

# 热效应对克尔自锁模激光腔的影响\*

宋晏蓉 肖 燕 安文生 李昌勇 周国生  
(山西大学电子信息系, 太原 030006)

**摘 要** 讨论了克尔透镜锁模激光腔中热效应对锁模的影响, 用数值解法给出了当存在热效应时腔中光斑半径随归一化功率的变化曲线. 同时给出了存在热效应时光斑半径对脉冲归一化功率的相对敏感度参数. 讨论了克尔效应与热效应在自锁模激光器中的工作机理和所起作用, 给出了克尔透镜锁模下的热不灵敏条件.

**关键词** 热效应, 热克尔透镜, 相对敏感度.

## 1 引 言

非线性克尔透镜锁模(KLM)效应作为激光器锁模的一种新方法, 已被应用于 Ti:Sapphire、Nd<sup>3+</sup>·YAG<sup>[1]</sup>、Cr<sup>4+</sup>·YAG<sup>[2]</sup>等许多激光器中. 在克尔透镜锁模激光器中, 由于克尔介质的非线性自聚焦效应, 使其在腔中既作为增益介质又作为锁模介质, 大大减少了腔内元件, 简化了腔的结构. 同时由于非线性克尔效应的时间响应速度非常快, 因此可产生脉宽非常窄的脉冲. 目前, Ti:Sapphire 激光器已做到几个飞秒的脉宽, 并且实现了输出波长可调谐的功能, 因而被广泛采用. 但随着锁模脉宽越来越窄, 泵浦功率越来越大, 非线性晶体的热效应越来越显著. 由于 Nd<sup>3+</sup>·YAG、Cr<sup>4+</sup>·YAG 等介质本身的热导率较低, 对泵浦功率的吸收较大, 由它们组成的克尔透镜锁模激光器中热效应的影响成了一个致命的因素. 当泵浦功率变动 0.5 W 时, 有可能终止锁模运作<sup>[2]</sup>. 因此对热效应的影响有必要进行深入、详细的讨论. 关于热透镜方面, 文献[3]只是讨论了一般腔中热效应对克尔透镜锁模的作用. 文献[4]讨论了增益介质与克尔介质分离情况下的热效应对克尔透镜锁模的影响. 文献[5]只讨论了 Ti:Sapphire 激光腔中存在热效应时, 光斑半径对脉冲归一化功率  $P$  的相对敏感度参数(以下简称相对敏感度)的影响, 即只讨论了当  $P = 0$  时的情况, 并未讨论功率变化时热效应对模式稳定性的影响.

本文用了一种简单的模型讨论了既作为增益介质又作为克尔介质的激光棒的热效应, 用非线性克尔介质的严格  $ABCD$  矩阵<sup>[6]</sup>来讨论非线性克尔效应和热效应对锁模及输出稳定性的影响, 讨论了有热效应存在时光斑尺寸随功率的变化情况、热效应对相对敏感度  $\delta$  参数的影响、非线性克尔效应及热效应在锁模过程中各自起的作用、当激光器输出稳定的自锁模脉

\* 国家自然科学基金和山西省自然科学基金资助课题.

收稿日期: 1997-12-8; 收到修改稿日期: 1998-02-26

冲时腔参数选取的依据. 由于此  $ABCD$  矩阵不仅可用于高斯光束, 也可用于任意轴对称光束, 且可用于大的泵浦功率, 因此此方法具有更广泛的应用价值. 但由于计算问题, 采用了泰勒级数展开, 因此本文讨论的范围仍为小功率泵浦. 若为精确求解, 则可用于大功率泵浦.

