rough surfaces. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(24): 5531~ 5536
- [2] 郭立新. 电磁散射的分形应用. [硕士论文] 西安: 西安电子科技大学, 1993. 20~ 25
- [3] 威力彦. 随机深粗糙表面的光散射及后向增强效应. [硕士论文] 西安: 西安电子科技大学, 1996. 1~ 12
- [4] 宋国乡. 数值泛函及小波分析初步. 郑州: 河南科学技术出版社, 1992. 208~ 314
- [5] 刘贵忠. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1991. 30~ 32

A Study of Backscattering Enhancement of One Dimension Random Surface by Using Monte-Carlo Method

Ke Xizheng^{1), 2)} Guo Lixin^{1), 2)} Wu Zhensen²⁾

1), Shaanxi Astronomy Observatory, Xi'an 710600

2), Department of Physics, Xidian University, Xi'an 710071

(Received 3 October 1997; revised 16 March 1998)

Abstract Physics property of target and background is described by scattering from rough surface. According to Kirchhoff approximation, backscattering enhancement of one dimension random surface is observed using Monte-Carlo simulations. Gauss rough surface and fraction rough surface are studied. Rough surface of the same statistical characteristic at different wavelet scale is discussed. The results are in accord well with experimental fact.

Key words light scattering, Monte-Carlo method, fractal rough surface.