## 2 理论计算

图 1 为所用的谐振腔结构. 腔内传输光束及泵浦光束均用严格的  $ABCD$  矩阵描述, 文献 [6] 得到严格的克尔介质的  $ABCD$  矩阵, 表示为:

$$\begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} 1 & l_0 \\ c_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_0(1 - c_0 l_0)^{-1/2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中:  $\beta = (1 - c_0 l_0)^{-1/2}$ , 上式等式右边矩阵乘积中, 中间矩阵是非线性的, 克尔介质等价于一个薄透镜, 其焦距为:

$$f_k = - (1 - c_0 l_0)^{1/2} / c_0 \tag{1}$$

当光束为高斯光束时,

$$c_0 = - (l_0 P) [z_0^2 (1 + l_0 / R_0)^2 + l_0^2 (1 - P)]^{-1},$$

$$z_0 = \pi n w_0^2 / \lambda, \quad P = P_0 / P_c,$$

$P_0$  为腔内功率,  $P_c$  为腔内临界功率. 克尔透镜位于介质中心. 同时由于自缩短效应, 相应的介质长度变为  $l$ :

$$l = \begin{cases} n c_0^{-1} [1 - (1 - c_0 l_0)^{1/2}] & c_0 \neq 0 \\ l_0 / 2n & c_0 = 0 \end{cases}$$

当光功率较小时(小于光束临界功率  $P_c = c_0 \epsilon_0 \lambda^2 / 2\pi n_2$ ), 则克尔自缩短距离为  $l \approx l_0 / n$ .

同样, 介质热效应也可等价为一个薄的热透镜<sup>[7]</sup>, 焦距为:

$$f_t = M P_m^{-1} \tag{2}$$

其中  $M^{-1}$  为激光介质的折光系数,  $P_m$  为泵浦功率. 此热透镜位于介质中心, 两边介质的等效长度为:  $h' = l_0 / 2n$ .

当同时考虑此二效应时, 由以上近似, 则克尔透镜与热透镜重叠, 二透镜合成结果仍为一透镜, 称之为热克尔透镜, 其焦距的倒数为:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_k} + \frac{1}{f_t} \tag{3}$$

位于激光棒中心, 介质两边距离等价于  $l_0 / 2n$ . 此时激光腔的传输矩阵等效为图 2 形式. 腔内

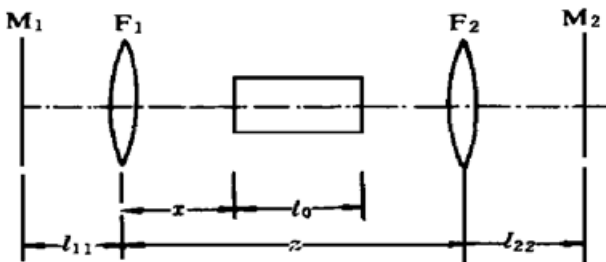


Fig. 1 Structure of the laser cavity

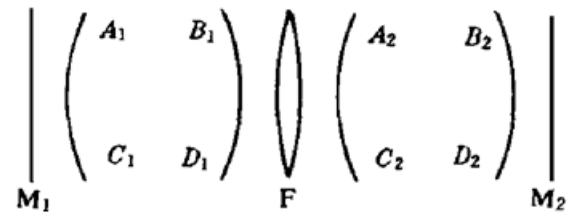


Fig. 2 Graphic of equivalent propagation matrix

从  $M_1$  镜到  $M_2$  镜的单程变换矩阵  $M$  为:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中  $f$  为克尔热透镜  $F$  的焦距. 腔中端面镜  $M_1$ 、 $M_2$  处的光斑半径  $w_1$ 、 $w_2$  分别为<sup>[3]</sup>

$$w_1^2 = \frac{\lambda |B|}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)}} \quad (5)$$

$$w_2^2 = \frac{\lambda |B|}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)}} \quad (6)$$

激光棒处光斑半径为

$$w_3^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{4u_1u_2g_1g_2 + (u_1 - u_2)^2}{g_1g_2(1-g_1g_2)}} \quad (7)$$

其中:

$$u_1 = B_1(A_1 - B_1/R_1), \quad u_2 = B_2(D_2 - B_2/R_2), \quad q = 1/f - A_2/B_2 - D_1/B_1,$$

$$g_1 = -B_2(1 + qu_1)/B_1, \quad g_2 = -B_1(1 + qu_2)/B_2, \quad B = -B_1B_2q$$

$R_1$ 、 $R_2$  分别为端镜  $M_1$ 、 $M_2$  的曲率半径. 上述公式与文献[3]的公式形式虽然一样, 但实际却有很大差别. 文献[3]  $1/f$  中只是热透镜焦距, 并不包括克尔透镜, 且假设是一个任意给定的值, 与腔参数和泵浦功率无关. 但由于本文的  $1/f$  既包括热透镜也包括克尔透镜, 它与介质中的光斑大小和泵浦功率有关, 不再是一个独立变量, 计算起来更为复杂. 因此在本文讨论中, 用了克尔透镜公式的泰勒级数展开, 并用计算机进行数值求解.

将(1)~(4)式代入(5)~(7)式, 可得各处光斑半径与腔内光束归一化功率的关系式, 进而得到各处光斑尺寸对脉冲归一化功率的相对敏感度为:

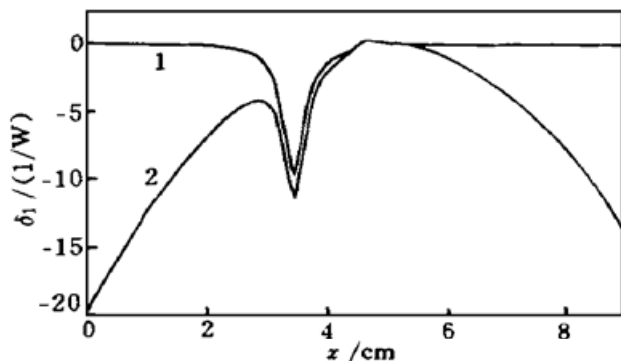
$$\delta_i = \frac{1}{w_i} \left. \frac{dw_i}{dP} \right|_{P=0}, \quad i = 1, 2, 3$$

$w_i$  对应于镜  $M_1$ 、 $M_2$ 、激光棒处光斑半径.

### 3 讨 论

1) 端面镜  $M_1$  处的相对敏感度  $\delta_1$  随介质在腔中放置位置  $x$  的变化曲线

图 3 为端面镜  $M_1$  处的相对敏感度  $\delta_1$  随介质位置  $x$  的变化曲线. 图 6(a) 是图 3 中心附近的局部放大曲线. 计算时, 选了一组典型的  $\text{Nd}^{3+}$ ·YAG 的克尔透镜锁模腔腔参数: 介质长  $l_0 = 2$  cm, 折射率  $n = 1.83$ , 非线性折射系数  $n_2 = 3.44 \times 10^{-15}$   $\text{cm}^2/\text{w}$ , 重复频率为  $\sim 100$  MHz. 从图 6(a) 中可知, 在  $P = 0$  点附近,  $\delta_1$  可正可负. 当  $\delta_1 > 0$  时, 曲线 2 的值大于曲线 1 的值, 当  $\delta_1 < 0$  时, 曲线 2 的绝对值大于曲线 1 的绝对值, 即  $\delta_1 = dw/dP$  中当有热透镜时,



光斑尺寸  $w$  随功率  $P$  的变化的幅度比无热透镜时快.

由图 3 可看出, 激光介质偏离中心位置越远, 束宽压缩作用越强, 这与已有文献的说法似乎矛盾<sup>[8]</sup>. 如果分开来讨论没有热效应与有热效应两种情况时, 就会发现若不考虑热效应的作用(曲线 1), 在激光介质偏离中心较远处, 光斑尺寸的变化几乎为零, 这与已有文献相符. 当有热效应存在时, 光斑尺寸的压缩作用增强(曲线 2).

Fig. 3 Relative sensitivity  $\delta_1$  vs. media position  $x$ . 1: graphic without  $f_t$ . 2: graphic with  $f_t$  and  $f_k$

这可由随  $x$  的取值不同,  $1/f_i$  与  $1/f_k$  的相对大小的不同来解释. 由(3)式可知热克尔透镜焦距的倒数由克尔透镜焦距的倒数和热透镜焦距的倒数相加得到, 当泵浦功率较小时, 克尔透镜的焦距用泰勒级数展开, 可写成:

$$\frac{1}{f_k} = \frac{nl_0P}{z_0^2(1 + l_0/R_0)^2 + l_0^2(1 - P/2)} \quad (8)$$

取  $\text{Nd}^{3+} \cdot \text{YAG}$  的折光系数  $M^{-1} = 0.5 \times 10^{-3}/(\text{cm} \cdot \text{W})^{[7]}$ , 输出脉冲功率 50 mW, 输出镜透射率 1%, 脉宽 10 fs, 代入(2)式得  $f_i = 4 \times 10^6/P_cP$ . 由  $n_2$  求出  $P_c$ , 便可得热透镜焦距为  $1/f_i \approx 0.142P$ . 当介质位于腔中心附近, 例如  $x = 4$  时,  $1/f_k \approx 3.66P/(7.84 - 2P)$ ,  $1/f_i \approx 0.142P$ , 两焦距数量级相当, 对束宽的变化同时起作用. 当  $x = 8$  cm 时,  $1/f_k \approx 0.024P \ll 1/f_i$ , 起作用的主要为  $f_i$ . 介质位置越偏离中心,  $1/f_k$  所起作用越小.

但这并不能得出结论说当热效应使  $\delta_i < 0$  时, 就可压缩脉宽. 非线性克尔效应之所以能起到锁模作用是因为非线性效应的响应时间非常快, 在介质中传输的功率不同时, 相应的克尔透镜的焦距也发生变化. 当光束穿过一个固定光阑时, 时域中脉冲的低功率部分被损耗, 高功率部分穿过了光阑, 压窄了脉宽, 起到了锁模作用. 但热效应的弛豫时间较长, 对功率不是即时响应, 无论对脉冲的高功率、低功率部分均起同样的作用, 因而起不到锁模作用. 但当腔工作稳定时, 热效应对束宽有压缩作用, 这在下一步详细讨论.

## 2) 热效应对光斑尺寸随功率变化的影响

图 4 中曲线 1、2、3 分别对应只有热克尔透镜、克尔透镜、热透镜时, 在  $x = 4.48$  cm 处,  $M_1$  镜上的光斑尺寸随功率变化的曲线. 同样, 当  $x = 4.62$  cm 时, 曲线 4、5、6 分别对应只有热透镜、克尔透镜、热克尔透镜时, 在  $M_1$  镜上的光斑尺寸随功率变化曲线. 从图 4 可看出, 无论束宽随功率变化是增大还是减小, 热效应均起到加强作用. 这两组曲线画出的是当达到热平衡时, 束宽随功率的变化情况. 由于热效应对锁模几乎不起作用, 因此它只影响腔达到稳态锁模时的束宽. 当腔参数选取不当时, 会造成光斑尺寸随功率变化不稳, 进而影响锁模的稳定性. 图 5 为  $x$  取不同值时, 光斑尺寸随功率的变化情况. 其中, 曲线 1、2、3 分别为  $x = 7.14$  cm、 $x = 6.14$  cm、 $x = 5.37$  cm 时  $M_1$  镜上的光斑尺寸随功率变化的曲线. 由这三条曲线可看出, 当  $x$  取不同值时, 光斑尺寸随功率变化的稳定性也不同.

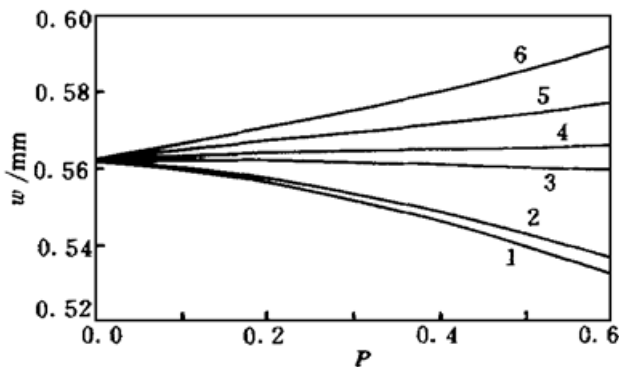


Fig. 4 Spot size  $w_1$  vs. relative power  $P$ . 1, 2, 3 are graphics at  $x = 4.48$  cm; 4, 5, 6 are graphics at  $x = 4.62$  cm

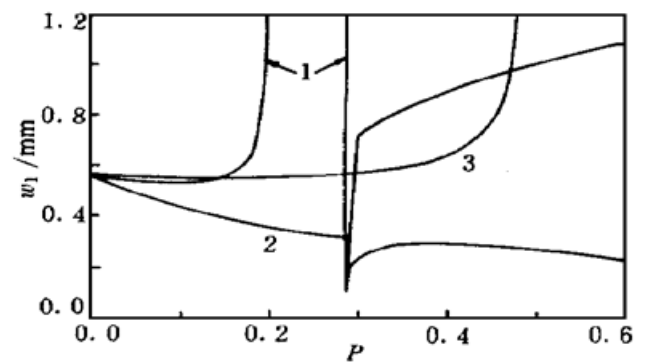


Fig. 5 Spot size  $w_1$  vs. relative power  $P$ . 1:  $x = 7.14$  cm; 2:  $x = 6.14$  cm; 3:  $x = 5.37$  cm

## 3) 热不灵敏条件决定的腔参数及对锁模区域的影响

由上述讨论可知, 由于热效应影响输出特性的稳定性, 因此有必要对其进行讨论. 由

Steffen 的热稳条件:  $dw_1/dq|_{p=0} = 0$  解得热不灵敏腔中热克尔透镜的焦距  $f_0$  应满足:

$$1/f_0 = \frac{-(u_1 + u_2) \pm \sqrt{u_2^2 - u_1^2}}{2u_1u_2} + \frac{A_2}{B_2} + \frac{D_1}{B_1}$$

若想使激光输出特性稳定, 应使腔工作在热不灵敏区, 即  $1/f_0 \sim x$  中有解的区域. 有解区域分  $1/f_0 > 0$  和  $1/f_0 < 0$  两部分. 由式(8) 式和(2) 式(其中  $M$  恒大于 0) 可知, 当  $P < 1$  时  $1/f_0 > 0$  恒成立. 当  $R_1 = R_2 = \infty$  时, 此条件为

$$\frac{-(B_1A_1 + B_2D_2) \pm \sqrt{(B_2D_2)^2 - (B_1A_1)^2}}{2B_1A_1B_2D_2} + \frac{A_2}{B_2} + \frac{D_1}{B_1} > 0 \tag{9}$$

加号对应  $\bar{\text{区}}$ , 减号对应  $\bar{\text{区}}$ . 即只有满足(9) 式时, 激光腔才能稳定工作, 这即是由热不灵敏条件决定的腔参数.

图 6 为  $1/f_0 \sim x$  与  $\delta_1 \sim x$  的重叠区域的图形. 从前面的讨论 1) 可知, 在建立锁模的过程中, 应选  $\delta_1$  为负值且绝对值较大的腔参数, 只有这样才能由连续输出建立脉冲输出. 这部分对应图 6(a) 中  $\delta_1 < 0$  的区域. 但工作时不仅要求能够建立锁模, 还必须使其工作稳定, 由前面讨论 2) 可知热效应影响输出的稳定性, 因此必须同时考虑热效应的影响. 若腔稳定工作, 由热不灵敏条件知需满足(9) 式, 即图 6(b) 中  $1/f_0 > 0$  的区域. 由本文用的腔参数解得  $1/f_0 > 0$  有两个区域,  $\bar{\text{区}}: x = 4.45 \sim 4.52 \text{ cm}$ ,  $\bar{\text{区}}: x = 4.90 \sim 5.60 \text{ cm}$ , 但  $\bar{\text{区}}$  对应

$\delta_1 > 0$  的区域, 不易得到锁模输出. 要得到稳定的锁模输出, 应综合考虑  $\delta_1 < 0$  及  $1/f_0 > 0$  这两个因素, 因此只能选  $\bar{\text{区}}$ , 只有这样, 才能达到所要求. 在本文所选的参数下,  $x$  应取  $4.45 \sim 4.52 \text{ cm}$  的区域.

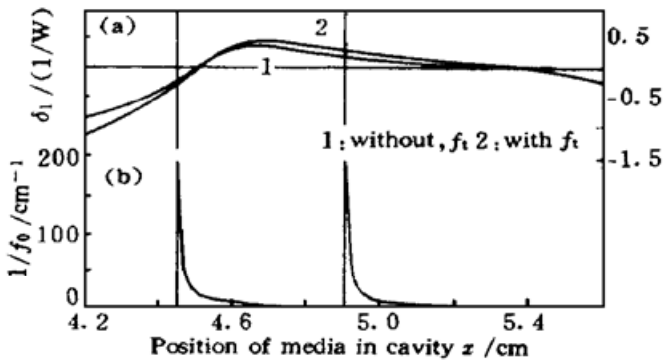


Fig. 6 Graphics of overlapping area in position between  $1/f_0 \sim x$  and  $\delta_1 \sim x$

**结 论** 热效应在整个谐振腔中无论对束宽压缩还是展宽, 均起加强作用. 但由于热效应与非线性克尔效应在锁模过程中的机理不同, 对锁模的贡献也不同. 非线性克尔效应是即时响应, 是建立锁模的关键因素. 而热效应的响应驰豫时间较长, 对锁模的建立过程不起作用, 但对激光的输出稳定性影响很大. 只有在锁模趋于稳定时, 热效应对束宽起压缩作用. 因此若要工作在稳定的锁模状态, 应综合考虑  $\delta_1 < 0$  及  $1/f_0 > 0$  这两个因素, 即应在锁模的建立过程中选克尔效应较大的区域, 当趋于稳定时, 使其工作在热不灵敏区.

### 参 考 文 献

[1] Henrich B, Beigang R. Self-starting Kerr-lens mode locking of a Nd:YAG laser. *Opt. Commun.*, 1997, **135**(4~ 6): 300~ 304

[2] Tong Y P, Sutherland J M, French P M W *et al.*. Self-starting Kerr-lens mode-locked femtosecond  $\text{Cr}^{4+}$ :YAG and picosecond  $\text{Pr}^{3+}$ :YLF solid-state lasers. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(9): 644~ 648

[3] 曹 清, 罗治江, 张为俊等. 动态热不敏感谐阵腔分析. *物理学报*, 1993, **42**(9): 1452~ 1458

[4] 王 勇, 胡晓改, 李仲豪等. 热透镜效应下的克尔透镜锁模. *光学学报*, 1996, **16**(6): 746~ 750

- [5] Mekendale Manjusha, Nelson T R, Omenetto F G *et al.*. Thermal effects in laser pumped Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire lasers. *Opt. Commun.*, 1997, **136**(1~2): 150~159
- [6] 周国生, 李仲豪, 胡晓改等. 轴对称光束的克尔透镜矩阵及其在克尔透镜锁模中的应用. *光学学报*, 1996, **16**(8): 1060~1064
- [7] 克希奈尔 W 著. 固体激光工程. 北京: 科学出版社, 1983.
- [8] Magni V, Cerullo G, De Silvestri S. Closed form gaussian beam analysis of resonators containing a Kerr medium for femtosecond lasers. *Opt. Commun.*, 1993, **101**(5~6): 365~370

## Thermal Effects in a Self-Starting Kerr-Lens Mode-locked Laser

Song Yanrong Xiao Yan An Wenshen Li Changyong Zhou Guosheng

(Department of Electronic and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006)

(Received 8 December 1997; revised 26 February 1998)

**Abstract** The influence of the thermal effect on a Kerr-lens mode-locked laser cavity is discussed. By numerical calculation, some results have been obtained, which include the variation of spot size with the normalized pulse power and relative beam-width sensitivity to the normalized pulse power when thermal effect exists. The influences of Kerr effect and thermal effect in the laser cavity are discussed and the condition of the Kerr lens mode locking insensitive to the thermal effects is given.

**Key words** thermal effect, thermal Kerr-lens, relative sensitivity.